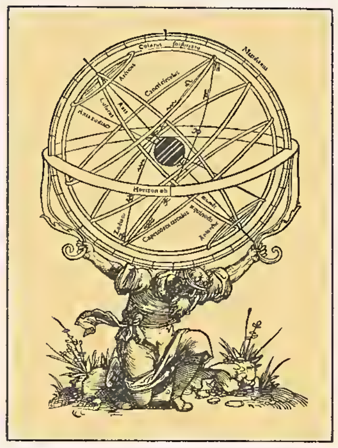


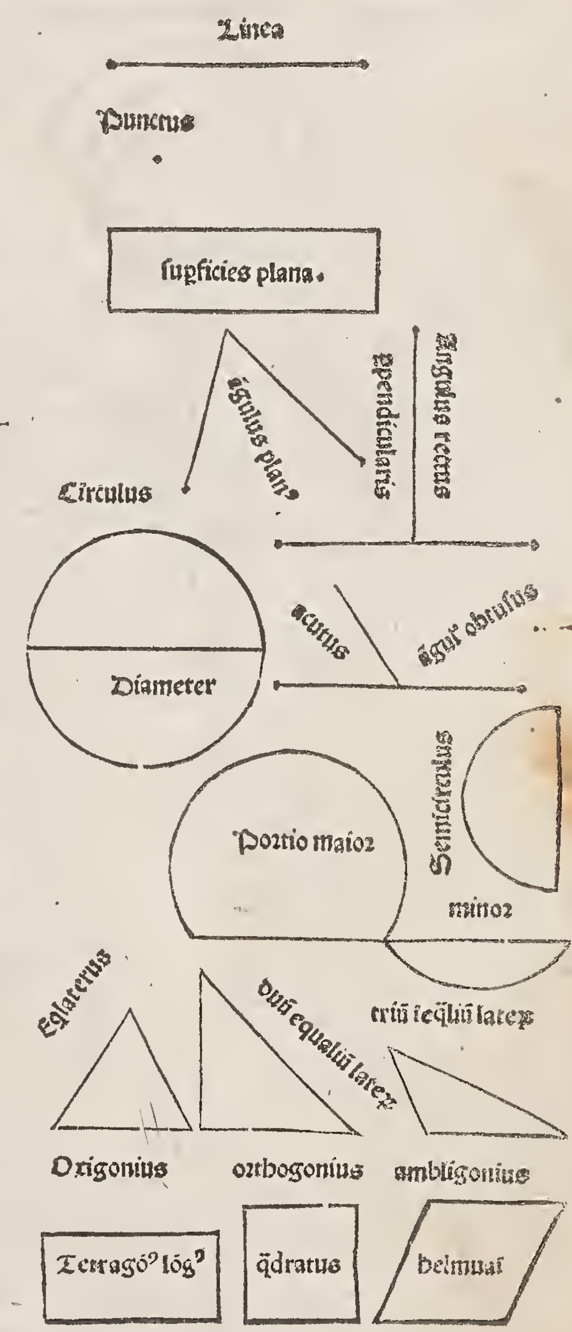
¶ Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo alme vrbis venete Principi Joanni Mocenico. S.

Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari quid cause esset q in hac tua prepotenti ⁊ fausta vrbe cum varia au/ctorum veterum nouorumq3 volumina quottidie imprimerent. In hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima aut nihil aut parua quedam et friuola in tanta impressorū copia qui in tua vrbe agunt: viderentur impressa. Hec cum mecum sepius discu terem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina sca/tent: ac sine quibus nihil i his disciplinis fere intelligi optime potest excogitauerant. Itaq3 cum hoc ipsum tantūmodo cōmuni omnium vtilitati que ex his percipitur. obstaret mea industria nō sine maximo labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimuntur .ea etiam geometrice figure conficerentur. Quamobrem vt spero hoc nostro inuento he discipline quas mathemata greci appellant volu/minum copia sicuti relique scientie breui illustrabuntur. De quarum laudibus ⁊ vtilitate possem multa im presens adducere ab illustribus collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus hec nota esset. Illud etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imper fectas ac veluti mancas eē. Neq3 hoc profecto negabunt Dialectici neq3 Philosophi abnuent: in quoꝝ libris multa reperiuntur: que si ne mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuinus ille Plato mere veritatis arcanū. vt adipisceretur cyrenas ad . Theo/dorum summum eo tempore mathematicū ⁊ ad egiptios sacerdotes enauigauit. Quid q sine hac vna facultate viuendi ratio nō perfecte constat. Nam vt de musice taceam: que nobis muneri ab ipsa natura ad perferendos facilius labores concessa videtur: vt astrologiā pre/teream qua exculti celum ipsum veluti scalis machinisq3 quibusdam conscendentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus: sine arithmetica ⁊ geometria: quarum altera numeros altera mēsuras do cet ciuiliter: comodeq3 viuere q possumus: Sed quid ego i his mo/ror que iam omnibus vt dixi: notiora sunt q3 vt a me dicantur. Eu/clides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem geometrie rationem consummatissime complexus est: quem ego sum ma ⁊ cura ⁊ diligentia nullo pretermisso schemate imprimendum cu/raui: sub tuo numine tutus felixq3 prodeat.

Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quã foelicissime:

Punctus est cuius ps nõ est. ¶ Linea est lõgitudo sine latitudine cui⁹ quidẽ extremitates sũt duo pũcta. ¶ Linea recta ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽsio ĩ extremitates suas vtrũqz eoꝝ recipiens. ¶ Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ ⁊ latitudinẽ tm̃ hz: cui⁹ termĩ quidẽ sũt linee. ¶ Supficies plana ẽ ab vna linea ad aliã extẽsio ĩ extremitates suas recipiẽs ¶ Angulus planus ẽ duarũ linearũ alternus ɔtactus: quaꝝ expãsio ẽ sup supficiẽ applicatioqz nõ directa. ¶ Quãdo aũt angulum ɔtinẽt due linee recte rectiline⁹ angulus noiat. ¶ Qñ recta linea sup rectã steterit duoqz anguli vtrobiqz fuerit eq̃les: eoꝝ vterqz rect⁹ erit ¶ Lineaqz linee supstãs ei cui supstat ppendicularis vocat. ¶ Angulus vo qui recto maior ẽ obtusus dicit. ¶ Angul⁹ vo minor recto acut⁹ appellat. ¶ Termin⁹ ẽ qd vniuscuiusqz finis ẽ. ¶ Figura ẽ q̃ tmino vl termĩs ɔtinet. ¶ Circul⁹ ẽ figura plana vna q̃dem linea ɔtẽta: q̃ circũferentia noiat: in cui⁹ medio pũct⁹ ẽ: a quo oẽs linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiinuicez sũt equales. Et hic quidẽ pũct⁹ cẽtrũ circuli dr̃. ¶ Diameter circuli ẽ linea recta que sup ei⁹ centꝝ trãsiens extremitatesqz suas circũferẽtie applicans circulũ ĩ duo media diuidit. ¶ Semicirculus ẽ figura plana diametro circuli ⁊ medietate circũferentie ɔtenta. ¶ Portio circuli ẽ figura plana recta linea ⁊ parte circũferẽtie ɔtẽta: semicirculo quidẽ aut maior aut minor. ¶ Rectilinee figure sũt q̃ rectis lineis cõtinent quarũ quedã trilatere q̃ trib⁹ rectis lineis: quedã quadrilatere q̃ q̃tuor rectis lineis. q̃dã mltilatere que pluribus q̃z quatuor rectis lineis continent. ¶ Figurarũ trilaterarũ: alia est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs eq̃lia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Haꝝ iterũ alia est orthogoniũ: vnũ .s. rectum angulum habens. Alia ẽ ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. ¶ Figurarũ autẽ quadrilateraꝝ Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atqz rectangulũ. Alia est tetragon⁹ long⁹: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

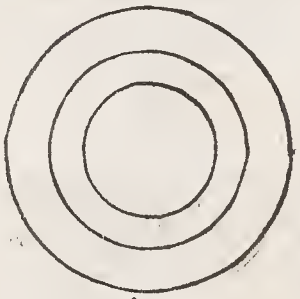
De principijs p se notis: ⁊ p̃mo de diffinitionibus earundem.







¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atque opposítos angulos equales: idē tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinet: Preter has autē oēs quadrilatere figure helmuaripe nominantur. ¶ Equidistantes linee sunt que in eadem superficie collocate atque in alterutram partem ꝓtracte non conueniunt etiā si in infinitum protrahantur.

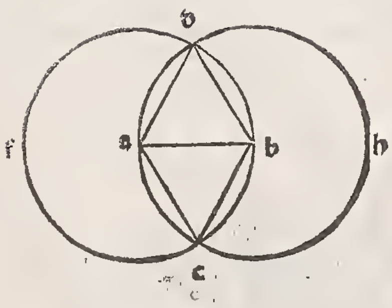


Petitiones sunt quinque: ¶ A quolibet pūcto in quemlibet punctum rectā lineā ducere atque lineā definitā in cōtinuū rectūque quātūlibet protrahere. ¶ Super centrū quodlibet quātumlibet occupando spacium circulum designare. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales: ¶ Si linea recta sup duas lineas rectas ceciderit duoque anguli ex vna parte duob⁹ rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eādē ptē ꝓtractas ꝓculdubio cōiūctim ire. ¶ Duas lineas rectas supficiē nullam concludere.



Communes animi ꝯceptiones sunt hee: ¶ Que vni ⁊ eidē sunt equalia ⁊ sibiīuicē sunt equalia: ¶ Et si equalib⁹ equalia addanť tota quoque fiēt equalia. ¶ Et si ab equalib⁹ eqlia auferanť que relinquūť erūt equalia. ¶ Et si ab ineqlibus equalia demas q̄ relinquūť erūt ineqlia. ¶ Et si ineqlibus equalia addas ipsa quoque fiēt inequalia. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiīuicem erūt equales. ¶ Si fuerint due res quarum vtraque vni⁹ eiusdem fuerit dimidiū vtraque erit equalis alteri. ¶ Si aliqua res alicui superponať applicetque ei nec excedat altera alterā: ille sibiīuicē erunt eqles. ¶ Omne totum ē maius sua pte.

Sciendū est aūt q̄ preter has animi cōceptiōes: siue cōes scias multas alias que numero sunt incōprehensibiles pretermisit Euclides: quarū hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quālibet tertiā eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equales. ¶ Itē alia Quanta est aliqua quantitas ad quālibet aliam eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad aliquam quartā eiusdem generis in quantitatib⁹ continuis: hoc vniuersaliter verum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitudo enim decrescit in infinitū. in numeris aūt non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui⁹ quarti: quoniā numerus crescit in infinitū: sicut magnitudo in in finitum minuitur.

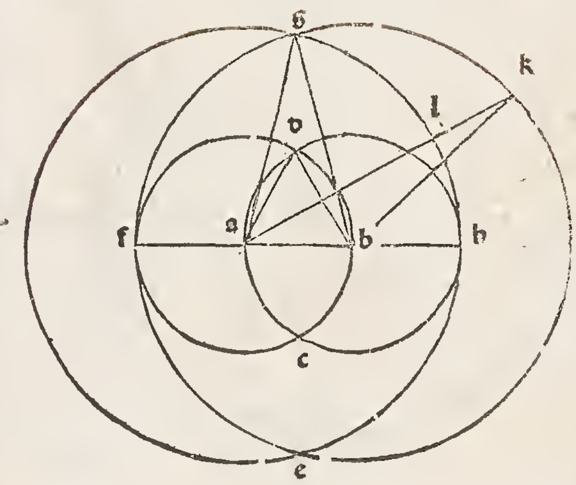


Propositio prima.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.

¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulū equilaterū cōstituere super alterā eius extremitatē. s. in puncto a. ponam pedē circini immobilem: ⁊ alterū pedem mobilem extendam vsque ad. b. ⁊ describā ꝭm quantitatem ipsius linee date per secūdam petitionē circulū. c. b. d. f.

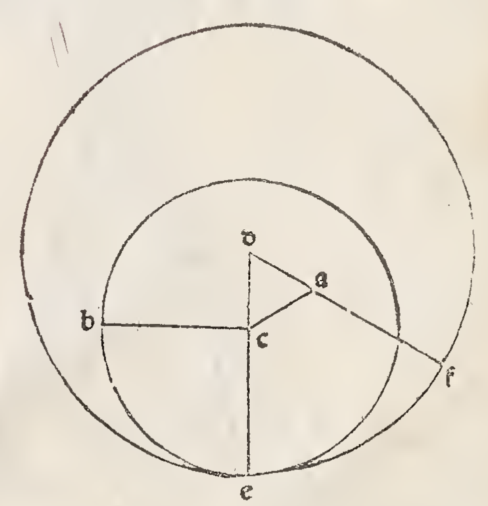
rursus alterā eius extremitatem .s. punctū b. faciam centrū: ⁊ per eandem petitio nem ⁊ ſm eiusdem quantitatem lineabo circulum c.a.d.b. qui circuli intersecabūt se in duobus punctis: que sint .c.d. ⁊ alteram duarū sectionum: sicut sectionem .d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis .d.a.d.b. per primā petitionem: quia ergo a puncto a. qđ est centrum circuli .c.b.d. ꝑtra cte sunt linee a.d. ⁊ a.b. vsqꝫ ad eius circūferentiam ipse erunt equales per diffini tionem circuli. Similiter quoqꝫ: quia a puncto b. quod est centrum circuli .c.a.d. protracte sunt linee b.a. ⁊ a.d. vsqꝫ ad eius circūferentiā ipse erunt ēt equales: qa ergo vtraqꝫ duarū linearū .a.d.b.d. equalis ē linee a.b. vt probatum est: ipse erūt equales inter se per primā cōceptionē: ergo super datam lineam collocauimus tri angulum equilaterū: quod est ꝓpositum. ¶ Si autē super eandē lineaꝫ libeat col locare reliquas duas trianguloꝝ spēs. scꝫ. triangulū duū eqliū laterū ⁊ triangulū triū inequaliū laterū. ꝓtrahat̃ linea .a.b. i vtrāqꝫ ptem vsqꝫ quo occurret circūfe rentie amboꝝ circuloꝝ: sup duo pūcta .f. ⁊ .h. ⁊ posito cētro i pūcto .a. lineet̃ circu lus .c.h.g. ſm quātitatē linee .a.h. Itēqꝫ posito centro in pūcto .b. lineet̃ circulꝰ .e. f.g. ſm quantitatē linee .b.f. hi aūt circuli intersecabūt se i duobꝰ pūctis q̄ sūt e.g. Coniungant̃ igit̃ extremitates date linee cū altera dictarū sectionū p duas lineas rectas q̄ sunt .a.g. b.g. ⁊ quia he linee a.b. ⁊ .a.f. exeunt a centro circuli .c.d.f. ad eius circūferentiā ipse erūt equales. Silr̃ quoqꝫ .a.b. ⁊ .b.h. quia exeūt a centro cir culi .c.a.d.h. vsqꝫ ad ipsius circūferētiā ipse erūt equales: Quia ergo vtraqꝫ dua rū lineaꝝ .a.f. ⁊ .b.h. equalis est linee .a.b. ipse erunt inter se equales. ergo posito a.b. cōi erit .b.f. equalis .a.h. sꝫ .b.f. est equalis .b.g. quia ābo exeūt a centro circu li .e.f.g. ad eius circūferentiam. Similit̃ quoqꝫ .a.h. est equalis .a.g. ⁊ vtraqꝫ earū est maior .a.b. eo ꝙ vtraqꝫ duarū linearum .b.f. ⁊ .a.h. maior est .a.b. quare sup datam lineā collocauimus triangulū duoꝝ equaliū laterū: ¶ Triangulū etiā triū inequaliū laterū sup eandē lineā collocabimꝰ: si aliqđ pūctū exn̄s in circūferentia alterutrius duoꝝ maioꝝ circuloꝝ qđ nō sit in altera duarū sectionū: ⁊ cui nō ob uiet f.h. cū in vtrālibet ptem ꝓtracta fuerit in cōtinuū ⁊ directū: ꝯiunxerimus p duas lineas rectas cū ambabꝰ extremitatibꝰ date linee. Sit. n. pūctus .k. signatꝰ i circūferentia circuli .e.f.g. ⁊ nō sit i altera sectionū nec occurrat ei .f.h. cū ꝓtrahe ret̃ in ꝯtinuū: ⁊ directū vsqꝫ ad eius circūferentiā. ꝓtraham ergo lineas .a.k. ⁊ .b. k. ⁊ secabit linea .a.k. circūferentiā circuli .c.h.g. secet ergo in pūcto .l. eritqꝫ .b.k. equalis .a.l. quia .b.k. est equalis .b.g. ⁊ .a.l. equalis .a.g. quare .a.k. est maior .b. k. sed ⁊ .b.k. est maior .a.b. triangulꝰ ergo .a.b.k. est triū inequaliū laterū: Sic igi tur sup datam lineam omnes trianguloꝝ species collocauimus.



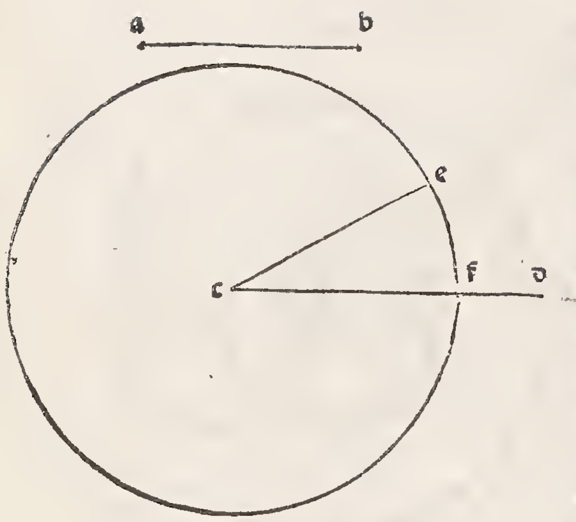
Propositio. 2

A Dato puncto cuilibet linee recte ꝓposite equam rectam lineam ducere.

¶ Sit .a. punctus datus ⁊ .b.c. linea data volo a puncto .a. ducere li neā vnā equalem linee .b.c. in quācūqꝫ ptem contingat: cōiungam ergo punctū .a. cum altera extremitate linee .b.c. cum qua voluero. ⁊ cōiūgā ipsū .a. cū extremitate .c. per lineā .a.c. super quā constituā triangulū eqla terū ſm doctrinā p̄cedentis qui sit .a. c.d. ⁊ in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctū datū .s. in extremitate .c. ponā pedē circini imobilē ⁊ describā su per ipsum circulū ſm quantitatē ipsius date linee q̄ sit circulꝰ .e.b. ⁊ latus triāguli



equilateri qȯ opponit̄ pūcto dato.f.latus.d.c.ꝓtrabam ꝑ centrū circuli descripti vsq3 ad ei⁹ circūferētiā: ⁊ sit tota linea sic ꝓtracta.d.c.e.ƀm cui⁹ quātitatē linea/bo circulū posito centro in.d.qui sit circulus.e.f.⁊ postea ꝓtrabā latus.d.a.vsq3 ad circūferentiā h⁹ vltimi circuli ⁊ occurrat circūferētie ipsius in pūcto.f.dico igit̄ ꝙ.a.f.est equalis.b.c.nam.b.c.⁊.c.e.sunt equales:quia exeūt a centro circuli.c.b ad eius circūferentiā.Silr̄ quoq3.d.f. ⁊.d.e.sunt equales q2 exeūt a centro circuli e.f.ad circūferentiā.sed.d.a.⁊.d.c.sunt equales q2 sunt latera trianguli equilateri ergo si.d.a.⁊.d.c.demant̄.d.e.⁊.d.f.que sunt equales: erūt residua que sūt.a.f.⁊ c.e.equalia q2 g̊ vtraq3 duarū lineaꝝ.a.f.⁊.c.b.ē equalis.c.e.ipse sūt equales int̄ se:quare a pūcto.a.ꝓtraximus lineam.a.f.equalem.b.c.quod ē ꝓpositum.

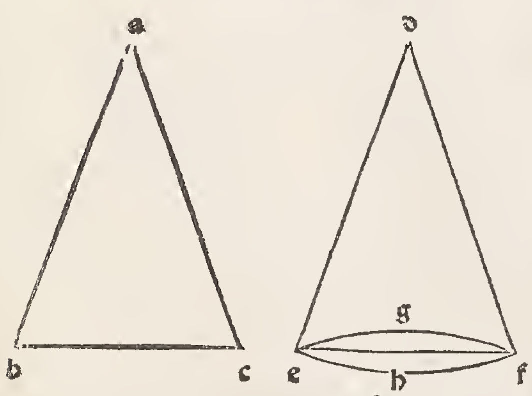


Propositio .3.

PRopositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.

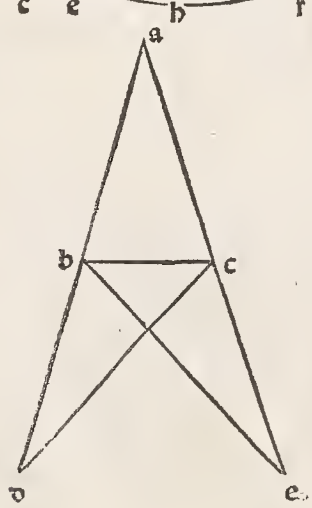
¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ sit.a.b.minor volo ex.c.d.abscindere vnā que sit eq̄lis.a.b.duco p̄mo a pūcto.c.vnā lineā equalē.a.b.ƀ3 qȯ docuit p̄cedens:que sit.c.e.posito ergo centro in pūcto.c.descri/bam circulū ƀm quantitatē.c.e.q̄ secabit lineā.c.d.Sit ergo vt secet eā i pūcto.f. eritq3 linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeūt a centro eiusdem circuli ad cir/cumferētiā:⁊ q2 vtraq3 duarū linearū.a.b.⁊.f.c.est equalis.c.e.ipse sūt int̄ se equa les:quod est ꝓpositum.

Propositio .4.



OMniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint:duoq3 anguli eoꝝ illis equilateribus contenti equales fuerint alter alteri:latera quoq3 illoꝝ reliqua sese respicientia equalia:reliqui vero anguli vni⁹ reliq̄s angulis alterius equales erūt:ac totus triangul⁹ toti triangulo equalis.

¶Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.sitq3 latus.a.b.equale lateri.d.e.⁊ lat⁹.a.c.eq̄le lateri.d.f.⁊ angul⁹.a.equalis angulo.d.tūc dico ꝙ basis.b.c.ē equalis basi.e.f ⁊ angulus.b.equal̄ angulo.e.Itē angul⁹.c.equalis angulo.f.qȯ ꝓbat̄: supponā3 triangulū.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita ꝙ angulus.a.cadat sup̱ angulū d.⁊ lat⁹a.b. sup̱ latus.d.e.⁊ latus.a.c.sup̱ latus.d.f.⁊ p3 per penultimā ꝯceptionē ꝙ nec an guli nec latera sese excedent eo ꝙ angulus.a.est equalis angulo.d.⁊ latera suppo sita his quibus supponunt̄ ꝑ ypothesym.puncta ergo.b.c.cadent sup̱ pūcta.e.f. si ergo linea.b.c.cadit sup̱ lineā.e.f.p3 ꝓpositum:quia cum linea.b.c.superposi/ta linee.e.f.non excedat eā nec excedat̄ ab ea ē ei equalis ꝑ ꝯuersionē penultime conceptiōis:eadem rōne erit angul⁹.b.equalis angulo.e:⁊ angulus.c.eq̄lis angu lo.f.si autem linea.b.c.non cadit super lineam.e.f.sed cadit inter triangulum si/cut linea.e.g.f.aut extra sicut linea.e.h.f.tunc due linee recte concludūt sup̱ficiē quod est contra vltimā petitionē.

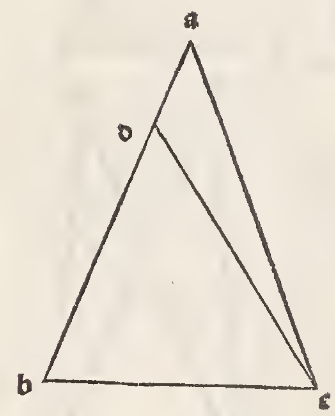


Propositio .5.

OMnes trianguli duu3 eq̄liū laterū angulos qui supra ba sim sunt equales esse necesse est:ꝙ si eius duo equalia la/tera directe ꝓtrahant̄ fient quoq3 sub basi duo anguli inuicem equales.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.a.b.sit equale lateri a.c.dico ꝙ angulus.a.b.c.ē equalis angulo.a.c.b.ꝙ si ꝓtrahant̄.a.b.⁊.a.c. vsq3 ad.d.⁊.e.

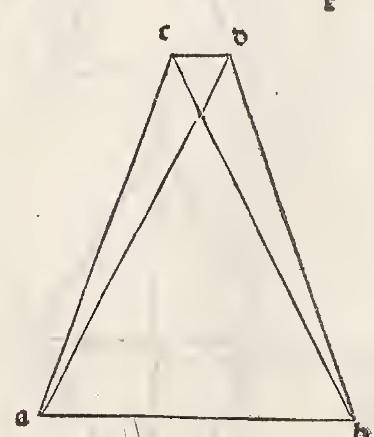
fiet angulus.d.b.c.equalis angulo.e.c.b.quod sic pbatur: protractis.a.b.z.a.c. ponam per tertiam lineam.a.d.equalem linee.a.e.z protrabam lineas.e.b. d.c: z intelligam duos triangulos.a.b.e.z.a.c.d.quos probabo esse equales z equilateros z eqangulos.Sunt.n.duo latera.a.b.z.a.e.trianguli.a.b.e.equalia duob⁹ lateribus.a.c.z.a.d.trianguli.a.c.d.z angulus.a.e cõis vtriqz ergo p pmissã basis.b.c.est equalis basi.c.d.z angulus.e.est equalis angulo.d. z angulus.a.b.e. equalis angulo.a.c.d.Item intelligo duos triangulos.d.b.c.z.e.c.b.quos similiter probabo esse equilateros z equiangulos.nam duo latera.d.b.z.d.c. trianguli b.d.c.sunt equalia duobus lateribus.e.c.z.e.b.trianguli.e.b.c. z angulus.d.est equalis angulo.e.ergo per premissam:basis basi: z reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c.est equalis angulo.e.c.b.z hoc est scdm ppositũ.s.q anguli sub basi equales sunt: z angulus.b.c.d.est equalis angulo.e.b.c.sed totus.a.b.e. est equalis.a.c.d.vt probatum fuit supra.ergo angulus.a.b.c.residuus est equalis angulo.a.c.b.residuo quoꝝ vterqz est super basim:quod pmũ ppositum



Propositio .6.

Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoqz latera angulos illos respicientia equalia erunt.

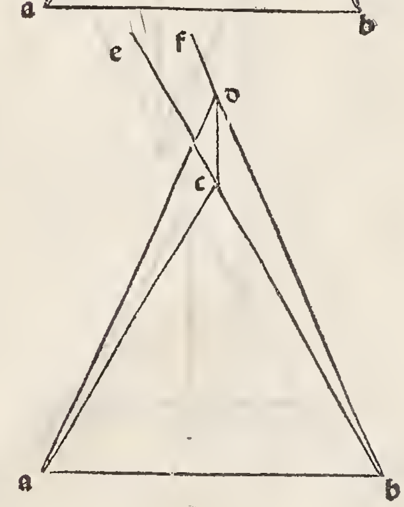
Hec ẽ conuersa pmisse quantum ad pmã eius ptem.Sit enim triangulus.a.b.c.cuius duo anguli.b.z.c.sunt equales dico q lat⁹.a.b.est equalis lateri.a.c.Si eni non sunt equales erit alterũ alto maius.sitqz.a.b.maius quod resecetur ad equalitatem.a.c.per tertiam ppositionez vt superfluum sit a parte.a.z resecetur in puncto.d.sitqz.b.d.equalis.a.c.z ducatᷣ linea.d.c.Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.z.d.b.c.quos pbabo esse equilateros z equiangulos.sunt enim duo latera.d.b.z.b.c.trianguli.d.b.c.eq̃lia duobus lateribus.a.c.z. b.c.trianguli.a.b.c.z angulus.b.equalis angulo.c. totali p ypothesim ergo basis.d.c.est equalis basi.b.a.z angulus.d.c.b.equalis angulo.a c.b.pars vz toti quod est impossibile.

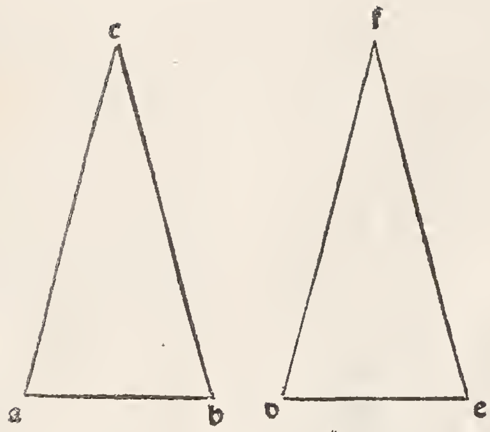


Propositio .7.

Si a duobus punctis aliquam lineã terminantibus due linee ad punctũ vnum concurrentes exierint ab eisdẽ punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales q̃ ad aliũ ꝯcurrãt in eandẽ ptem duci est impossibile.

Sit linea a.b.a cuius extremitatibus ptrahantᷣ due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto vt sint.a.c.z.b.c.que concurrant in puncto.c.dico q in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum:ita q illa que egredietur a pũcto.a. sit equalis linee.a.c.z que egredietur a puncto.b.sit equalᷣ linee.b.c.Quod si fuerit possibile protrahantur alie due linee in eandem partem que concurrant in pũcto.d.z sit linea.a.d.equalis linee.a.c.z linea.b.d.equalis.b.c.aut ergo punctus d.cadet intra triangulum aut extra:nam in altero laterum .a.c.z.b.c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti.Si autem cadat extra aut altera linearum.a. d.z.b.d.secabit alteram linearum.a.c.z.b.c.aut neutra neutram: z secet primo altera alteram z protrahatur linea.c.d.quia ergo trianguli.a.c.d.duo latera.a.c. z.a.d.sunt equalia erit angulus.a.c.d.equalis angulo.a.d.c.per.5.Similiter q̃a in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.z.b.d.sunt equalia erunt ãguli.b.c.d.z.b.d.c

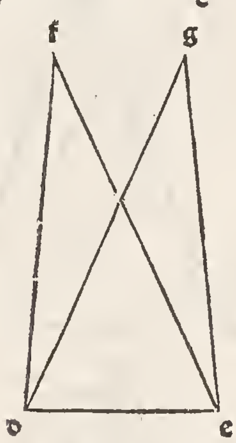




Similiter equales per eandem: ⁊ quia angulus.b.d.c.est maior angulo.a.d.c.se/
quitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo.a.c.d.partem.s.toto quod est ipos/
sibile: Si autem.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita q̄ linee non se secent ꝓtrahã
lineam.d.c.⁊ producam.b.d.⁊.b.d.⁊.b.c.sub basi vsq; ad.f.⁊ ad.e. ⁊ quia linee
a.d.⁊.a.c.sunt equales: erũt anguli.a.c.d.⁊.a.d.c.equales p.5. Similit̃ quia.b.c
⁊.b.d.sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f.⁊.d.c.e.equales p scdã
partem eiusdem: quia ergo angulus.e.c.d.minor est angulo.a.c.d.sequitur angu
lum.f.d.c.esse minorem angulo.a.d.c.quod est impossibile: ⁊ eodem modo dedu
cetur aduersarius ad inconueniens: si.d.pũctus cadat intra triangulũ.a.b.c. ⁊c.

Propositio .8.

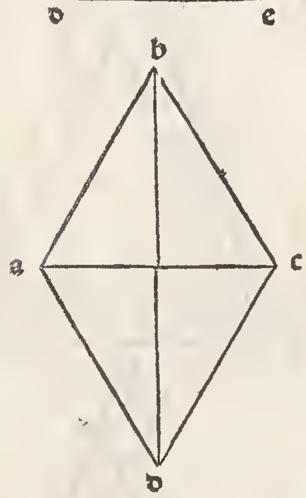
Omnium duorum triangulorum quorum duo latera vni⁹ duo/bus lateribus alterius fuerint equalia: basisq; vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus conten/tos: equales esse necesse est.



Sint duo triãguli.a.b.c. d.e.f.sitq;.a.c.equalis.d.f.⁊.b.e.eq̄lis e.f.⁊.a.b.equalis.d.e.dico q̄ angulus.c.est equalis angulo.f.⁊ angulus.a.angu lo.d.⁊ angulus.b.angulo.e.superponã basim.a.b.basi.d.e.que cum sint equales neutra excedet alterã per penultimã conceptionem: aut ergo punctus.c.cadet su/per punctũ.f.aut non. Si sic: tunc quia angulus.c.superposit⁹ erit angulo.f.⁊ neu ter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis ꝑdicte: Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus.c. non cadit super.f.sed super quemlibet alium qui sit punct⁹.g.quia.e.g. est equalis.b.c. imo eadem: itemq;.d.g.equalis.a.c.erit.e.g.equalis.e.f.⁊.d.g. equalis.d.f.quod est impossibile per precedentem.

Propositio .9.

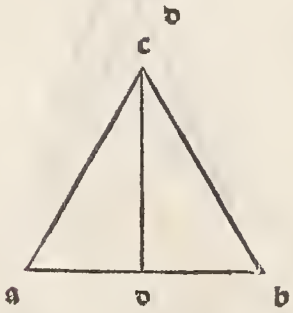
Datum angulum per equalia secare.



Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus.a.b.c.lineas ipsum continentes que sunt.a.b.⁊.b.c.ponam equales per tertiã ⁊ producam lineam.a.c.super quã constituam triangulum equila terum.a.d.c.⁊ protrahã lineã.b.d.dico q̄ ipsa diuidit datũ an/gulũ per equalia: Intelligo duos triangulos.a.b.d.⁊.c.b.d.⁊ quia duo latera a. b.⁊.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b.⁊.b.d.trianguli.c.b d.⁊ basis.a.d.basi.c.d.ergo per precedentem angulus.a.b.d.est equalis angulo c.b.d.quod est ꝓpositum facere.

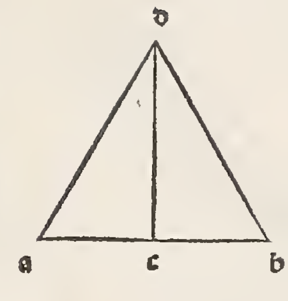
Propositio .10.

Propositam rectam lineam per equalia diuidere.

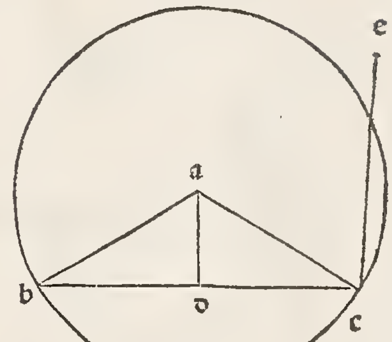


Sit proposita linea quã oportet diuidere p equalia.linea a.b.sup ipsã ꝯstituã triãgulũ eq̃laterũ.a.b.c.⁊ angulũ.c.diuido p eq̃lia sm̃ doctrinã ꝑcedentis per lineam.c.d.dico q̄ linea.c.d.diuidit datã lineã.a.b.p eq̃lia: Intelligo.n.duos triãgulos.a.c.d.⁊.b.c.d.⁊ ar/guo sic: duo lat̃a.a.c.⁊.c.d.trianguli.a.c.d.sũt eq̃lia duob⁹ laterib⁹.b.c.⁊.c.d.triã/guli.b.c.d.⁊ angulus.c.vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.ba si.d.b.quod est ꝓpositum.

Data linea recta a pūcto in ea signato ꝑpēdicularē extrahe re duobꝰ q̄dem angulꝭ eq̄libꝰ ac rectis vtrinq̄ȝ subnixam. ¶ Sit data linea.a.b.in q̄ sit datus pūctus.c.a quo oȝ ꝑpēdicularē extrahere: faciā ḡ ꝑ tertiā lineā.b.c.eq̄lē linee.a.c.⁊ sup totā.a.b.cō stituo triangulū eq̄laterū.a.b.d.⁊ ꝓtrabo.lineā.c.d.ď q̄ dico ꝙ ipa ē ꝑpēdicularis sup lineā.a.b. Intelligo duos triangulos.a.c.d. ⁊.b.c.d. ⁊ q꞉ duo latera.a.c.⁊.c.d.trianguli a.c.d.sūt eq̄lia duobꝰ laterībꝰ.c.b.⁊.c.d.trianguli.c.b. d.⁊ basis.a.d.basi.b.d.erit ꝑ.8.angulꝰ.a.c.d.eq̄lis angulo.b.c.d. q̄re vtq̄ȝ eoꝝ erit rectꝰ ꝑ diffinitōem anguli recti:⁊ linea.c.b.ꝑpēdicularis sup lineā.a.b. ꝑ diffi nitōem linee ꝑpēdicularis:qď ē ꝓpositū. Propositio 12.

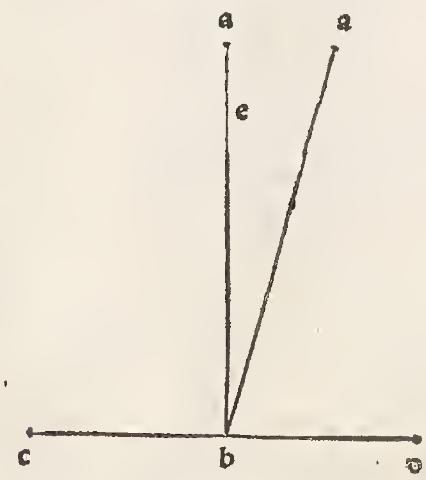


Puncto extra signato ad datā lineā indefinite quantita/ tis perpendicularem deducere.
¶ Sit.a.punctus signatꝰ extra lineā.b.c.a quo ad ipsā oȝ deducē ꝑ/ pēdicularē: ꝓtrabā ergo lineā.b.c.i vtrāq̄ȝ ꝑtē q̄tū libuerit ⁊ super pūctū.a.describā circulū .b.c.sic vt secet lineā datā in pūctis.b.c.et ꝓtrabā lineas.a.b.⁊.a.c.⁊ diuidā angulū.b.a.c.ꝑ eq̄lia ꝑ lineā.a.d.ꝑ.9.dico ꝙ a.d.ē ꝑpēdicularis sup lineā.b.c. Intelligo duos triāgulos.a.b.d.⁊.a.c.d. ⁊ quia duo latera.a.b.⁊.a.d.triāguli.a.b.d.sūt eq̄lia duobus laterībꝰ.a.c.⁊.a.d.trian/ guli.a.c.d.⁊ angulꝰ.a.vniꝰ eq̄lis angulo.a.alteriꝰ erit ꝑ.4.basis.b.d.eq̄lis basi.d. c.⁊ angulus.a.d.b.eq̄lis angulo.a.d.c: q̄re vtq̄ȝ eoꝝ rectꝰ ⁊ linea.a.d. ꝑpēdicula/ ris sup lineā.b.c.ꝑ diffinitōem anguli recti ⁊ linee ꝑpēdicularis:qď ē ꝓpositū.



Propositio .13.

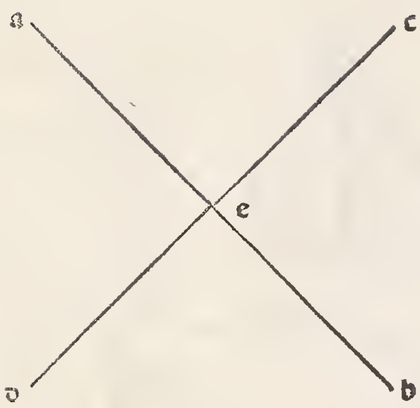
Omnis recte linee sup rectā lineā stantis duo vtrobiq̄ȝ an guli aut sunt recti aut duobus rectis equales.
¶ Sit vt linea.a.b.supstet linee.c.d.q̄ si fuerit sup eā ꝑpēdicularis fa ciet duos angulos rectos ꝑ ꝯuersionē diffinitōis. Si āt nō fuerit sup eā ꝑpēdicularis a pūcto.b.ducaꝭ.b.e.ꝑpēdicularis sup.c.d.ꝑ vndeci mā: erūtq̄ȝ duo anguli e.b.c.⁊.e.b.d.recti ꝑ ꝯuersionē diffinitōis: q꞉ ergo duo an guli.d.b.a.⁊.a.b.e.adequanꝭ angulo.d.b.e.ipse cū āgulo.c.b.e.erūt eq̄les duobꝰ rectis: q̄re tres āguli q̄ sūt.d.b.a. a.b.e.⁊.c.b.e.sūt eq̄les duobꝰ rectis: sȝ āgulꝰ c.b a.ē eq̄lis duobꝰ angulꝭ.c.b.e.⁊.e.b.a.ḡ duo āguli.c.b.a.⁊.a.b.d.sꝭ eq̄les duobꝰ re ctis: qď ē ꝓpositū: Ex quo pȝ ꝙ totū spaciū qď i q̄libȝ supficie plana pūctū qďlibȝ circūstat q̄tuor rectis āgulis eē eq̄le. Propositio .14.



Si due linee a pūcto vniꝰ linee ī diuersas ꝑtes exierint du osq̄ȝ circa se angulos rectos aut duobꝰ rectis equales fe/ cerint: ille due linee sibi directe ꝯiūcte sūt ⁊ linea vna.
¶ Sit vt a pūcto.b.linee.a.b.exeāt due linee in oppositas ꝑtes que sint.b.c.⁊.b.d.⁊ faciūt duos āgulos q̄ sꝭ.c.b.a.⁊.d.b.a.eq̄les duo bus rectis: tūc dico ꝙ due linee.c.b.⁊.d.b.sꝭ sibiīuicē directe ꝯiūcte ⁊ linea vna: ⁊ hec ē q̄si ꝯuersa p̄oris: ꝙ si nō fuerit linea vna tūc ꝓtrahaꝭ .c.b.in ꝯtinuū ⁊ dire/ ctū q̄ q꞉ nō ē linea vna cū.d.b.trāsibit sup eā vt.b.e.aut ifra eā vt.b.f.q꞉ ḡ sup li/ neā rectā q̄ ē.c.b.e.cadit linea.a.b.erūt anguli.c.b.a.⁊ e.b.a: eq̄les duobꝰ rectis ꝑ p̄cedētē: ⁊ q꞉ oēs recti sꝭ ad īuicē eq̄les ꝑ.3.petitōem anguli quoq̄ȝ c.b.a.⁊ d.b.a sꝭ eq̄les duobꝰ angulꝭ rectis ꝑ ypothesym erūt duo āguli.c.b.a.⁊.e.b.a.eq̄les duo/ bus angulꝭ.c.b.a.⁊.d.b.a.ḡ dēpto cōi angulo.c.b.a.erit āgulꝰ e.b.a.eq̄lis angulo



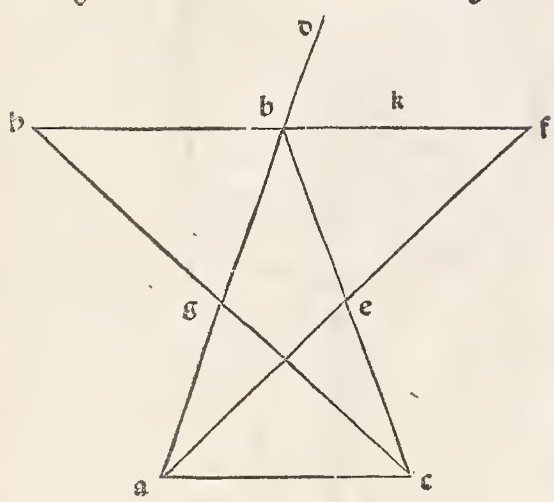
d.b.a. ps toti: quod ē ipossibile: silr lineā.c.b. ꝓtractā ꝓbabis angulū d.b.a. esse eq̄lem angulo.f.b.a. si forte diceret aduersari⁹ lineā.c.b. ꝓtractā cadere īfra.b.d.



Propositio 15.

Omnium duarū linearum se inuicē secātiū: oēs anguli cōtra se positi sūt eq̄les: vnde manifestū est ꝙ cū due linee recte se inuicē secāt q̄tuor q̄ fiūt āgulos q̄tuor rectis eē eq̄les

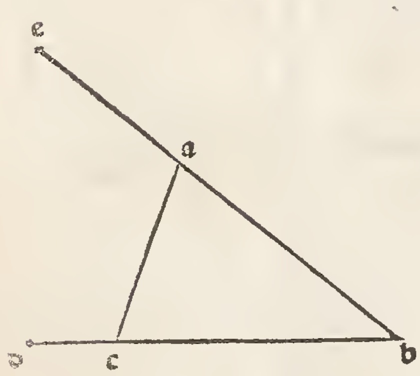
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d. se inuicē secātes ī pūcto.e. dico ꝙ angul⁹ d.e.b. est eq̄lis angulo.a.e.c.⁊ angulus.b.e.c. ē eq̄lis angulo.a.e.d. Erūt.n.p.13. duo anguli.a.e.c.⁊.c.e.b. eq̄les duob⁹ rectis: itēq3 duo anguli.c.e.b. ⁊.d.e.b. eq̄les duobus rectis p eandē: q̄re duo pmi sīt eq̄les duob⁹ postremis eo ꝙ oēs recti sūt ad inuicē equales p.4. petitionē: dempto ergo cōi angulo q̄ ē c.e.b. erit angulus.a.e.c. eq̄lis angulo.d.e.b. Eodē mō ꝓbabit angulū.c.e.b. eē eq̄lē angulo.a.e.d. qd̄ ē ꝓpositū.



Propositio 16

Si quodlibet laterū trianguli directe ꝓtrahat̄ faciet angulum extrinsecum vtroq3 angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

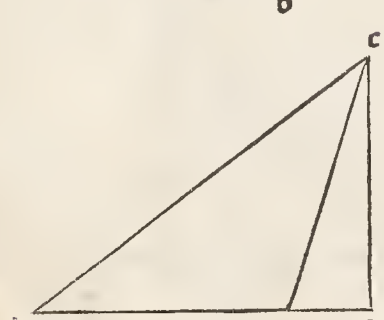
¶ Sit vt trianguli.a.b.c. latus.a.b. ꝓtrahat̄ vsq3 ad.d. dico ꝙ angulus.d.b.c. maior ē vtroq3 duoꝝ anguloꝝ itrinsecoꝝ sibi oppositorū q̄ sūt.b.a.c.⁊.b.c.a. diuidā.n.p.10. lineā.c.b. p eq̄lia in pūcto.e.⁊ ꝓtrahā.a.e. vsq3 ad.f. ita vt.e.f. fiat eq̄lis.a.e. ⁊ ꝓtrahā lineā.f.b. intelligo duos triangulos c.e.a.⁊.b.e.f.⁊ q2 duo latera.a.e.⁊.e.c. trianguli.a.e.c. sūt eq̄lia duobus laterib⁹ f.e.⁊.e.b. trianguli.f.e.b.⁊ angulus.e. vnius ē eq̄lis angulo.e. alteri⁹ p pmissā q̄a sūt anguli ꝯpositi: erit p.4. angul⁹.e.c.a. eq̄lis angulo.e.b.f.⁊ iō angulus.e.b.d. maior erit angulo.b.c.a. Silr quoq3 ꝓbabitur ꝙ est maior angulo.c.a.b. na3 diuidam.a.b.p eq̄lia in pūcto.g.p.10.⁊ ꝓtraha3 lineā.g.h. equalē linee.c.g.p.3. postea ꝓtrahā.h.b.k. erūtq3 duoꝝ triāguloꝝ q̄ sūt.a.g.c.⁊.b.g.h. duo latera.a.g.⁊ g.c. pmi eq̄lia duob⁹ laterib⁹.b.g.⁊.b.h. scd̄i: ⁊ angulus.g. vni⁹ angulo.g. alteri⁹ p 15. ergo p.4. angulus.g.c.a. est eq̄lis angulo.g.b.h. q̄re p.15.⁊ angulo.k.b.d ⁊ q2 angulus.c.b.d. ē maior angulo.k.b.d. erit etiā maior āgulo.b.a.c. qd̄ ē ꝓpositū.



Propositio .17.

Omnis triāguli duo q̄libet āguli duob⁹ rectis sūt minores.

¶ Sit triangulus.a.b.c. dico ꝙ duo q̄libet ei⁹ anguli duob⁹ rectis sūt minores: ꝓtrahat̄.n. vnū latus eius vt.b.c. vsq3 ad.d. eritq3 p pcedentē angulus.c. extrinsecus maior.a.⁊ maior.b. s3.c. extrinsec⁹ cum c. intrinseco ē eq̄lis duobus rectis p.13. ḡ anguli.b.⁊.c. intrinseci siue anguli.a.⁊.c. intrinseci sūt minores duobus rectis: silr si ꝓtrahat̄ latus.b.a. ꝓbabit̄ ꝙ duo anguli.a.⁊.b. sunt minores duobus rectis: quod ē ꝓpositū.



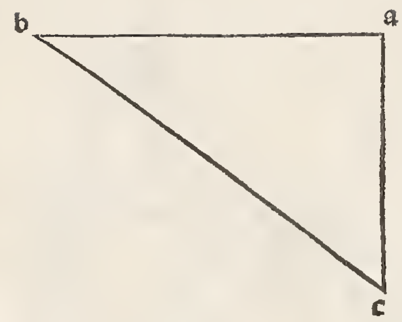
Propositio .18.

Omnis trianguli lōgius lat⁹ maiori angulo oppositū est.

¶ Sit vt i tangulo.a.b.c. āgul⁹.a. sit maior āgulo.c. dico ꝙ lat⁹ c.b. maior erit latere.a.b. Si.n. sit eq̄le erit p.5. āgul⁹ a. eq̄l angulo.c. qd̄ ē ꝯ ypothesym: si aūt.a.b. sit mai⁹ resecet̄ ad eq̄litatē.c.b.p.3. sitq3.d b. eq̄le.c.b. erit ḡ p.5. āgul⁹ d.c.b. eq̄l anglo.b.d.c. s3.b.d.c. ē maior āgulo.b.a.c.p.16. ḡ .b.c.d. ē maior.b.a.c. q̄re mlto forti⁹ maior.a.c.b. ps toto: qd̄ ē ipossibile.

Propositio .19.

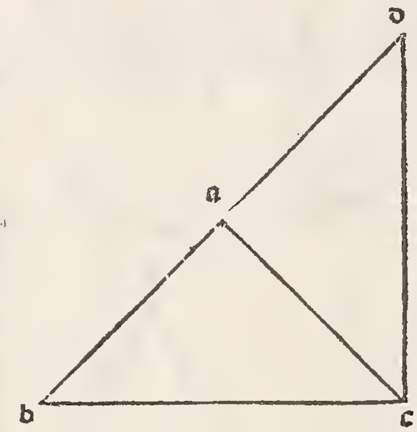
OMnis trianguli maiori angulo longius latus oppositū ē ¶ Sit vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit mai⁹ latere.a.b.dico q̄ angul⁹.a.erit maior angulo.c.⁊ ē ꝯuersa ꝑcedētis:si.n.sit eq̄lis tūc p.6. latus.a.b.ē eq̄le lateri.b.c.qđ est ꝯ ypothesym:Si āt.c.sit maior tūc p ꝑcedentē latus.a.b.ē mai⁹ latere.b.c.qđ ē ꝯ ypothesym q̄re astruit̄ ꝓpositum.



Propositio 20.

OMnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

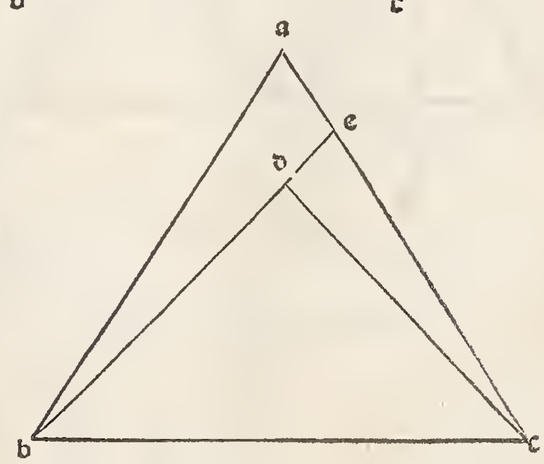
¶ Sit triāgul⁹.a.b.c.dico q̄ duo latera.a.b.⁊.a.c.sūt lōgiora latere b.c.ꝓtrahat̄ linea.b.a.vsq₃ ad.d.ita vt a.d.sit eq̄lis.a.c.⁊ ꝓtrahat̄ c.d.p.5.erit angulus.a.c.d.eq̄lis angulo.d.q̄re angul⁹.b.c.d.ē maior angulo.d.ergo p.18.latus.b.d.est mai⁹ latere.b.c.s₃.b.d.ē eq̄le.a.b.⁊ a.c.q̄re b.a.⁊.a.c.sil̄ iūcta sīt maiora.b.c.



Propositio .21.

SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris triāguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctū vnū ꝯueniant eedē duabus quidē reliquis trianguli lineis breuiores erunt ⁊ maiorē angulum continebunt.

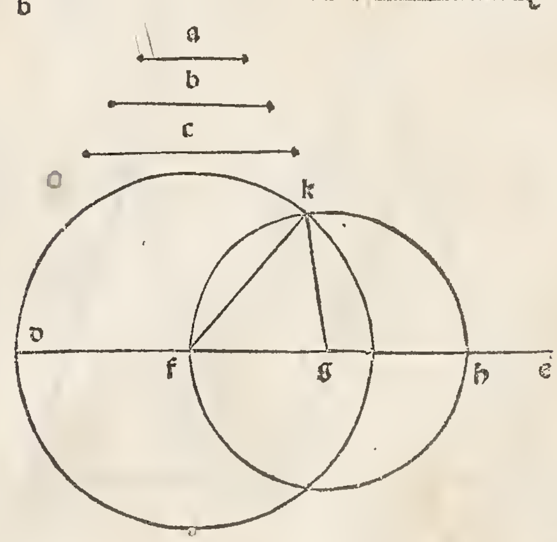
¶ Sit vt in triangulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris.b.c.concurrant due linee.b d.⁊.c.d.ad punctū.d.intra triangulum.a.b.c.dico q̄ ipse simul iuncte sūt breuiores duabus lineis.a.b.⁊.a.c.sil̄ iunctis ⁊ q̄ angulus.d.ē maior angulo.a.ꝓtrahā eni.b.d.vsq₃ quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntq₃ per.20.b.a.⁊.a.e.simul iū/cte maiores.b.e.ergo.b.a.⁊.a.c.sunt maiores.b.e.⁊.e.c. At vero.d.e.⁊.e.c. siml̄ iuncte p eandē sūt maiores.d.c.q̄re.b.e.⁊ e.c.sunt maiores.b.d.⁊.d.c.⁊ q2.b.a.⁊ a.c.sunt maiores.b.e.⁊.e.c.vt ꝓbatū ē prius erūt multo fortius maiores.b.d. et d.c.qđ ē pmū ꝓpositum:At qm̄ angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c. p.16. et angulus.d.e.c.ē maior angulo.e.a.b.p eandē:erit angulus.b.d.c.multo forti⁹ maior angulo.b.a.c.qđ ē scđ₃ ꝓpositū.



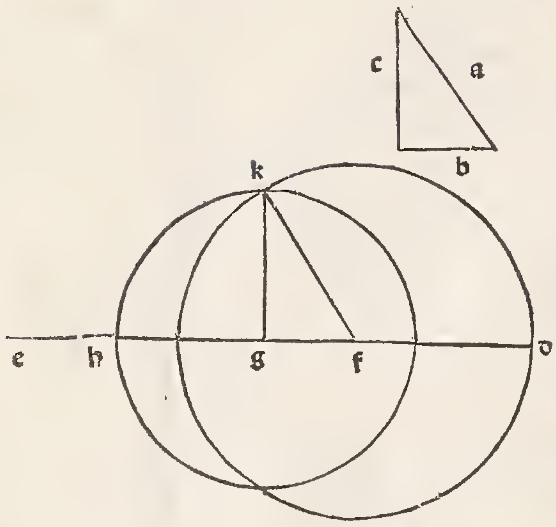
Propositio .22.

PRopositis tribus lineis rectis quarū due quelibet simul iuncte relique sint longiores de tribus alijs lineis sibi e/qualibus triangulum constituere.

¶ Sint tres linee recte ꝓposite.a.b.c.⁊ sint quelibet due sil̄ iūcte longiores reliq̄.alit̄.n.ex illis tribus eq̄libus triangul⁹ non possct constitui p.20.cū g̃ ex illis tribus ꝑdictis volo ꝯstituere triangulū:sūmo lineā rectam que sit.d.e.cui nō pono a pte.e.determiatū finē:đ q̄ sūmo p.3.d.f.equalē.a.⁊.f.g equalē.b.⁊.g.h.eq̄lem.c.scđoq₃ puncto.f.centro describo ꝺm quantitatē linee.f.d. circulū.d.k.iteq₃ facto.g.centro describo ꝺm q̄titatē linee.g.h.k.h.q̄ circuli iter/secabunt se in duobus punctis quoꝝ vnū sit.k.alioquin sequeret̄ vnā dictaꝝ linearū esse equalē alijs duab⁹ iunctis aut maioreꝫ eis:quod est ꝯtrium poni:duco ergo lineā.k.f.⁊.k.g.eritq₃ triangulus.k.f.g.constitutus ex tribus lineis eq̄lib⁹ lineis a.b.c.datis:sūt enim.f.d.⁊.f.k.equales qm̄ sunt a centro ad circūferentiā quare f.k.ē equalis.a. Similit̄q₃.g.h.⁊.g.k.sunt equales:quia exeunt a centro ad circū/ferentiam:quare.g.k.est equalis c.⁊ quia.g.f.sūpta fuit equalis.b.patet proposi/tum manifeste.



Propositio .23.



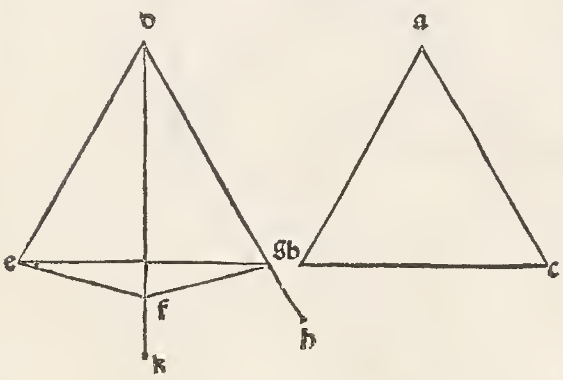
Data recta linea sup terminū eius cuilibet angulo ꝓposito equum angulum designare.

Sit data linea .f.e. que ē in superiori figura: ꝛ sint linee .b.a. ꝯtinentes āgulū datū cui subtendā basim .c. sup pūctū .f. linee .e.f. iubēre facere eq̄lē angulū angulo dato ad lineā .e.f. adiūgo .f.d. eq̄lem linee .a ꝛ ex .f.e. sūmo .f.g. eq̄lē .b. ꝛ ex .g.e. sūmo .g.h. eq̄lē .c. ꝛ sup puncta .f. ꝛ .g. describo duos circulos .d.k. ꝛ .k.h. ſm quantitatē duarū linearū .f.d. ꝛ .g.h. ꝛ intersecātes se in pūcto .k. sicut docuit p̄cedēs: ductisq; lineis .k.f. ꝛ .k.g. erūt eq̄lia duo latera .k.f. ꝛ .f.g. trianguli .k.f.g. duobus laterib⁹ .a. ꝛ .b. trianguli .a.b.c. ꝛ basis .g.k eq̄lis basi .c. ergo p .8. angul⁹ .k.f.g. eq̄l' erit angulo ꝯtēto ab .a. ꝛ a.b. qđ ē ꝓpositum.

Propositio 24.

Omniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̄lia: si fuerit anguloꝝ sub illis eq̄s laterib⁹ ꝯtētoꝝ alter altero maior basis quoq; eiusdē basi alterius maior erit.

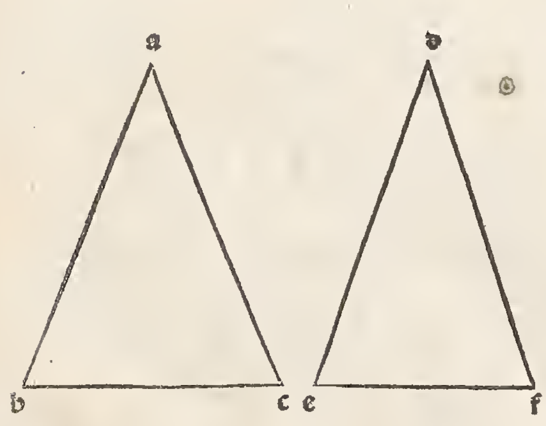
¶ Sint duo triāguli .a.b.c. ꝛ .d.e.f. sintq; duo latera .a.b. ꝛ .a.c. eq̄lia duob⁹ laterib⁹ .d.e. ꝛ .d.f. ꝛ vnūquodq; suo correlatio dextrū .s. dextro: sinistrū q; sinistro: sitq; angulus .a. maior angulo .d. dato: dico ꝙ basis .b.c. maior erit basi .e.f. faciā .n. iuxta doctrinā p̄cedentis .e.d.g. eq̄lē angulo .a. eritq; āgulus .e.d.f. ps ei⁹ ꝛ ponā .d.g. eq̄lē .a.c. ꝛ ꝓtrahā .e.g. q̄ aut trāsibit sup̄ .e.f. vt secet lineā .d.f. aut sup .e.f. vt sit secū linea vna: aut infra. Transeat ergo p̄mo sup̄: ꝛ q2 .a.b. ꝛ .a.c latera triāguli .a.b.c. sūt eq̄lia .e.d. ꝛ .d.g. laterib⁹ trianguli .e.d.g. ꝛ angul⁹ .a. angulo .d. totali: erit p .8. basis .b.c. eq̄lis basi .e.g. At v̄o q2 .d.g. ꝛ .d.f. sūt eq̄les: nam v̄traq; ē eq̄lis .a.c. erit p .5. angul⁹ .d.f.g. eq̄lis angulo .d.g.f. q̄re d.f.g. maior erit f.g.e. ḡ .e.f.g. m̄lto forti⁹ maior ē eodē .f.g.e. ḡ p .19. lat⁹ .e.g. mai⁹ ē latere .e.f. q̄re ꝛ .b.c. maior ē .e.f. qđ ē ꝓpositū. Si v̄o .e.g. trāseat sup .e.f. ꝛ sit secū linea vna tūc e.f. erit ps .e.g. ꝑ vltimā ḡ ꝯceptōem p3 ꝓpositū. Si v̄o .e.g. trāseat īfra .e.f. ꝓtrabant̄ due linee .d.f. ꝛ .d.g. q̄ sūt eq̄les vt ꝓbatū ē vsq; ad .k. ꝛ ad .h. fietq; ꝑ scđa3 ptē .qnte sub basi .f.g. anguli .k.f.g. ꝛ .f.g.h. eq̄les: q̄re angul⁹ .e.f.g. maior erit angulo .f.g.e. ergo p .19. lat⁹ .e.g. mai⁹ ē latere .e.f. q̄re .b.c. maior ē .e.f. qđ ē ꝓpositū. Istud vltimū mēbrū poss3 ēt ꝓbari p .21. ꝑ ipsā .n. erunt ī dispositōe t̄tia due linee .d.g. ꝛ .e.g. maiores duabus lineis .d.f. ꝛ .f.e. ꝛ q2 .d.g. ē eq̄lis .d.f. ꝓpt̄ hoc ꝙ ambe sūt eq̄les .a.c. erit .g.e. maior .e.f. q̄re ꝛ .b.c. maior: qđ ē ꝓpositū: meli⁹ t̄n est demonstrare priori mō vt in omni dispositōe arguat̄ per quintam.



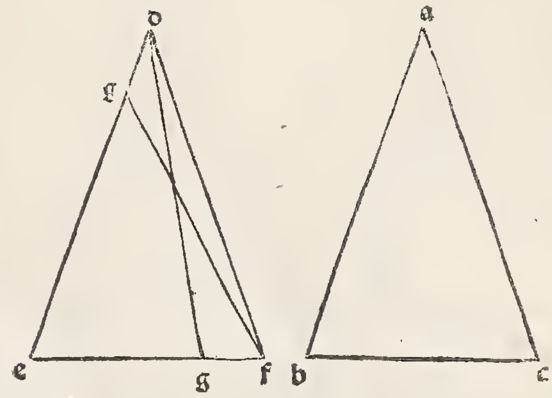
Propositio 25.

Omniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̄lia: basis v̄o vni⁹ basi alteri⁹ fuerit maior: erit quoq; angul⁹ trianguli maioris illis eq̄s laterib⁹ contentus angulo alterius se respiciente maior.

¶ Sint duo triāguli .a.b.c. d.e.f. sintq; duo lat̄a .a.b. ꝛ .a.c. p̄mi eq̄lia duob⁹ laterib⁹ .d.e. ꝛ .d.f. scđi vnūquodq; suo correlatio: sitq; basis .b.c. maior basi .e.f. dico ꝙ āgul⁹ .a. maior erit anglō .d. hec ē ꝯuersa p̄cedētis: Eq̄lis q̄dē non erit: sic .n. esset p .4. basis .b.c. eq̄lis basi .e.f. qđ ē ꝯ ypothesym: sed nec minor quia sic esset .d. maior: ꝛ ita ꝑ p̄cedētē basis .e.f. erit maior basi .b.c. qđ ē ꝯriū ꝓpositiōi q̄re maior erit sicq; ꝓpositū astruit̄. Propō .26.

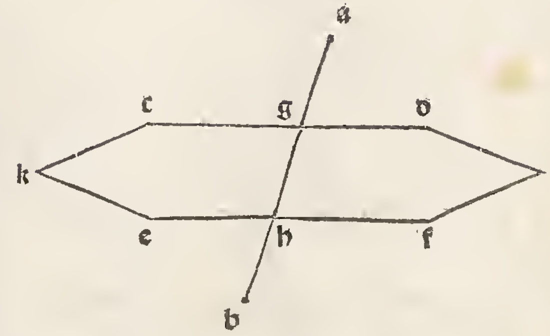


Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli vnius duobus angulis alterius et vterque se respicienti eq̄les fuerint latus quoque vni⁹ lateri alterius equale: fueritque latus illud inter duos angulos eq̄les aut vni eorum oppositū: erūt quoque duo vni⁹ reliq̄ latera duob⁹ reliq̄s alteri⁹ trianguli laterib⁹ vnū quodque se respicienti equalia: angulusque reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.



¶ Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.sitque angulus.b.eq̄lis angulo.e.et.angulus.c. equalis āgulo.f. sitque latus.b.c.eq̄le lateri.e.f. aut alterū duorum laterū.a.b.et.a.c. equale alteri duorum laterū.d.e.et.d.f.ita quod.a.b.sit eq̄le d.e.aut.a.c.d.f.dico quod reliqua duo latera vni⁹ erūt eq̄lia reliq̄s duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ et reliqu⁹ angul⁹ reliquo angulo eq̄lis:āgul⁹ vz.a.āgulo.d.ponā ergo pmo vt lat⁹.b.c.sup q̄d iacent anguli b.c.sit eq̄le lateri.e.f.sup q̄d iacent anguli.e.f.qui positi sūt eq̄les angulis.b.c.tūc dico quod latus.a.b.est eq̄le lateri.d.e.et latus.a.c.lateri.d.f.et angulus.a.angulo.d Si.n.latus.a.b.non sit equale lateri.d.e.alterū erit maius: sit ergo mai⁹.d.e. q̄d resecabo ad equalitatē.a.b.sitque.g.e.equale.a.b.et pducā lineā.g.f.eritque per.4. angulus.g.f.e.eq̄lis angulo.a.c.b.q̄re et angulo.d.f.e.ps toti quod ē ipossibile: erit ergo .d.e.eq̄le.a.b.ergo p.4.d.f.eq̄le.a.c.et angulus.d.eq̄lis angulo.a.q̄d est pmū mēbrū diuisiōis pposite: Sint rursus vt pri⁹ duo anguli.b.et.c.eq̄les duobus angulis.e.et.f.sitque latus.a.b.quod opponit angulo.c.eq̄le lateri.d.e.q̄d opponit angulo.f.cui positus ē eq̄lis angulus.c.dico quod latus.b.c.erit eq̄le lateri.e.f et latus.a.c.lateri.d.f.et angulus.a.angulo.d.Si.n.latus.e.f.nō fuerit equale lateri.b.c.erit alterū maius:sit ergo.e.f.maius:ponat itaque.e.g.eq̄le.b.c.et pducā lineā.d.g.eritque p.4.angulus.d.g.e.equalis angulo.a.c.b.q̄re et angulo.d.f.e. extrinsec⁹ videlz itrinseco q̄d ē ipossibile:p.16.erit ergo.e.f.eq̄le.b.c.ergo p.4.latus.d.f.equale lateri.a.c.et angulus.d.totalis angulo.a.q̄d ē scdm mēbrum diuisionis pposite:q̄re totū manifeste pz. Propositio .27.

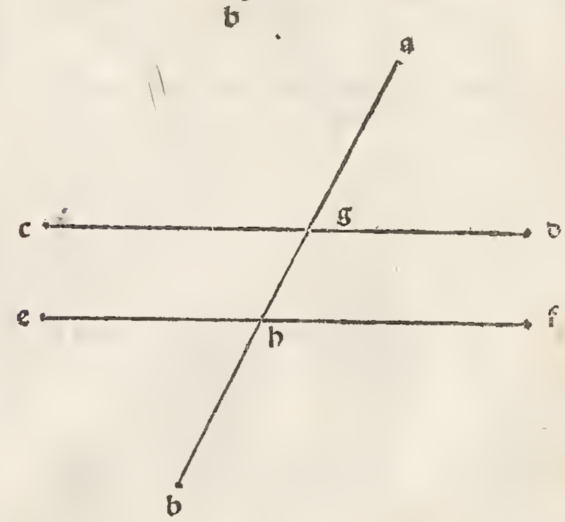
Si recta linea sup duas lineas rectas ceciderit duosque angulos coalternos sibiīuicē equales fecerit ille due linee erūt equidistantes.



¶ Sit vt linea.a.b.cadat super duas lineas.c.d.et.e.f.et secet lineā c.d.in puncto.g.et lineam.e.f.in puncto.h.sitque angulus.d.g.h. eq̄lis angulo.e.h.g.dico quod linee.c.d.et.e.f.sūt eq̄distātes.Si.n.nō pcurrant aut ad ptē.c.e.sup pūctū.k.aut a pte.d.f.sup pūctū.l.et q̄litcūque fuerit accidet ipossibile p.16.videlz angulū extrinsecū eē eq̄lē itrinseco:nā vn⁹ dictorum angulorum coaltnorū q̄ positi sūt eq̄les erit extrinsec⁹ et reliquus intrinsec⁹:qz igit ipossibile ē eas pcurrē i alterutrā ptē ptractas ipse p diffinitōem erūt eq̄distātes:quod est ppositum.

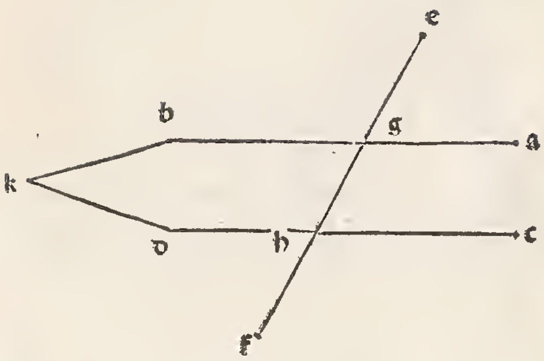
Propositio .28.

Si linea recta duabus lineis rectis supuenerit fueritque angulus eius itrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli itrinseci ex vna parte duob⁹ angulis rectis eq̄les ille due linee equidistantes erunt.

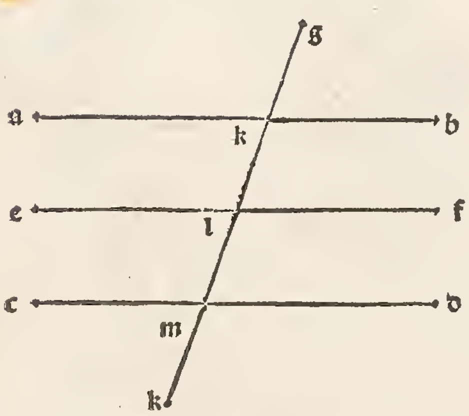


¶ Sit vt linea.a.b.secet duas lineas.c.d.et.e.f.i pūcto g.et.h.sitque angulus.g.extrinsecus equalis angulo.h.intrinseco ex eadem parte sumpto :aut duo anguli.g.et.h.intrinseci ex eadez parte sumpti sint equales duobus angulis

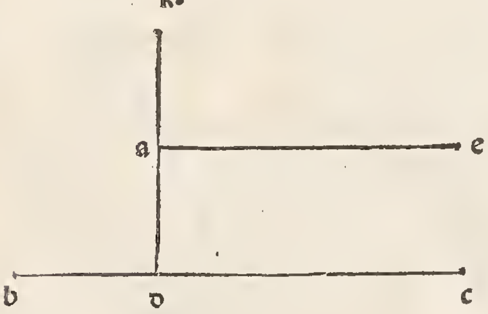
rectis: dico q̄ due linee .c.d.et.e.f. sunt equidistantes. Sit ergo p̄mo angulus .d.g.a equalis angulo .f.b.g. eritq; per .15. angulus .c.g.b. equalis eidem angulo .f.b.g. q̄re p̄ p̄missam .d.et.e.f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli .d.g.b.et.f.b g. equales duobus rectis: et q̄r p̄.13. duo anguli .d.g.b.et.c.g.b. sūt sil'r eq̄les duo/bus rectis erit angulus .c.g.b. eq̄lis angulo .f.b.g. q̄re p̄ p̄missā .c.d.et.e.f. erūt eq̄ distantes: quod est ꝓpositū. Propositio 29.



Si duabus lineis equidistantibus linea supuenerit duo an/guli coalterni equales erūt: angulusq; extrīsecus angulo intrinseco sibi opposito eq̄lis. Itēq; duo anguli intrinseci ex alterutra pte consti tuti duobus rectis angul' equales. ¶ Sint due linee .a.b.et.c.d. equidistantes super quas cadat linea .e f. secans eas in punctis .g.et.h. dico q̄ anguli .g.et.h. coalterni sūt eq̄les: et q̄ angulus .g. extrinsecus est equalis angulo .h. intrinseco sibi opposito ex eadem pte sū/pto: et q̄ anguli .g.et.h. intrinseci ex eadem pte sūpti sunt eq̄les duobus rectis: et hec est ꝯuersa duarū p̄cedentiū. Primū sic p3: Si.eni āgulus .b.g.h. nō ē eq̄lis angulo .c.h.g. alter eoꝝ erit maior. sit ḡ maior āgulus .c.h.g. et q̄r duo āguli .c.h.g.et.g.h.d sunt equales duobus rectis ergo p.13. erunt duo anguli .b.g.h.et.d.h.g. minores duobus rectis ergo per quartā petitionem due linee .a.b.et.c.d. si protrahant' ꝯcurrēt in pte .b.et.d. ad punctum aliquē vt ad .k. non ergo sūt eq̄distantes p̄ diffi nitionem qd ē ꝯ ypothesim: et q̄r hoc est impossibile. erūt igit' duo anguli coalterni b.g.h.et.c.h.g. eq̄les quod est p̄mū ꝓpositū. Ex hoc p3 secūdū: ē.n.p.15. angulus b.g.h. equalis angulo .a.g.e. ergo angulus .a.g.e. erit eq̄lis angulo .c.h.g. extrin/secus v3 intrinseco: quod ē scdꝫ ꝓpositū. Ex hoc rursus p3 tertiū: Sūt.n.p.13. duo anguli .a.g.e.et.a.g.h. eq̄les duobus rectis. ergo duo anguli .a.g.h.et.c.h.g. erunt etiā eq̄les duobus rectis q̄ sunt duo intrinseci ex eadem pte sūpti: qd ē tertiū ꝓpo situm. Propositio .30.



Si fuerint due linee vni equidistantes eedem sibiīuicē e/quidistantes erunt.
¶ Sint due linee .a.b.et.c.d. quarū vtraq; eq̄distet linee .e f. dico il/las duas videl3 .a.b.et.c.d. esse equidistantes. hoc aūt est vniuersali ter veꝝ siue due linee .a.b.et.c.d. sint in vna supficie cū linea .e.f. siue non: hic tñ non intelligit' nisi ꝯm q̄ oēs sunt in superficie vna: scdm.n. q̄ sūt in di uersis superficiebus ꝓbat' i nona. libri .ii. q̄ sunt equidistātes. Sint ergo i oēs sup/ficie vna: ꝓtrahā aūt lineā .g.h. secātem lineas .a.b.et.c.d. in punctis .k.l.m. et qa a.b. equidistat .e.f. erit angulus .b.k.l. equalis angulo .e.l.k. per p̄mā ptem p̄cedē tis cum illi sint coalterni: atq; .c.d. equidistat .e.f. erit angulus .k.l.e. extrinsecus eq̄/lis angulo .l.m.c. intrinseco p scdam ptem p̄cedentis ergo angulus .b.k.l. est equa lis angulo .c.m.l. qui cū sint coalterni erūt p.27. linee .a.b.et.c.d. equidistātes: qd est ꝓpositum. Propositio .31.



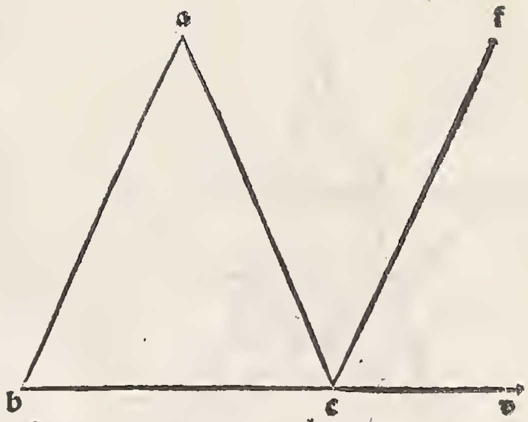
A puncto extra lineam dato linee proposite equidistantē ducere.
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq; pro/trahatur per ipsū nō transit. Sit ergo punctus .a. datus extra lineā b.c. aquo oportet protrahere lineam equidistantem .b.c. protra/bo lineam .a.d. qualitercunq; contingat et super punctum .a. qui est extremitas

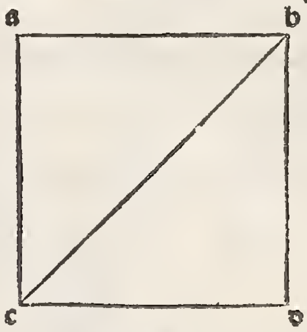
lincē.a.d.constituo angulū.e.a.d.p doctrinā.23.equalem angulo.b.d.a.sibi coalterno:eritq3.a.e.equidistās.b.c.p.27.quod est ppositum.

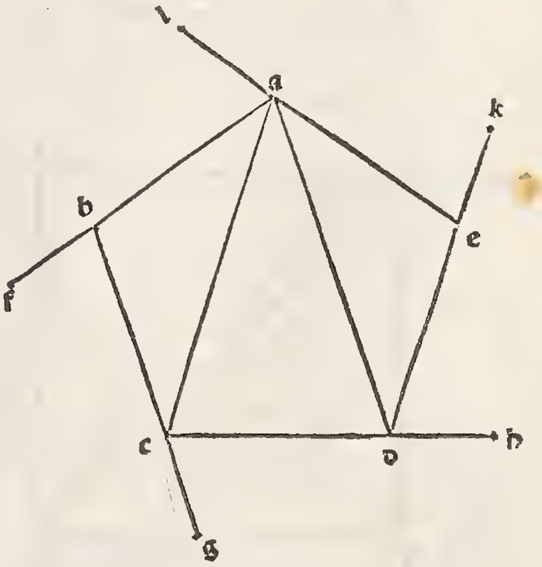
Propositio .32.

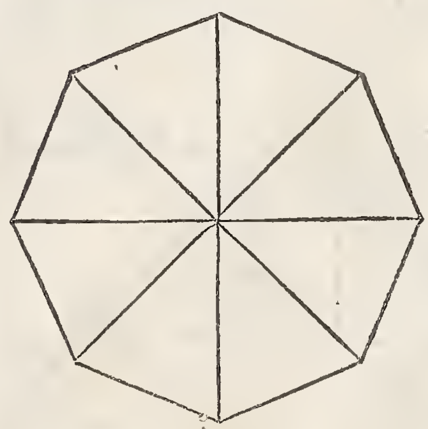
Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autē tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

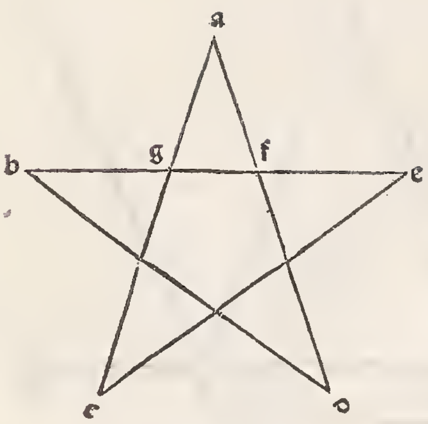
¶ Sit triangulus a.b.c.cuius lat⁹b.c. ptrahat̄ vsq3 ad.d.dico q̄ angulus.c.extrinsecus ē eq̄lis duob⁹ angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis sil̄ iūctis: ⁊ q̄ tres anguli trianguli.a.b.c.sil̄ iuncti sūt eq̄les duob⁹ rectis. A puncto.c.ptrabam.c.f.eq̄distantē.a.b.ɓm doctrinā p̄cedētis: eritq3 angul⁹.f.c.a.eq̄lis angulo.a.q2 sūt coalterni p p̄mā ptē.29.⁊ angulus.f.c.d.extrinsec⁹eq̄lis angulo.b.intrinseco p scd̄am ptem eiusdē:q̄re tot⁹.a.c.d.extrinsec⁹ē equal̄ duob⁹ angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis:qd̄ ē p̄mū .⁊ q2 duo anguli.a.c.b.⁊.a.c.d.sūt eq̄les duob⁹rectis p.13.erūt tres anguli.a.b.⁊.c.intrīseci eq̄les duob⁹rectis: qd̄ ē scd̄m ppositū. ¶ Ex hac aūt p3 q̄ oīs figure poligonie oēs anguli sil̄ sumpti tot rectis angulis sūt eq̄les quot⁹ē nūer⁹ quo a p̄ma destiterit duplicat⁹: vbi grā Poligoniarū figurarū ē triangula p̄ma:q2 si ess3 duaꝝ lineaꝝ:cū figura sit clausio linearū:tunc due linee recte includerent supficiē qd̄ ē ipossibile p vltimā petitionē Quadrilatera scd̄a:penthagona 3ᵃ.sil̄r aūt q̄libet tota erit i ordie quotus erit numer⁹ laterū aut anguloꝝ ei⁹inde dempto binario. Dico ḡ q̄ trīāgule q̄ ē p̄ma oēs anguli sūt eq̄les duob⁹rectis. Quadrilatere q̄ ē scd̄a erūt eq̄lis q̄tuor rectis ⁊ penthagone q̄ ē t̄tia erūt eq̄les sex rectis. hoc aūt inde manifestū ē q̄m̄ cū q̄libet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis anguloꝝ eius ad oēs angulos oppositos:sintq3 oēs anguli oīs trianguli duobus rectis eq̄les erūt oēs laterate figure oēs āguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a p̄ma:quod ē ppositū. Sit.n.exēpli grā: Penthagon⁹.a.b.c.d.e.a cuius angulo.a.ducā lineas ad angulos.c.d.sibi oppositos:eritq3 tot⁹ penthago n⁹ resolutus in triangulos.a.b.c.a.c.d.⁊.a.d.e.quoꝝ cū cuiuslibet sint anguli eq̄les duob⁹rectis erūt penthagoni anguli eq̄les sex rectis:qd̄ ē duplū ei⁹nūeri quo a p̄ma distat siue duplum numeri angulorum aut laterum ei⁹ inde dempto binario. ¶ Possum⁹ quoq3 ⁊ sic idē ppon̄e dicentes q̄ oīs figure poligonie oēs anguli pariter accepti sūt tot rectis angulis eq̄les q̄tus est numer⁹quē ei⁹anguli duplicant inde dēptis q̄tuor.pūcto.n.quolibet intra figurā signato ⁊ ab eo ad singulos āgulos lineis ptractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quāti fuerit ei⁹ anguli: id q3 oēs anguli oīum illoꝝ trianguloꝝ piter accepti tot rectis angulis erūt eq̄les quātus ē numer⁹quē duplicāt anguli pposite figure:cū itaq3 sint oēs anguli triangulоꝝ in quos ipsa resoluta ē pūctu3 mediū circūstātes q̄tuor rectis equales p.15. manifestū constat ppositū. ¶ Similit̄ quoq3 p3 q̄ oīs figure poligonie anguli oēs extrinseci q̄tuor rectis angulis sūt eq̄les:sūt eni itrinseci ⁊ extrīseci ⁊ bis tot rectis eq̄les quot hūerint angulos per.13. Intrinseci āt sūt bis tot rectis eq̄les quot hūerit āglos demptis inde q̄tuor:ḡ extrinseci sunt q̄tuor rectis equales:qd̄ ē ppositū. Exempli gratia: ppositi penthagoni latera ptrahantur vt fiant anguli extrinseci a.b.quidē ptrahat̄ vsq3 ad.f. b.c.vsq3 ad.g.c.d.vsq3 ad.h. d.e. vsq3 ad.k.e.a. vsq3 ad.l.eruntq3 per.13. duo anguli.a. intrinsecus ⁊.a. extrinsecus equales duobus rectis:eadem autem ratione duo anguli.b.intrinsecus.⁊.b.extrinsecus:sic et



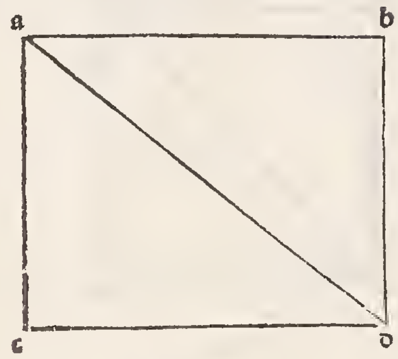








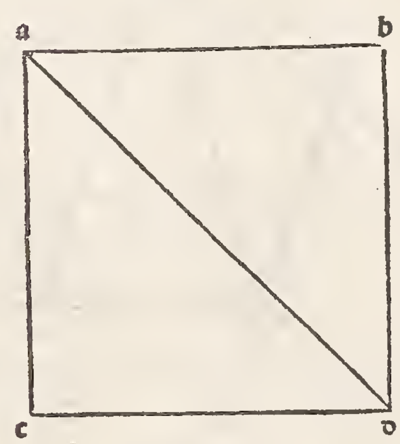
ceteri q̃re.a.b.c.d.e.anguli intrinseci ⁊ extrinseci decẽ rectis.demptis igiť intrinse
cis q̃ sũt eq̃les sex rectis erũt extriseci.vidʒ.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.b.⁊.a.e.k.eq̃les
q̃tuoꝛ rectis.¶ Patet ẽt ꝙ oĩs pentagoni cuiꝰ vnũquodqʒ latꝰ duo secat ex reliq̃s
bʒ.5.angulos duobꝰ rectis eq̃les.sit q̃lis ꝓponiť pentagonꝰ.a.b.c.d.e.⁊ secet la/
tus.a.c.latus.b.e.ĩ pũcto.g.⁊ latꝰ.a.d.idẽ latus.b.e.ĩ pũcto.f.eritqʒ angulꝰ.a.f
g.eq̃lis duobꝰ anguľ.b.⁊.d.cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo.f.d.b.Jtẽqʒ
angulꝰ.f.g.a.erit equalis duobꝰ anguľ.c.⁊.e.cũ sit extrinsecꝰ ad ipsos in triãgulo
g.c.e.sed duo anguli.a.f.g.⁊.f.g.a.cũ angulo a sunt equales duobꝰ rectis ergo q̃/
tuoꝛ anguli.b.d.⁊.c.e.sũt cũ angulo.a.eq̃les duobꝰ rectis:qđ ẽ ꝓpositũ.



Propositio .33.

SI in sũmitatibꝰ duarũ linearũ eq̃distãtiũ ⁊ eq̃lis q̃ntitatis alie due linee ꝯiũgantur ipse quoqʒ eq̃les ⁊ eq̃distãtes erũt.

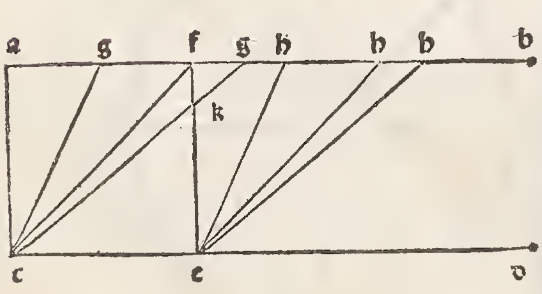
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.eq̃les ⁊ eq̃distãtes q̃rũ extremitates cõ
iungã ꝑ lineas.a.c.⁊.b.d.quas dico esse eq̃les ⁊ eq̃distantes.ꝓtra/
bam.n.lineã.a.d.⁊ q꞉ linee.a.b.⁊.c.d.sunt equidistãtes erit angulꝰ
b.a.d.eq̃lis angulo.a.d.c.ꝑ p̃mã ꝑtẽ.29.ergo erũt duo latera.a.b.⁊.a.d.triangu
li.a.b.d.eq̃lia duobꝰ lateribꝰ d.c.⁊.d.a.trianguli.d.c.a.⁊ angulus a.p̃mi eq̃lis an
gulo.d.secũdi.ergo ꝑ .4.basis.b.d.p̃mi ẽ equalis basi a.c.secũdi.⁊ angulꝰ.a.d.b.
pꝛimi equalis angulo.d.a.c.secũdi.At quia ipsi sunt coalterni erunt linee.b.d. ⁊
a.c.equidistantes ꝑ.27.⁊ quia priꝰ ꝓbatũ est ĩpas esse eq̃les: pʒ ꝓpositũ vtrũqʒ.



Propositio .34.

OMnis supficies equidistantibus ꝯtenta lateribꝰ lineas atqʒ angulos ex aduerso collocatos habet eq̃les diame/ tro ⁊ diuidente eam ꝑ medium:

¶ Sit supficies.a.b.c.d.equidistãtiũ laterũ:ita ꝙ linea.a.b.equidi/
stet.c.d.⁊.a.c.b.d.dico duas lineas.a.b.⁊.c.d.itẽ duas lineas.a.c
⁊.b.d.esse equales.Siľr ⁊ dico angulũ.a.esse eq̃lem angulo.d.⁊ angulũ.b. angľo
c.pꝛotrabam diametrũ.a.d.que etiã diuidet supficiem illã ꝑ mediũ.cũ.a.b.⁊.c.
d.sint equidistantes:erũt anguli.b.a.d.⁊.c.d.a.qui sunt coalťni eq̃les per.29.At
quia etiã.a.c.⁊.d.b.sũt equidistantes:erũt anguli.c.a.d.⁊.b.d.a.qui sunt coalťni
equales ꝑ eandẽ.Jntelligo.n.duos triangulos.a.d.b.⁊.d.a.c. ⁊ quia duo anguli
a.⁊.d.trianguli.a.d.b.sunt equales duobus angulis.d.⁊.a.trianguli.d.a.c. ⁊ la
tus.a.d.sup quod iacẽt illi anguli ĩ vtroqʒ triãgulo ẽ cõe: erit ꝑ.26.latꝰ.a.b.eq̃le
lateri.c.d.⁊ latus.a.c.lateri.b.d.⁊.angulus.b.angulo.c.⁊ quia angulũ.a. totalẽ
pʒ esse equalẽ angulo.d.totali ꝑ secũdã cõceptõeʒ totũ ꝓpositũ cũ coꝛrelaꝰ liquet.



Propositio .35.

OMnes supficies equidistantiũ laterũ sup vnã basim atqʒ ĩ eisdem alternis lineis constitute equales esse ꝓbantur.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes inter quas fiat.a.c.f.e.su
perficies eq̃distãtiũ laterũ sup basim.c.e.⁊ sup eandẽ basim ⁊ inter
easdẽ lineas fiat alia supficies.g.c.h.e.similiť eq̃distantiũ lateꝝ dico
duas p̃dcãs supficies eẽ eq̃les quod sic ꝓbať.aut.n.linea.c.g.secabit lineam.a.b
in aliquo puncto linee.a.f.aut in puncto.f.aut ĩ aliquo puncto linee.b.f.secet er/
go p̃mo in aliquo pũcto linee.a.f.vt in p̃ma figuratiõe apparet.⁊ q꞉ vtraqʒ duaꝝ
linearũ.a.f.⁊.g.h.est equalis linee .c.e. per p̃cedentẽ vna earũ erit equalis alteri

detempta ergo linea.f.g.cõmuni remanebit.a.g.equalis.f.b.q2 p pcedenté iterũ é a.c.equalis.f.e.z angulus.b.f.e.angulo.g.a.c.per scđam pté.29.videlicet extrinsecus intrinseco erit p.4.triangulus.a.c.g.equalis triangulo.f.e.b. ergo irregulari figura quadrilatera que est.g.c.f.e.addita vtriqz erit sũpficies.a.c.f.e.equal' superficiei.g.c.b.c.quod est ppositum. Secet ergo mõ linea.c.g.lineã.a.b.in puncto.f.vt in secũda figuratione apparet.erũtqz sili argumentatione priori duo trianguli.a.c.f.z.f.c.b.equales quare vtrobiqz addito triangulo.f.c.e. patet ppositum. Secet tertio mõ linea.c.g. lineam.a.b.inter duo puncta.f.b.vt in tertia figuratione apparet:secabitqz lineam.f.e.sic vt in puncto.k.z quia simili argumẽtatione priori linea.a.f.é equalis linee.g.b.facta cõmuni linea.g.f.erit a.g.equal' f.b.z triangulus.a.g.c.equalis triangulo..f.e.b.addito ergo vtriqz triangulo.c.k.e.z detracto ab vtroqz triangulo.f.k.g.erit superficies.a.c.f.e.equal' superficiei g.c.b.e.quod est ppositum. Propositio .36

Omnia palellograma in basibus equalibus atqz in eisdẽ lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Paralellogramũ dicit' sũpficies eq̃distantiũ laterũ. Sint due sũpficies.a.b.c.d.z e.f.g.b.equidistantiũ laterũ constitute inter duas lineas equidistantes que sunt.a.f.z.c.b.z super equales bases que sunt.c.d.z.g.b.dico eas eẽ equales.nam protrahã duas lineas.c.e.z .d.f. eritqz per.35.superficies.c.d.e.f.equidistantium laterum pter hoc q2.e.f.est equalis z equidistans. c.d.nam vtraqz earũ est equalis.g.b.quia ergo per pmissaz vtraqz duarũ superficierũ.a.b.c.d.z.e.f.g.b.est equalis superficiei.c.d.e.f.ipse erũt sibi inuicem equales:quod est ppositum. Propositio .37.

Equales sunt sibi cuncti trianguli qui sũp eadẽ basim atqz inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

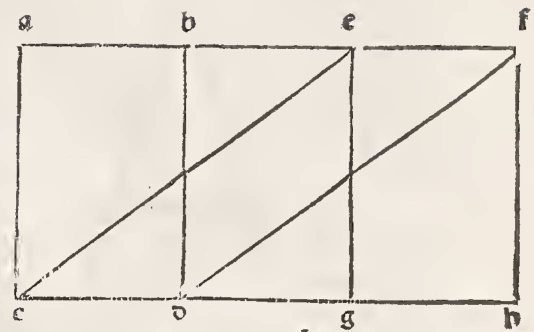
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.z.d.b.c.pstituti super basim.b.c.inter duas lineas.a.e.z.b.f.que sint equidistãtes:dico eas esse equales: ptrabam eni.c.g.equidistanté.a.b.z.c.b.equidistanté.d.b.per.31. erũtqz due superficies.a.b.c.g.z.d.b.c.b.equales per.35.z quia dicti trianguli sunt earũ dimidia p corelariũ.34.ipse erũt eq̃les per cõez sciam que est quoz tota sũt eq̃lia z dimidia:sicqz p3 ppositũ. Propositio .38.

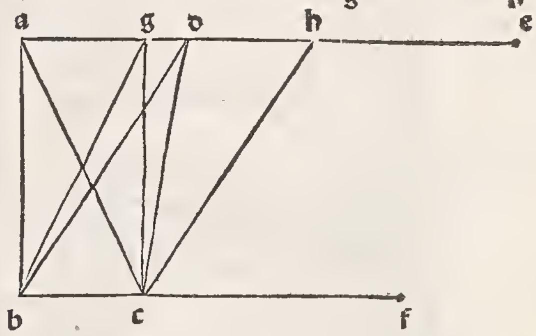
Si duo trianguli super bases equales atqz inter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

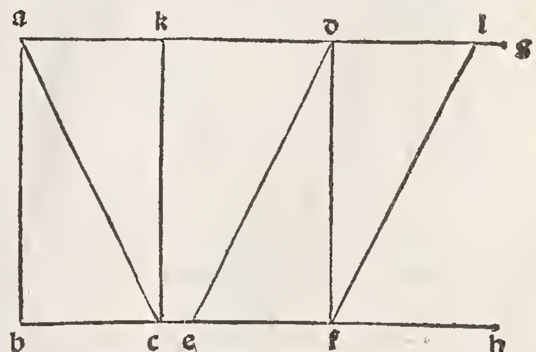
¶ Sint duo triãguli.a.b.c.z.d.e.f.pstituti sũp basẽs.b.c.z.c.f.eq̃les z int' lineas.a.g.z.b.h.eq̃distãtes:dico eos esse eq̃les. ptrabã eni. c.k.eq̃distanté.a.b.z.f.l. eq̃distanté.c.d. erũtqz due sũpficies.a.b.c.k.z.d.e.f.l.eq̃les p.36.z q2 dicti triãguli sũt eaz dimidia p corelariũ.34.ipi erũt eq̃les p antedictã cõmuné scientiam. Propositio .39.

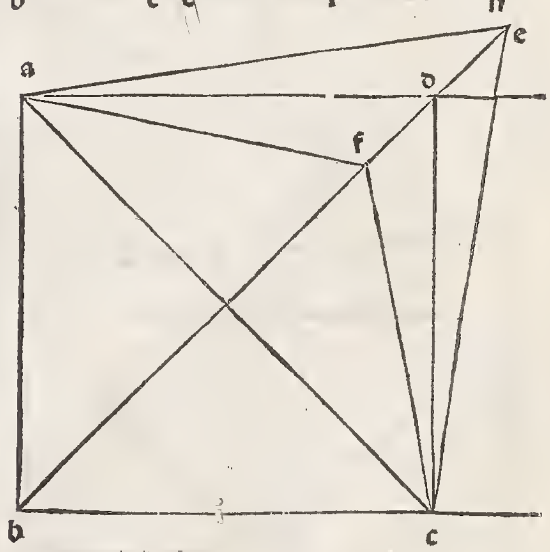
Omnes duo triãguli eq̃les si in eandẽ basim z ex eadé pte ceciderint:inter duas lineas equidistantes erunt:

¶ Sint duo tãguli.a.b.c.z.d.b.c.pstituti sũp basi.b.c.ex vna eademqz pte:sintqz equales:dico eas eẽ int' lineas equidistantes:z hec est conuersa.37.a puncto.a.ptrabam lineam equidistantez linee.b c.que si pertransierit per punctu3.d.liquet propositum. Si autem pertransierit supra aut infra:transeat primo supra z sit.a.e. producamqz .b.d.vsquequo secet

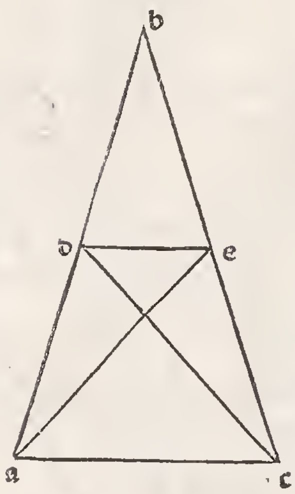


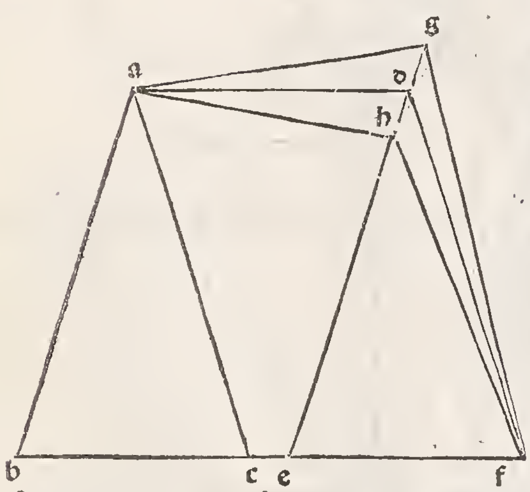


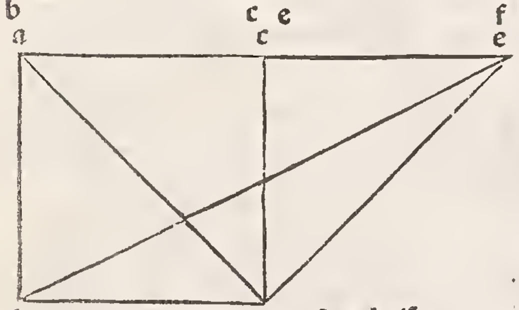




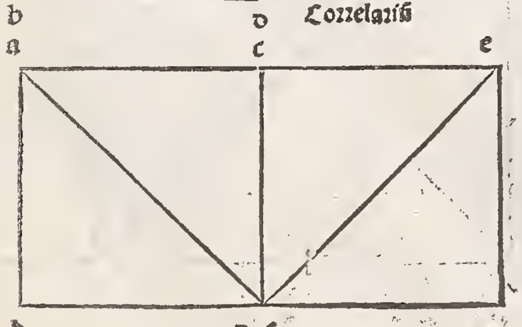
Corelarium







Corelariũ



lineã .a.e.in pũcto .e. ⁊ ꝑtrabam lineã.e.c.⁊ quia triangulus e.b.c.est equalis triangulo a.b.c.p.37.⁊ triangulus.d.b.c. positus ẽ equalis triangulo a.b.c.erit triangulus.d.b.c.equalis triangulo e.b.c.pars toti quod est impossibile.Nõ igiẽ pertransibit linea que a puncto a ducitur eque distanter.b.c.supra.d.transeat.ergo infra.⁊ sit.a.f. secans lineam d.b.in puncto.f.protrabam ergo lineam.f.c.⁊ quia per.37.triangulus.f.b.c. est equalis triangulo.a.b.c. ipse etiam erit equalis triangulo.d.b.c.pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto a. equidistanter .b.c. non transit nisi per punctum .d. patet propositum. ❡ Ex hac autem ⁊ premissa nota ꝙ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera ꝑ equa secet vl' secuerit ipsa erit ẽtio equidistans quod sic probatur.Sit triangulus a.b.c.cuius duo latera que sunt a.b.⁊.b.c.secet lineam.d.e.per equalia.a.b.qđ ĩ puncto.d. ⁊.b.c.in puncto.e.dico ꝙ linea.d.e.est equidistans .a.c. protrabam enĩ in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.⁊.d.c.eritq; per.38.triãgulus.a.e.d. equalis triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea.a.d.posita est equalis linee.d.b. Item q; per eandem triangulus.c.e.d. erit equalis eidem triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea .c.e.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a.e.d.est equalis triangulo. c.e.d.quia ergo ipsi sunt ꝯstituti suꝑ eãdẽ basim videlicet lineã.e.d. ⁊ ex eadem parte ipsi erunt per banc.39.inter lineas eque distantes ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c.quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

SI duo trianguli equales super equales bases vnius eiusdemq; linee ex eadẽ parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse ẽ contineri.

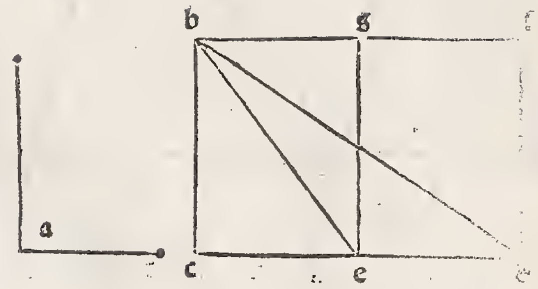
❡Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.equales constituti super duas bases que sunt.b.c.⁊.e.f.⁊ ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. ⁊ hec est conuersa.38. ⁊ probatur per ipsam sicut precedẽs per.37.a puncto.a.ducatur linea equidistans linee.b.f.que si transierit per punctum.d.patet propositum.sin autem pertransierit supra vt.a.g. ⁊ producatur.e.d.vsq; ad ipsum que sit .e.g.⁊ ducatur linea.g.f.eritq; per.38.triangulus.a.b.c. equalis triangulo.g.e.f.quare ⁊ triangulꝰ.d.e.f. erit equalis triangulo.g.e.f.pars toti quod est impossibile:Non ergo transibit supra:transeat ergo infra.⁊ secet lineam .d.e.in puncto.h.⁊ ducatur linea.f.h.eritq; per .38.triangulus.h.e.f. eq̃lis triangulo.a.b.c.quare ⁊ triangulo.d.e.f: pars toti quod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum.d.patet ꝓpositum.

SI palellogramũ triangulusq; in eadem basi atq; ĩ eisdem alternis lineis fuerint ꝯstituta palellogramũ triãgulo duplum esse ꝯueniet.

❡Sit palellogramũ.a.b.c.d.⁊ triãgulꝰ.e.b.d.suꝑ basim b.d.⁊.inẽ lineas a.e.⁊.b.d.q̃ sint eque distantes:dico palellogranũ duplũ esse triangulo ꝑtrabã in palellograno diametrum.a.d.eritq; triangulus.a.b.d.dimidiũ palellogrami ꝑ corẽꝰ.34.⁊ quia triangulus e.b.d.est eq̃lis triangulo .a.b.d. ꝑ.37.p; triangulũ.e.b.d.eẽ dimidiũ palellogrami.a.b.c.d.qđ ẽ ꝓpositũ.Similiẽ quoq; põt ꝓbari ꝙ si palellogramũ triangulusq; in equalibꝰ basibꝰ atq; inter lineas eq̃ distãtes fuerit ꝯstituta palellogramũ duplũ erit triãgulo: qđ iđ nõ posuit euclides: q: leuiẽ p; ex hac ꝑcedẽte corelariũ.⁊ .38.diuiso palellogramo ꝑ diametrũ in duos triangulos.vel suꝑ basim palellogrami inẽ easdẽ lineas eq̃ distantes

triangulo cõstituto ad quẽ duplũ erit paralellogramũ per hanc precedentẽ & ipse equalis alteri triangulo per.38. Propositio .42.

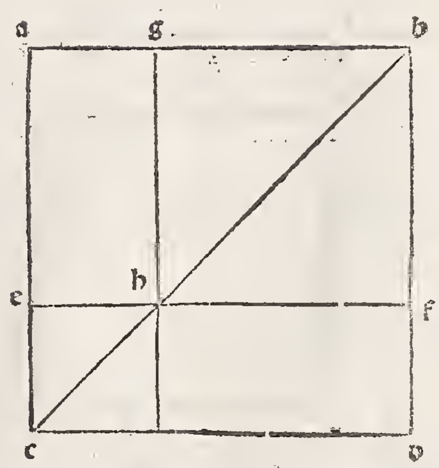
Equidistantium laterum superficiẽ designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.



¶Sit assignatus angulus.a.& assignatus triangul⁹.b.c.d.volo describere supficiẽ equidistantium laterũ equalem triangulo .b.c.d.cuius vterq3 duoꝝ angulorum contra se positoꝝ sit equalis.a.diuido basim.c.d.per dimidiũ in puncto.e.& protraho lineã.b.e.& a puncto.b duco.b.f. equidistantem c.d.eritq3 per.38.triangulus.b.c.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e d.est dimidiũ totalis trianguli.b.c.d.igit̃ super punctũ.e.linee.d.c.constituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.& perficio paralellogramũ.g. e.d.f. quod etiã q2 per precedentẽ ẽ duplũ ad triangulũ.b.e.d.erit etiã equale triangulo.b.c. d.ꝑ hãc cõem scienciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoq3 sunt equalia . est eni triangulus.b.e.d.vtriusq3 dimidiũ quare descripsimus palellogramũ. g.e .d.f. equale triangulo.b.c.d.cuius vterq3 duoꝝ anguloꝝ.g.e.d.&.d.f.g.cõtrase positorum est eq̃lis angulo.a.quod fuit propositum.

Propositio .43.

Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrũ sunt palellogramoꝝ supplementa equa sibi inuicẽ esse necesse est.

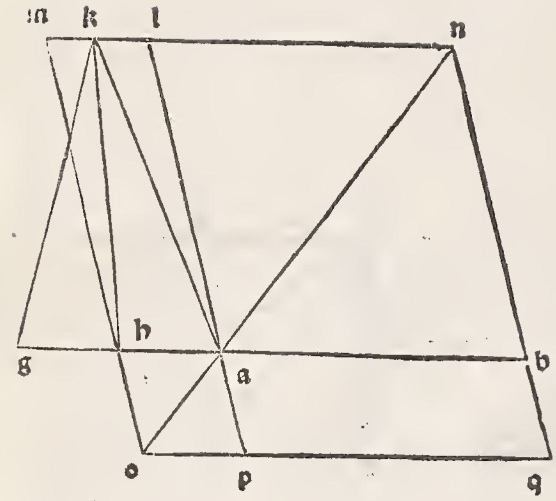


¶Sit paralellogramũ.a.b.c.d.in quo protrabam diametrum.b.c.& protrabam.e.f.equidistantẽ vterq3 duoꝝ lateꝝ.a.b.&.c.d.que secet diametrum in puncto.k.a quo ducã.k.g.equidistanteſt vtriq3 duoꝝ laterũ.a. c.&.b.d.& producã eam quousq3 secet vtrũq3 lat⁹.a.b &.c.d.sitq3 tota.g.k.h :erit q3 totum palellogramũ.a.b.c.d.diuisum in quatuor palellograma quoꝝ duo sc3.e c.k.h.&.g .k.b.f. dicunt̃ consistere circa .c.b.ꝙ diametrum transit per medium eorum et ideo suntcirca diametrum :reliqua duo scilicet .a.e.g.k.&.k.h.f.d.dicũt̃ supplemẽta hec duo supplementa dicunt̃ eẽ equalia.sunt eni duo trianguli.a. b.c.&.c.d.b.equales ꝑ correl̃.34.silr̃ quoq3 duo trianguli.g.k.b.&.f.k.b.sũt equales per idẽ correl̃.34.At duo trianguli.c.e.k.&.k.h.c.silr̃ equales ꝑ idẽ correlarium demptis igitur duobus triangulis.b.g.k.&.k.e.c.de totali triãgulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis.b.f.k.&.k.c.b.de totali triangulo reliquo.c.d.b. erunt per cõem sciam residua:que sunt duo dicta supplemẽta equalia:quod est propositum.

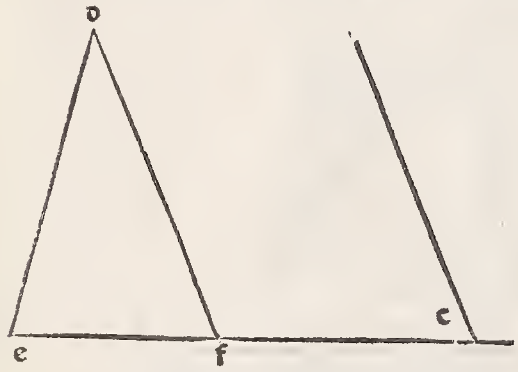
Propositio .44.

Proposita linea recta sup eam supficiẽ equidistantiũ laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶Designare superficiẽ equidistantiũ lateꝝ super lineã aliquã ẽ lineã ipsã facere latus vnũ ipsi⁹ supficiei .Sit ergo data linea.a.b.& dat⁹ angulus.c.& datus triangulus.d.e.f.super lineã.a.b.volo designare supficiẽ vnã equidistantiũ lateꝝ ita ꝙ linea.a.b.sit vnũ ex lateribus eius cuius vterq3 duorum angulorum contra se positorum sit equalis angulo.c.& ipsa totalis supficies sit eq̃lis triangulo .d.e.f.differt autem hec a.42.q2 hic dat̃ latus vnius supficiei describende sc3 linea.a.b. ibi autem nullum.cũ ergo voluero facere adiungo lineam.a.g



lince .a.b.ƀm rectitudinem:quā pono equalem lince.c.f. basi trianguli dati ſ per quā cōſtituo triangulū vnū ei eq̄lē ꝛ equilaterū.qd̄ hoc modo facio.Conſtituo āgu lu m.a.g.k.equalem angulo.c.ꝛ ngulum.g.a.k.equalem angulo.f.per.23.ꝛ quia g.a.poſita fuerat equalis.c.f.erit per.26.triangulus.g.a .k. equalis ꝛ equilaterus triangulo.c.f.d.diuidā ergo.g.a.per equalia in puncto.h.ꝛ ꝓtrahā.k.h. ꝛ produ cam a puncto.k.lineā .m.k.n. equidiſtantē linee.g.b.eritq̄ȝ per.38.triangul⁹.a.b k.equalis triangulo.g.h.k.tunc ſuper punctū.a.linee.g.a.faciā angulum.g.a.l.p 23. equalem angulo.c.dato:ꝛ conplebo ſup baſim.a.b.ꝛ inter lineas.g.b.ꝛ.m.n. equidiſtantes ſuperficiem equidiſtantiuȝ laterum.m.l.b.a.que p.41.dupla erit ad triangulū.k.h.a quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare ꝛ triangulo.d.e.f.ꝓ/ poſito:protrabam ergo.b.n.equidiſtantē.a.l.ꝛ producā diametrum. n.a.quā ꝓ/ trahā quouſq̄ȝ cōcurrat cū.m.b.in puncto.o.ꝛ cōplebo ſuperficiem equidiſtātium laterum .m.o.n.q.ꝛ protrabam.l.a.vſq̄ȝ ad.p.eritq̄ȝ per precedentē ſupplementū a.b.p.q. equale ſupplemento.m.l.b.a.quare ꝛ triangulo.d.e.f.ꝛ qꝛ per.15.angu/ lus .l.a.b.ē equalis angulo.b.a.p.ꝛ ideo angulus.b.a.p.eſt equalis angulo.c. pȝ ſuper datam lineā .a.b.deſcriptā eſſe ſuperficiem equidiſtantiū laterum.a.b.p.q. equalem dato triangulo.d.e.f.cuius vterq̄ȝ duorum angulorum contra ſe poſito/ rum qui ſunt.a.ꝛ.q.ē equalis dato angulo.c.quod fuit propoſitum.



Propoſitio .45.

Ex data linea quadratum deſcribere.

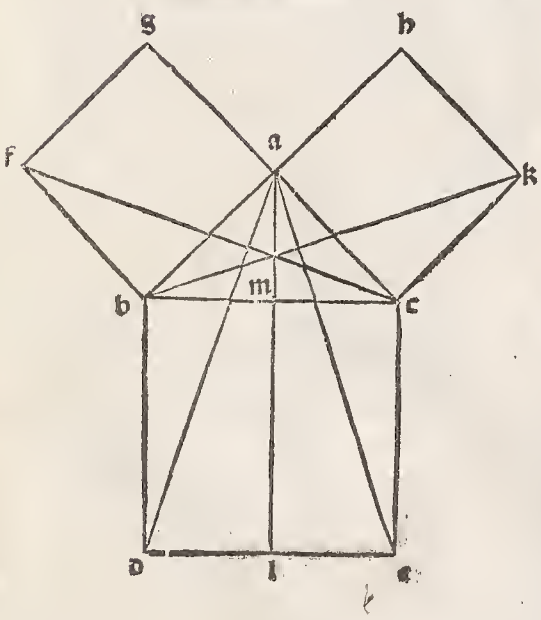
¶Sit data linea .a.b. ex qua volo q̄dratum deſcribere:a punctis.a ꝛ.b.linee .a.b.educo p.11.lineas.a.c.ꝛ.b.d.perpendiculares ad li/ neam.a.b.que erūt equidiſtantes per vltimā ꝑtem.28. ꝛ pono vtrā q̄ȝ eaꝝ eidem.a.b.per ſc̄dam equalem ꝛ protrabo lineam.c.d.eritq̄ȝ ipſa equalis et equidiſtans linee.a.b.per.33.ꝛ quia vterq̄ȝ duorum anguloꝝ. a.ꝛ b.eſt rectus.erit vterq̄ȝ duoꝝ.c.ꝛ.d.rectus per vltimā ꝑtem.29.ergo per diffiniti/ onem.a.b.c.d.ē quadratum quod eſt propoſitū.Idem aliter ſit.a.c. perpendicu/ laris ſuper lineam.ab.per.11.ꝛ ſit ei equalis vt prius ꝛ a puncto.c.per.31. ducatur c.d.equidiſtans.a.b.ꝛ ponatur equalis ei ꝛ ducatur linea.d.b.que per.33.erit eq̄/ lis ꝛ equidiſtans .a.c.ꝛ omnes anguli recti per vltimā ꝑtem.29.quare per diffiniti onem habemus propoſitum.



Propoſitio .46.

IN omni triangulo rectangulo quadratum qd̄ a latere re cto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribit̄ equū ē duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus con/ ſcribuntur.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.ſit rectus dico ꝙ quadra/ tū lateris .b.c.equū ē quadrato.a.b.ꝛ quadrato.a.c.ſil̄ ſumptis.Quadrabo g̃ hec tria latera ƀm doctrinā ꝑcedentis:ſitq̄ȝ q̄dratū.b.c.ſupficies.b.c.d.e.ꝛ q̄dratū.b. a.ſupficies .b.f.g.a.ꝛ q̄dratū.a.c.ſupficies.a.c.h.k.ab āgulo.a.recto ducā ad baſ iȝ.d.e. baſiȝ maximi q̄drati tres lineas .f.a.l eq̄diſtātē vtriq̄ȝ lateri.b.d.ꝛ.c.e.q̄ ſe cet.b.c i pūcto.m.ꝛ ypothemiſas.a.d.ꝛ.a.e.itēq̄ȝ a duob⁹ reliq̄s āgl̄is triāgl̄i q̄ ſūt b.ꝛ.c.ducā ad duos angl̄os duoꝝ q̄dratoꝝ mioꝝ duas liēas ſe inſecātes itra ipſū

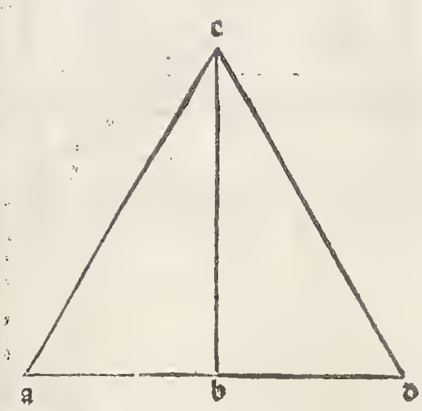


triangulū que sunt.b.k.⁊.c.f.⁊ q2 vterqȝ duoꝝ angulorum.b.a.c.⁊.b.a.g.est rect⁹ per.14.erit.g.c.linea vna: eadē rōne erit.b.h.linea vna.q2 vterqȝ duoꝝ angulorū c.a.b.⁊.c.a.b.est rectus:quia ergo sup basim.b.f.⁊ inter duas lineas equidistan/tes q̄ sunt.c.g.⁊.b.f.cōstituta sūt palellogramū .b.f.g.a.⁊ triāgul⁹.b.f.c.erit p.41.⁊ palellogramū.b.f.g.a.duplū triāgulo.b.f.c. sȝ triāgul⁹.b.f.c. ē eq̄lis triāgulo.b.a d.p.4.quia .f.b.⁊.b.c.latera primi sunt equalia.a.b.⁊.b.d.lateribus postremi .et angulus.b.primi ē equalis āgulo.b.postremi.eo ꝙ vterqȝ cōstat ex angulo recto ⁊ angulo.a.b.c.comuni.ergo palellogramū.b.f.g.a.est duplum ad triāgulū .a.b.d sed palellogramū.b.d.l.m.est duplū ad eundē triangulū. p.41.q2 cōstituti sūt sup eandem basim scȝ. b.d .⁊ inter lineas equidistantes que sunt. b.d.⁊.a.l. ergo per cōmunē sciam quadratū.a.b.f.g.⁊ palellogramū.b.d.l.m.sunt equalia. q2 eorum dimidia videlicet predicti trianguli sunt equalia Eodē mō ⁊ per easdē ꝓpositiōes mediantib⁹ triangulis.k.b.c.⁊.a.e.c.ꝓbabim⁹ q̄dratū.a.c.b.k.eē equale palello gramo.c.e.l.m.q̄re pȝ ꝓpositū.

Propositio .47.

SI qd ab vno trianguli latere in seipsū ducto ꝓducit̄:equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis laterib⁹ describuntur.rectus est angulus cui latus illud opponitur.

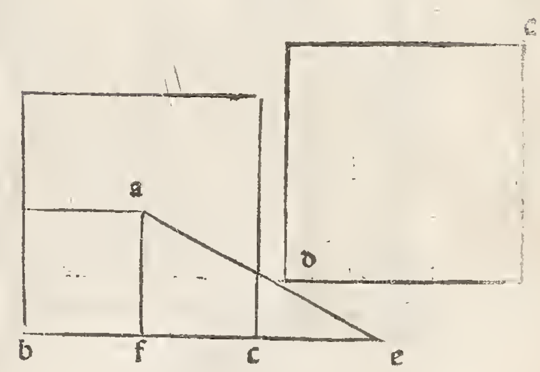
¶Lineā in se ipsam ducere est eius quadratū describere.¶Sit triangulus.a.b.c.sitqȝ quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterū.a.b.⁊.b.c.simul iunctis.dico angulū.b.cui latus.a.c.opponit̄ esse rectū:⁊ hec est cōuersa prioris.¶A puncto.b.extraho lineā.b.d.p. 11 .ꝑpendicularē super lineam.b.c.quā pono equalem .a.b.⁊ produco lineam .d.c.eritqȝ per precedentē quadratum.d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.c. ⁊ q2.b.d posita est equalis.b.a.erunt per cōmunē scientiā que est linearū equaliū equalia esse quadrata:quadrata duarū lineaꝝ.a.b.⁊.b.d.equalia:quapropter erit quadra/tum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliam cōmunem sciam que ē conuersa prioris scȝ lineas quaꝝ quadrata sunt equalia esse equales:erit.d.c.equalis.a.c.quare p.8. angulus.b.triāguli.a.b.c.ē rectus qd̄ ē ꝓpositū.



Propositio .48.

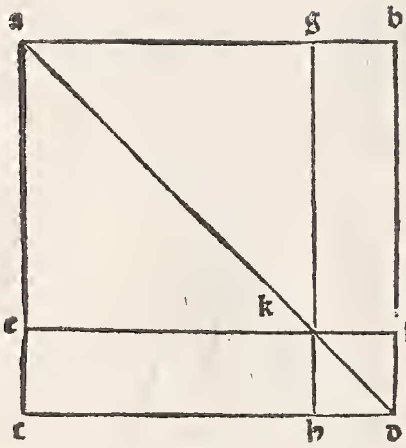
PRopositis quibuscunqȝ quadratis alteri illoꝝ gnomonē reliquo equalem describere.

¶Proponant̄ ergo duo quadrata scȝ.a.b.⁊.c.d.⁊ sit propositū pro/ducere gnomonē circa.a.b.equalem.c.d.quadrato:protrahat̄ itaqȝ vnū latus quadrati.a.b.ad equalitatem vni⁹ lateris quadrati. c.d. in continuum ⁊ directum ⁊ sit.f.e.ita ꝙ .f.e.sit equale vni laterū quadrati.c.d. ⁊ ex.e.ducā lineam rectā ad.a. sit ergo triangul⁹ orthogoni⁹ quia.f.ē angul⁹ rectus arguat̄ ergo ꝑm penultimā primi sic:q̄dratū.c.a.ē tm̄ quātū q̄dratū.c.f.⁊ q̄dratū f.a.sed q̄dratū.c.f.ē eq̄le q̄drato.c.d.⁊ quadratū.f.a.est equale quadrato.a.b.ergo quadratū.a.e.est equale quadratis.a.b.⁊.c.d.Item.e.f.a.est triangulus ergo e.f.⁊.f.a.latera sunt longiora.a.e.latere.scđ̄m.20.primi.sed.f.a.est equale:a.b. rōne quadrature:ergo.e.f.⁊.f.b.sunt longiora.a.e.ergo illa totalis linea scȝ .e.b. est maior.a.c.resecet̄ ergo .b.e.ad equalitatē.a.e.ad punctū.c.ita ꝙ.b.c.sit equale.a.e.ergo quadratum.b.c.est equale.quadrato.a.e. sed quadratū.a.e. vt prius ꝓbatū fuit ē equale quadratis.a.b.⁊.c.d.ergo quadratū.b.c.ē equale eisdem sed quadratum.b.c.addit super quadratum.a.b.gnomonē illū quē vides.ergo gno/



mo ille ēst quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum. Explicit liber primus
Incipit liber secundus.

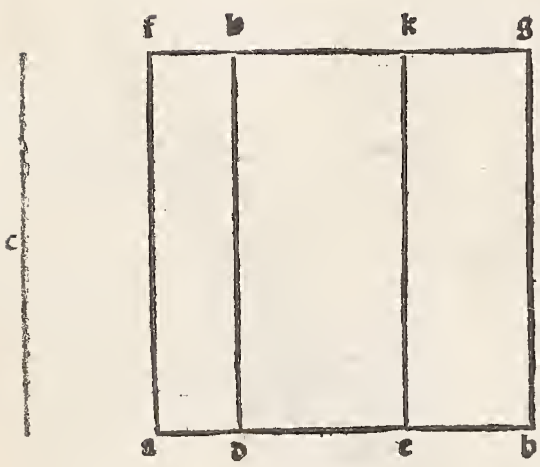
OMne paralellogramũ rectãgulũ sub duabꝰ lineis ãgulũ rectũ ãbiẽtibꝰ dicit̃ ꝯtineri.
¶ Paralellogramũ est supficies equidistãtiũ laterũ
¶ Paralellogramũ rectangulũ est habens omnes angulos rectos.⁊ ꝓducit̃ ex vno duorũ laterũ eius ambientiũ vnũ ex suis angulis in reliquũ. ⁊ ideo sub illis dicitur cõtineri.



OMnis paralellogrami spacij ea q̃dẽ q̃ diameter secat ꝑ mediũ ꝑalellograma circa eandẽ diametꝝ cõsistere dicunt̃. Eorũ vero paralellogramoꝝ que circa eandẽ diametrũ consistũt quodlibet vnũ cũ supplementis duobꝰ gnomo noĩat̃.
¶ Que paralellograma dicunt̃ cõsistere circa diametꝝ. ⁊ que sũt supplemẽta: exposită est supra in demonstratione.43.primi. ¶ Sit enim paralellogramũ.a.b.c.d. cuius diameter.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equidistanter: lateribꝰ oppositis dicti paralellogrami.secãtes se sup diametꝝ.a.d.in puncto .k. eritq3 ipsum paralellogramũ diuisũ in .4. paralellograma ⁊ vnũquodq3 duoꝝ paralellogramoꝝ que sunt.a.g.e.k.⁊.k.f.h.d.que diameter secat ꝑ medium dicitur consistere circa diametꝝ. Reliqua duo que diameter nõ secat dicunt̃ supplemẽta q̃ duo supplementa cũ vtroq3 dictoꝝ paralellogramoꝝ cõsistentiũ circa diametꝝ cõponũt figurã quãdã q̃ gnomo appellat̃ cui deest ad cõplemẽtũ ꝑalellogrami ꝑalellogramũ vnũ reliquũ circa diametꝝ cõsistẽs: qḋ si addat̃ supra diametꝝ totalis cõpositi cõsistet.eritq3 simile totali. Unde ꝑalellogramũ addito gnomone quãuis crescat minime tñ alterat̃.quẽadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Propositio .j.

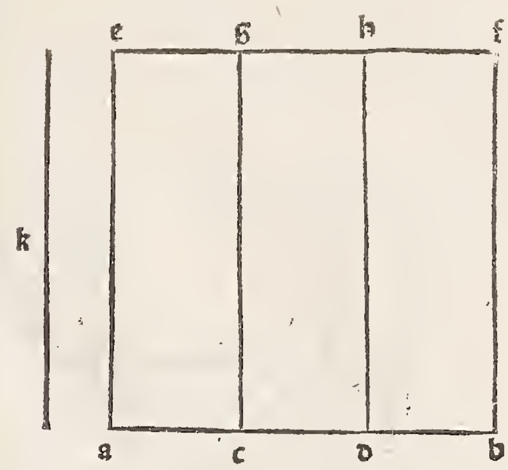
SI fuerint due linee quarũ vna in quodlibet partes diuidatur.illud ꝙ ex ductu alterius in alteram fiet.equum erit his que ex ductu linee indiuise in vnãquãq3 partem linee particulatim diuise rectangula producentur.



¶ Lineã in aliam lineã ducere ẽ supra terminos vnius eaꝝ duas lineas orthogonaliter alij eq̃les erigere.⁊ supficiẽ equidistãtiũ lateꝝ rectãgulũ cõplere q̃ sub illis duabꝰ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sunt due linee.a.b. ⁊.c. quaꝝ.vna sc3.a.b.in quodlibet ꝑtes diuidat̃ que sint.a.d.⁊.d.e ⁊.e.b.dico ꝙ illud quod fit ex ductu.c.in totũ.a.b. equũ est illis paralellogramis rectangulis simul iunctis que fiũt.ex.c.i.a.d.⁊ i.d.e.⁊ in.e.b. ¶ Sup pũcta.a.b erigã lineas.a f.⁊.b.g.perpẽdiculares sup lineã.a.b.quaꝝ vtraq3 sit eq̃lis linee.c. ⁊ complebo rectangulã supficiẽ.a.f.b.g.ducta linea.f.g.que per diffinitionẽ producit̃ ex.c. in.a b.⁊ sub illis dicit̃ contineri.protrahãm quoq3 a punctis.d.⁊.e.lineas.d.h.⁊ .e.k. equidistantes lateribus .a.f.⁊.b.g.eritq3 vtraq3 eaꝝ eq̃lis.c.p.34.primi vtraq3 eaꝝ est eq̃lis .a.f.ꝑ diffinitionẽ igit̃ rectangulũ .a.d.f.h.ꝓducĩt ex.c.i.a.d.⁊ sub illis dicitur cõtineri ⁊ rectangulũ.d.h.⁊.e.k.ex.c.in.d.e.⁊ rectangulũ.e.k.b.g.ex c.in.e.b.⁊ q2 hec rectangula simul iuncta sunt equalia totali rectangulo.a .f.b.g. patet verũ eẽ ꝓpositũ.

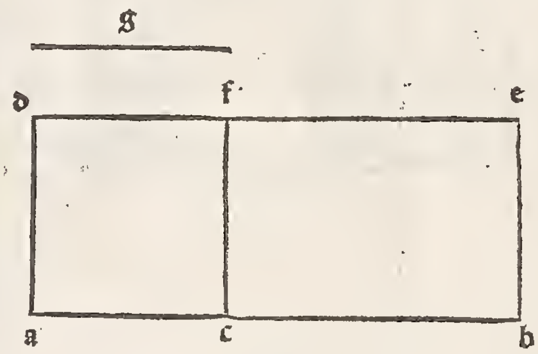
Propositio .2

Si fuerit linea i ptes diuisa. illud qd ex ductu toti⁹ linee in seipsã fit: equũ erit bis q ex ductu eiusdẽ ĩ oẽs suas ptes. ¶ Sit linea .a.b. diuisa in .a.c. ⁊ .c.d. ⁊ .d.b. dico q illud qd fit ex ductu totius .a.b. in se qd sit .a.e.b.f. equũ est bis que fiunt ex ipsa tota in vnamquãq3 dictarum partium qd palam patebit. ductis .c.g. ⁊ .d.h. equidistanter .a.e. ⁊ .b.f. ¶ Aliter sumatur .k. eq̃lis .a.b. eritq3 p premissam qd fit ex ductu .k. in totam .a.b. equũ ei qd fit ex ductu .k. in omnes ptes .a.b. ⁊ q2 ex .k. i .a.b. tantũ fit quantũ ex .a.b. in se. ⁊ ex .k. in omnes ptes .a.b. quãtũ ex .a.b. in omnes ptes eiusdẽ. ppter id q2 .k. ⁊ .a.b. sũt equales patet veꝝ esse propositum.



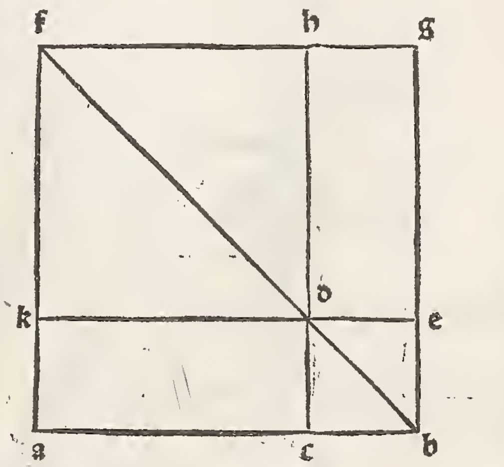
Propositio .3.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutrã partẽ equũ erit bis q ex ductu eiusdẽ partis in seipsam ⁊ alterius in alteram. ¶ Sit linea .a.b. diuisa in .a.c. ⁊ .b.c. dico q illud quod fit ex tota .a.b. in eius partem .a.c. equũ est quadrato eiusdem .a.c. partis. ⁊ ei quod fit ex eadẽ parte .a.c. in .b.c. fiat quadratum linee .a.c. q sit .a.c.d.f. ⁊ pficiatur superficies .a b.d.e. patebitq3 propositũ. ¶ Aliter sumat̃ .g. eq̃lis .a.c. ⁊ q2 .b.a. in .a.c. tantũ est quantũ .a.c. in .a.b. ecõuerso. ⁊ .a.c. in .a.b. ⁊ in .c.b. ⁊ in seipsaʒ quãtũ .g. i easdẽ: At .g. in totã .a.b. quãtũ in .a.c. ⁊ in .c.b. p primam huius patet ppositũ sc3 q tm̃ erit .a.c. i .a.b. quãtũ in se ⁊ in .c.b. q̃re ecõuerso. a.b. i .a.c. quãtũ .a.c. in se. ⁊ in .c b. qd volum⁹ demõstrare.

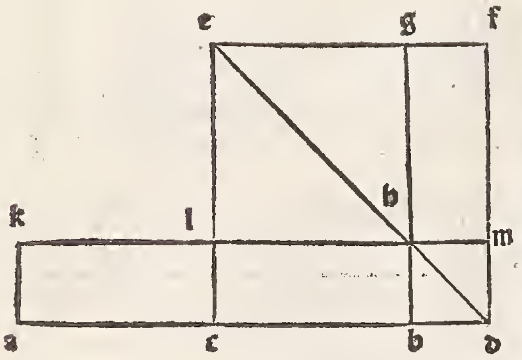


Propositio .4.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd ex ductu toti⁹ i seipsã fit: equũ ẽ bis q ex ductu vtriusq3 ptis ĩ seipsã ⁊ alteri⁹ i alterã bis. Ex hoc manifestũ ẽ q ĩ oĩ q̃drato due superficies quas diameter secat p mediũ sunt ambe quadrate. ¶ Sit linea .a .b. diuisa in. a .c. ⁊ .b .c. dico q quadratum totius a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum .a.c. ⁊ .b.c. duplo eius qd fit ex ductu vnius eaꝝ in alteram: describam quadratum alterius partialium sitq3 c.d.b.e. quadratũ linee .c.b. cui adiungam gnomonẽ secũdũ ductũ directiuũ linee alterius sc3 .a.c. qd faciam hoc mõ. in quadrato descripto protraham diametrũ b.d. ⁊ a puncto .a. educam perpendicularem sup lineam .a.b. que sit .a.k. quã .a.k ⁊ diametrũ .b.d. pducam vsq3 quo cõcurrãt in puncto .f. ⁊ a puncto .f. producam f.h. equidistantẽ linee .a.b. quã .f.h. ⁊ .b.e. producam vsq3 quo concurrãt i pũcto g. ⁊ producã .c.d. vsq3 ad .h. ⁊ .e.d. vsq3 ad .k. Et quia duo latera .d.e. ⁊ .e. b. trianguli .d.e.b. sunt equalia: erũt per .5. primi duo anguli .e.d.b. ⁊ .e.b.d. equales: ⁊ q2 angulus .e. est rectus erit p .32. primi vterq3 eoꝝ medietas recti. Eadẽ rõne vterq3 duoꝝ anguloꝝ .c.d.b. ⁊ .c.b.d. erit medietas recti. quare p secũdã ptem .29. p̃mi erit vnusquisq3 quatuor anguloꝝ qui sunt .h.f.d. ⁊ .h.d.f. ⁊ .k.f.d. ⁊ .k.d.f. medietas recti ergo p .6. primi .f.g. ⁊ .g.b. sunt equales. similiter quoq3 .f.a. ⁊ .a.b. pari rõe .f.h. ⁊ .h.d. itẽq3 .f.k. ⁊ .k.d. quare vtraq3 duarũ supficierũ .a.b.g.f. ⁊ .k. d.h.f. est quadrata ⁊ q2 totale quadratum .a.b.f.g. q est quadratũ linee .a.b. constat ex duobus quadratis que cõsistunt circa diameteꝝ que sunt quadrata duarum linearum .a.c. ⁊ .c.b. ⁊ ex duobus supplementis quoꝝ vnũqdq3 pducit̃ ex .a. c. in b.c. patet propositum nostrũ. ¶ Aliter sit linea .a.b. vt prius diuisa in .a.c. ⁊ .c.b.



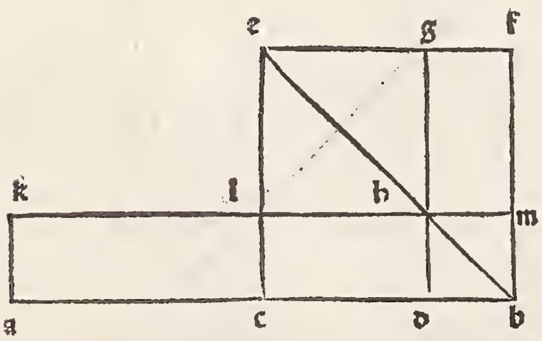
eritq̃ p.2.huius quod fit ex tota.a.b. in se: equũ ei qd̃ fit ex ipsa in.a.c.⁊.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm̃ fit quãtũ ex.a.c.in se.⁊ ex.a.c.in.b.c.p.3.hui⁹. Jtẽq̃ ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm̃ fit quãtum ex.c.b.in se.⁊ ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qd̃ fit ex tota.a.b.in se equũ ẽ ei qd̃ fit ex.a.c.in se ⁊ in.c.b.⁊ ex.c.b.in se.⁊ in.a.c.qd̃ est propositum. Sed hac via non patet correlariũ. sicut via precedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.



Propositio .5.

Si linea recta per duo equalia duoq̃ inequalia secetur. qd̃ sub inequalibus totius sectionis rectangulũ continetur cũ eo quadrato qd̃ ab ea que inter vtrasq̃ ẽ sectiones describitur equum est ei quadrato qd̃ a dimidio totius linee i se ducto describitur.

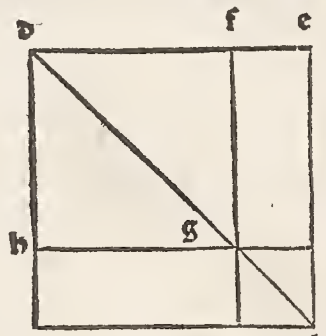
¶ Sit linea.a.b.diuisa p equalia in pũcto.c.⁊ p inequalia in puncto.d. dico quadratũ.c.b.esse equale ei qd̃ fit ex.a.d.in.d.b.⁊ q̃drato.c.d. ¶ Describã quadratum.c.b.qd̃ sit.c.b.f.e.in quo ꝯtrabam diametrũ. e.b. ⁊ ducã.d.g. equidistantẽ b.f.q̃ secet diametrũ.e.b.i pũcto.h.⁊ a pũcto.h.educã eq̃distãtẽ linee.a.b.q̃ sit.h.k.secãs lineã.b.f.in puncto.m. ⁊ lineã.c.e.in puncto.l.⁊ ꝯtrahã.a.k.equidistantẽ.c.e.eritq̃ p correlariũ p̃misse vtraq̃ duarum superficierum.l.g.⁊.d.m.quadrata.⁊ per 43.primi duo suppleméta.c.h.⁊.h.f.equalia.ergo addito quadrato .d.m. vtriq̃ erit palellogramũ.c.m.equale palellogramo.d.f.⁊ q̃r.a.l.est equale.c.m. p.36.primi: erit.a.h.equale gnomoni qui circũstat quadrato .l.g. ergo addito vtriq̃ quadrato.l.g.erit.a.h.cũ quadrato.l.g.equale quadrato.c.f.qd̃ est propositum.



Propositio .6.

Si recta linea in duo equalia diuidatur. alia vero ei linea in longũ addatur. qd̃ ex ductu toti⁹ iã cõposite i eã q̃ iã adiecta ẽ cũ eo qd̃ ex ductu dimidie in seipsã: equũ ẽ ei q̃drato qd̃ ab ea q̃ cõstat ex adiecta ⁊ dimidia i seipsã ducta describitur

¶ Sit linea.a.b.diuisa p equalia in puncto.c.eiq̃ addatur linea.b.d. dico q̃ quadratũ.c.d.qd̃ sit.c.d.e.f.equale ẽ ei qd̃ fit ex tota.a.d.i.b.d.⁊ quadrato.c.b. Producã i quadrato predicto diametrũ.d.e.⁊ ducã lineã.b.g.equidistãtẽ d.f.q̃ secet diametrũ.d.e.in pũcto.h.a quo.h. ꝑducã equidistãtẽ linee.a.b.que sit h.k.secans.d.f. in pũcto.m.⁊.c.e.in pũcto.l.⁊ producã.a.k. equidistantem .c.l. eritq̃ per.36.primi.a.l.equale.c.h. At.c.h.erit equale.h.f.per.43.primi.quare.a l.ẽ equale.h.f.ergo addito.c.m.vtrobiq̃ erit.a.m. equalis toti gnomoni circũstãti.l.g.quare.l.g.addito vtrobiq̃ erit.a.m.cũ.l.g.equale toti quadrato.c.f.⁊ quia vtraq̃ duarum superficierum.l.g.⁊.b.m.ẽ quadrata: p correlariũ.4.hui⁹ p3 propositũ.



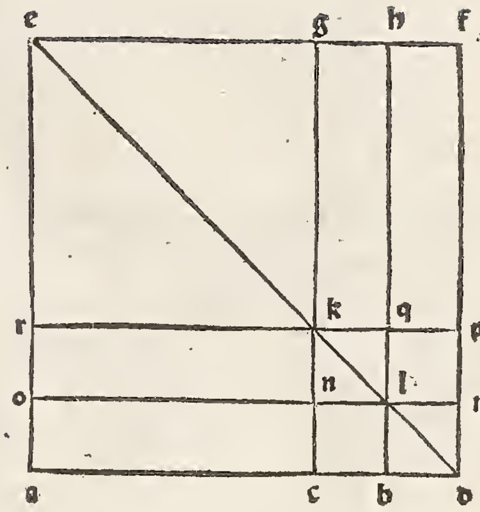
Propositio .7.

Si linea in duas partes diuidatur. qd̃ fit ex ductu totius i se ipsam cum eo qd̃ est ex ductu alterius partis i seipsam. equum est q̃ eis ex ductu totius linee i eandem partem bis ⁊ ex ductu alterius partis in seipsam.

¶ Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c. dico q̃ quadratum totius.a.b.cũ quadrato.b.c.equũ est ei qd̃ fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.describatur quadratũ totius qd̃ sit.a.b.d.e.⁊ ducatur diametrum .b.d.⁊

e.f.equidistans.b.e.secans diametrum in puncto.g.⁊ ducatur.k.g.b. equidistās a.b.⁊ quia quadratum.a.e.cum quadrato.c.b.tm̄ sunt quātum quadratum .k.f. cum duabus superficiebus.a.b.et.g.c.patet propositum

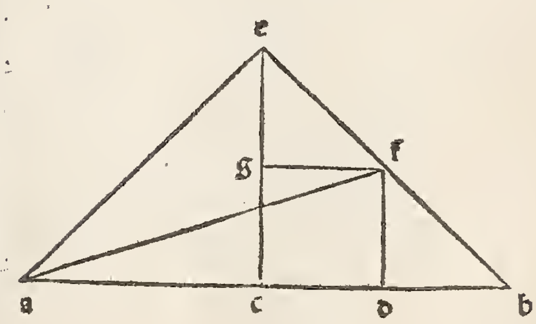
Propositio .8.



Si linea in duas partes diuidatur:eiqꝫ in longum equa/lis vni diuidentium adiungatur:qđ ex ductu totius iam cō/posite in seipsāꝫ fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. ⁊ ei qđ ex ductu alterius di/uidentis in seipsam.

¶Sit.a.b.diuisa in puncto.c.qualitercūqꝫ contingat:cui addatur.b.d. equalis.c b.dico ꝙ quadratum totius.a.d.qđ sit.a.d.e.f.est equale ei qđ fit ex.a.b. ⁊.b.d. quater cū quadrato.a.c.hoc aūt patebit ducta diametro.d.e.⁊ lineis. c.g. ⁊.b.h equidistantibus linee.d.f.⁊ secantibus diametrum in puncto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.⁊.m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per corelariū.4.huius vnaqueqꝫ superficierum .r.g.n.q.⁊.b.m.quadrata:⁊ quia.c.b.posita est equalis b.d.erit vtraqꝫ superficierum.c.l.⁊.l.p.quadrata.Erūtqꝫ.4.quadrata diuidentia quadratū.c.p.equalia ⁊ quia totus gnomo circūstās q̄drato .r.g.est q̄druplus ei qđ ex.a.b.in.b.d.q̄ quadruplus ad sup̄ficiē.a.l.patet propositum.

Propositio .9.

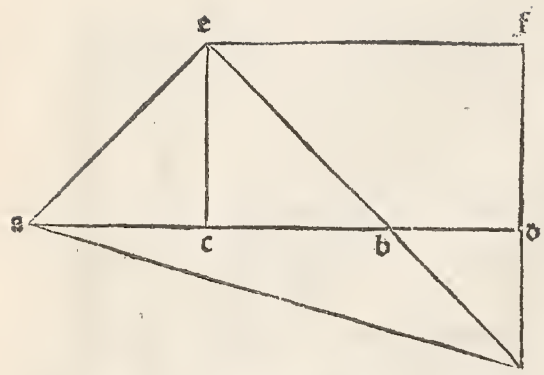


Si linea ī duo equalia duoqꝫ inequalia diuiditur:q̄ fiūt ex ductu inequaliū sectionū in seipsam pariter accepta: du/plū sūt vtriusqꝫ pariter acceptis.q̄ q̄dē ex dimidia.eaqꝫ q̄ vtriqꝫ sectioni interiacet quadratis describuntur.

¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia.in.c.⁊ per inequalia.in.d.Dico ꝙ quadratum.a.d.⁊ quadratū.d.b.simul iuncta:dupla sunt quadrato.a.c. ⁊ qua drato.c.d.simul iunctis.¶Super lineā:a.b.erigo lineā.c.e. perpendicularē ⁊ eq̄/lem vtriqꝫ caꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.⁊ produco.e.a.⁊.e.b.eritqꝫ p.32.primi vterqꝫ an gulorum.a.⁊.b.⁊ vterqꝫ anguloꝝ partialium qui sunt ad.e.medietas recti.totꝰqꝫ e.rectus.⁊ produco.d.f.equidistantē.c.e.⁊ perpendicularem super lineaꝫ.a.b.erit qꝫ vterqꝫ angulorum.d.rectus:⁊ angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:si/ue per secūdā partē.29.primi:quare per.6.primi.d.f.⁊.d.b.sunt equalia.a puncto f.duco.f.g.equidistantē.a.b.eritqꝫ per secūdā ptē.29.primi:vterqꝫ angulorum.g rectus.⁊ angulus.e.f.g.medietas recti quare p sextā eiusdē latera.e.g. ⁊.g.f. sunt equalia:⁊ quia per penult.eiusdem quadratum:e.f.est equale quadrato.e.g.⁊ q̄/drato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratū.c.d.¶Itēqꝫ per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato.a.c.⁊ quadrato .c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ quia quadratum.a.f.est equale quadrato.e. f.⁊.a.e per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum.c.d.sed qua/dratum.a.f.est iterum equale per eandem quadrato.a.d.⁊ quadrato.d.f.ergo q̄/dratum.a.d.⁊ quadratum .d.f dupla sunt ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum c.d.⁊ quia quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erūt quadrata duaꝝ linearū.

a.d.z.d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.z.c.d.qd ē ppositum

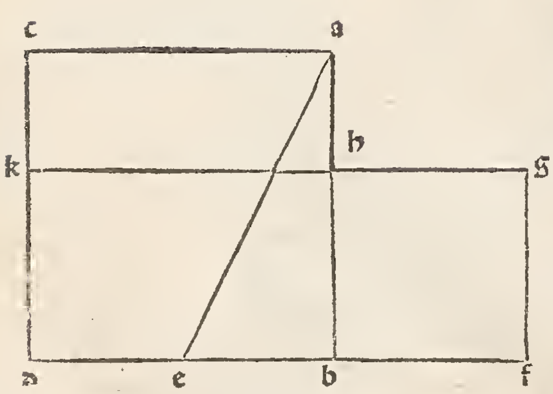
Propositio .10.



Si linea in duo equalia dividatur eiqʒ ī longum alia adda tur:quadratum qd describitur a tota cum addita z quadra tum qd ab ea que addita est.vtraqʒ quadrata pariter acce pta.ei quadrato qd a dimidia.eiqʒ qd ab ea producitur q̄ ex dimidia adiectaqʒ consistit vtrisqʒ quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.divisa per equalia in.c.z addita sibi linea.b.d.dico q duo qua/ drata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter accepta dupla sunt duob⁹ quadratis duarum linearum.a.c.z.c.d.pariter acceptis. ¶Erigo.c.e.perpendicularem sup lineam.a.b.z equalē vtriqʒ linearum.a.c.z.c.b.z perficio triangulū.a.e.b.ductis lineis.a.c.z.e.b eritqʒ ut in pmissa vterqʒ angulorū.a.z.b.z vterqʒ eorum q̄ sunt ad.c.medietas recti p.32.primi:totusqʒ.e.ē rectus a puncto.e.produco.e.f.equa lem z equidistantem.c.d.z produco.f.d.z.e.b.quousqʒ cōcurrūt in puncto.g.z p duco lineam.a.g.eritqʒ per vltimam partem.29.primi:angulus.c.e.f. rectus sed angulus.c.e.b. est medietas recti. ergo angulus .b.e.f. est similiter medietas re/ cti:z quia per.33.eiusdē.f.d.est equidistans.c.e.erit per.34.eiusdem angulus .f. rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti.Itemqʒ per eandē angulus.d.b.g.similiter medietas recti:propter id quod angulus.b.d.g. est rect⁹ ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f.z.f.g.sunt equalia.Itēqʒ duo latera. d.b.z.d. g.sunt equalia:ergo per penultimam eiusdem quadratum.e.g.duplum est ad qua dratum.e.f.quare ad quadratum.c.d.¶Itemqʒ per eandem quadratum.a.e.du plum est ad quadratum.a.c.z quia quadratum.a.g.est per eandem equale qua/ drato.a.e.z.e.g.similiter quoqʒ z quadrato . a.d.z.d.g. At q2 quadratū.d.g.est equale quadrato.b.d.erūt duo quadrata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter ac cepca dupla duobus quadratis duarum linearum.a.c. z.c.d. pariter acceptis qd est propositum: hec autem z omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11



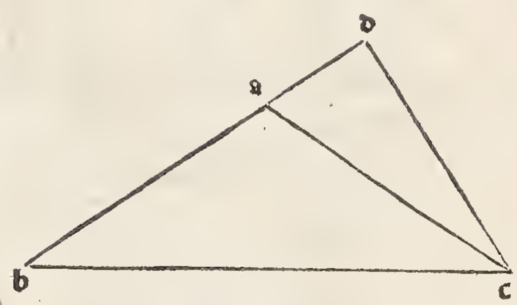
Datam lineam sic secare.vt qd sub tota z vna portione re/ ctangulum continetur:equum sit ei qd fit ex reliqua sectio ne quadratū.

¶Sit linea data.a.b.quā volumus sic dividere: vt qd ex tota z eius minore producitur equum sit quadrato maiori.¶Describo quadra tum ipsius qd sit.a.b.c.d.z latus. b.d.divido per equalia in.e.z produco.a. e.et e.b.produco vsqʒ ad.f.ita quod .e.f.sit equalis.a.e.z ex.b.f. portione extrinse/ ca:describo quadratum quod ex latere.a.b.resecat portionem equalem.b.f. que sit . b.h .z quadratum descriptum sit. b.f. h. g. Dico q : a.b. sic est divisa in puncto.h.qd illud qd fit ex tota.a.h.in eius portionem.h.a.est equale quadrato h.b.pduco.g.h.vsqʒ ad.k.que erit equidistans.a.c.q2 ergo linea .d.b. divisa est per equalia in.e.z est sibi addita linea.b.f.erit per.6.huius qd fit ex.d.f.in.b.f.cū quadrato.e.b.equale quadrato.e.f.quare z quadrato.e.a. Quare p penultimam

primi:quadratis duaꝝ linearum.e.b.ꝛ.b.a.ergo dempto ab vtrisqꝫ quadrato li/nee.e.b.erit qđ fit ex.d.f.in.b.f.ꝛ ipsū est superficies.d.g .equale quadrato linee a.b.ergo dempto ab vtrisqꝫ paralelogramo.b.d.erit quadratū.b.f.equale palello gramo.b.c.ꝛ quia quadratum.b.f.est quadratum linee.b.b.ꝛ palellogramū.b.c. producitur ex.c.a.que est equalis.a.b.in.a.b.patet factum esse propositū. ¶Ad hoc autē faciendum in numeris non labores:quia impossibile est numerum sic di/uidi:vt hic vndecima proponit sicut scies sexti.29.te docente.

Propositio .12.

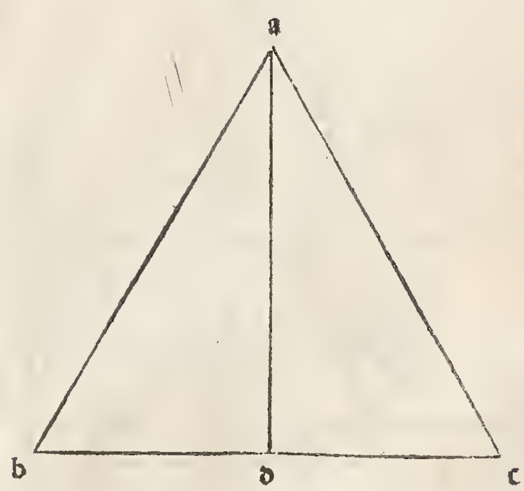
In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtendit angulum:ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest.quātū est qđ cōtinet bis sub vno eoꝝ:atqꝫ ea que sibi directe iūcta ad obtusum angulū a ꝑpēdiculari extra dephendit.



¶Sit triangulus.a.b.c.habens angulum.a.obtusum.a puncto.c.ducat linea p/pendicularis ad lineā.b.a.que necessario cadet extra triangulū.a.b.c. alioqn an/gulus obtusus esset rectus aut minor recto p.16.primi:sit ergo.c.d. perpendicula ris super lineam.a.b. productam vsqꝫ ad.d. Dico ꝙ quadratum lateris.b.c.qđ subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum a.b.ꝛ.a.c.ambientibus ipsum angulum obtusum.quantum est illud qđ fit ex.b. a.in.a.d.bis: potentia eni linee respectu q̄drati sui est.vnde tm̄ dicit posse linea quelibet quantū in se ducta producit.Erit eni p.4.hui[9] q̄dratū.b.d.equale duo/bus quadratis duarum linearum.b.a.ꝛ.a.d.ꝛ duplo eius qđ fit ex.b.a.in.a. d.et quia quadratum.b.c.per penultimam primi est equale quadrato.b.d.ꝛ quadrato d.c.ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d. ꝛ.d.c. ꝛ duplo eius qđ fit ex.b.a.i.a.d.sed p eandē quadratū.a.c.ē equale quadratis.a.d.ꝛ.d.c.ergo q̄/dratum.b.c.est equale quadratis duarum linearum.b.a.ꝛ.c.a.ꝛ duplo eius qđ fit ex.b.a.in.a.d.quare.b.c.tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c. quantum est duplū eius.qđ fit ex.b.a.in.a.d. Jam enim diximus ꝙ tantū dicitur posse li/nea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.

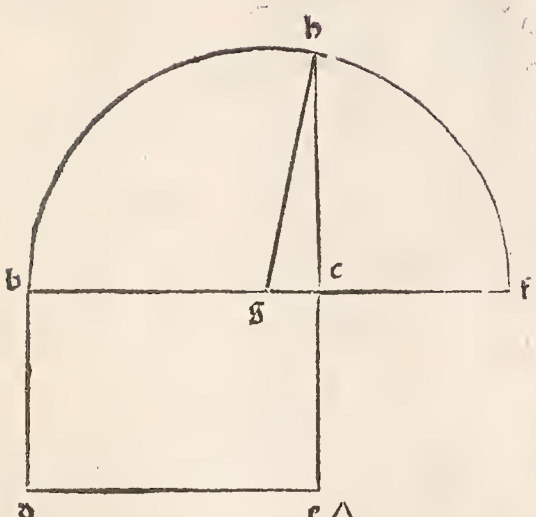
Propositio .13.

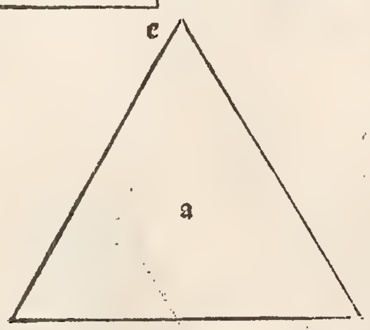
Omnis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulū am bobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest:quātum est qđ bis continetur sub vno eorum cui ꝑ pendicularis intra superstat:eaqꝫ sui parte:que perpendi culari anguloqꝫ acuto interiacet.

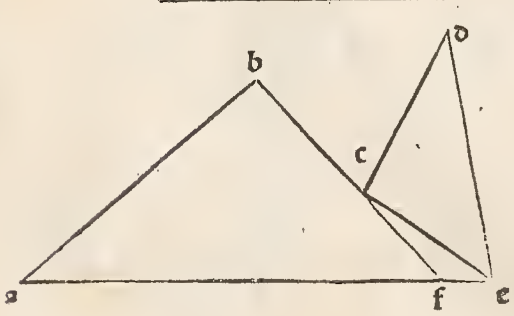


¶Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxi/gonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangu/lo siue fiat orthogonius siue ambligoni[9] siue oxigonius. ¶Sit ergo in triangulo a.b.c.quicūqꝫ triangulus fuerit.angulus.c.acutus qui si fuerit oxigonius ducatur ꝑpendicularis ab vtroqꝫ anguloꝝ.a.vel.b.ad vtrāqꝫ basim.b.c.vel.a.c.quia cum sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum.Si autem sit ambligo/nius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad la tus oppositū quā manifestū est cadere intra triangulū:ꝛ ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquoꝝ angulorū. qui sunt.a.ꝛ.b.acutus.Ducam igitur perpendicularē ad lineam illam que duobus

acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli.a.b.c.angulus.b.etiã sit acutus ducã: ergo ad b.c.ppẽdicularẽ q̃ sit.a.d.que vt dictũ est cadet intra triangulũ.dico itaq; q̧ q̃/dratum.a.b.qd subtendit angulo acuto.c.tanto minus est duobus quadratis du/arum linearũ.a.c.ꝛ.c.b.quãtũ duplũ eius qd fit ex.b.c.in.d.c. ¶Uel dico q̧ qua/dratum.a.c.qd etiam subtenditur angulo.b.quẽ posuimus acutum quicquid fue/rit de angulo.a.tanto minus est duobus quadratis duarum linearum.a.b.ꝛ.b.c. quãtũ est duplum eius qd fit ex.c.b.in.b.d.Erit enim per.7.huius quadratũ.b.c cum quadrato.d.c.equale ei quod fit ex.b.c.in.d.c.bis ꝛ quadrato alterius ptis sc;.b.d.quare addito vtriq; quadrato.a.d.erit quadratũ.b.c.cũ quadratis duaꝝ linearum.a.d.ꝛ.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.ꝛ.d.b.ꝛ duplo eius quod fit ex.c.b.in.c.d.At quia per penultimam primi quadratum.a.c.est equale quadratis duarum linearũ.a.d.ꝛ.d.c.erit quadratum.b.c.cum quadrato.a.c.e/quale quadratis duarum linearum.a.d.ꝛ.b.d.ꝛ duplo eius quod fit ex.b.c.i.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratũ.a.b.equũ est quadratis duarum li/nearum.a.d.ꝛ.b.d.ergo quadratum.b.c.cum quadrato.a.c.equum est quadrato a.b.ꝛ duplo eius qd fit ex.b.c.i.c.d.quare tanto minꝰ potest.a.b.duobus lateribꝰ b.c.ꝛ.a.c.quantũ est duplum eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quod est propositũ. Si/mili modo probabis latus.a.c.qd subtenditur angulo.b.acuto posse tanto minꝰ duobus lateribus.a.b.ꝛ.b.c.quantum est duplum eius quod fit ex.c.b.in.b.d. ¶Notãdũ aũt per hanc ꝛ precedentẽ ꝛ penultimam primi: q̧ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit̃ area ipsius ꝛ auxiliantibus tabulis de corda ꝛ arcu co/gnoscitur omnis eius angulus.





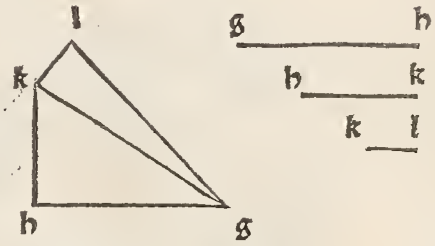


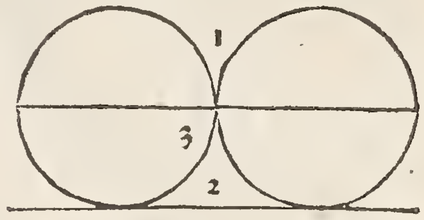
Propositio .14.

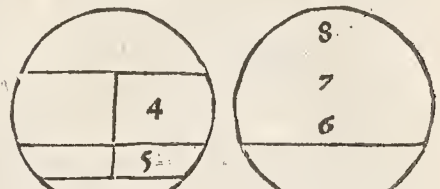
Dato trigono equum quadratum describere.

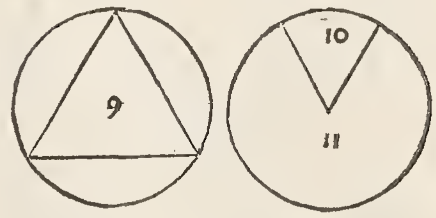
¶Sit datus trigonus.a cui nos volumus equum quadratũ describe re.Designabo superficiẽ equidistantium laterum ꝛ rectorum angulo rum equalem trigono dato ƀm quod docet.42.primi: sitq; superfici/es illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus qd querimꝰ. ipsa enim erit q̃drata.p diffinitionẽ Si aũt latera sint ineq̃lia tũc adiũgã minꝰ ipso rum laterũ maiori ƀm rectitudinẽ.sitq; linea.e.f.equalis minori duoꝝ laterũ qd ẽ c.e.adiuncta maiori quod est.b.c.ƀm rectitudinẽ.Totam.b.f.diuidam per equa/lia in pũcto.g.ꝛ facto.g.cẽtro sup lineã.b.f.ƀm quãtitatẽ linee.g.b. describam se/micirculũ.b.h.f.ꝛ latus.e.c.pducã vsquequo secet circũferentiã in puncto.h.dico q̧ quadratũ linee.c.h.est equale trigono dato.Producã lineã.g.h.ꝛ qꝛ linea .b.f. diuisa ẽ p equalia in.g. ꝛ p inequalia in.c.erit p.5.huiꝰ qd fit ex ductu.b.c.i.c.f.cũ q̃drato.c. g.equale q̃drato .g.f.quare ꝛ quadrato.g.h.quare per penultimã pri/mi ꝛ duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.g.c.ꝛ.c.h.ergo dempto vtriq; quadrato.c.g erit qd fit ex.b.c.in.c.f.qd est equale superficiei.b.e.eo q̧.e.f.ẽ equale.c.e. equale quadrato linee.c.h.quare quadratũ linee.c.h.ẽ equale trigono.a.qd ẽ propositũ: ¶Et nota q̧ p hoc inuenit̃ latꝰ tetragonicũ cuiuslib; altera pte lõgioris ꝛ simplici/ter omnis figure rectis lineis cõtente quecũq; fuerit.qm̃ omnẽ figurã talẽ in trian gulos resoluemꝰ ꝛ cuiuslib; illoꝝ triangulorum inueniemꝰ tetragonicũ latus ƀm do ctrinam istius.ꝛ inueniemus per penultimam primi . lineam vnam que possit in omnia latera tetragonica inuenta.verbi gratia volo nunc inuenire latus tetrago/nicũ rectilinee figure irregularis .a.b.c.d.e.f.resoluo eam.in.3.triangulos qui sũt

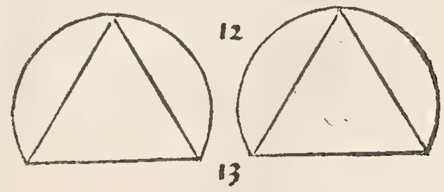
a.b.f.c.d.e.⁊.c.f.e. Inuenio quoqȝ ſm doctrinam iſtius tria latera tetragonica iſtoꝝ trium triangulorum.qui ſunt.g.h.h.k.⁊.k.l:⁊ erigo.h.k.perpendiculariter ſuper.g.h.⁊ produco.g.k.eritqȝ per penultimā quadratum primi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.⁊.h.k.⁊ tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter ſuper lineam.g.k.⁊ produco lineam.g.l.eritqȝ per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee propoſite. Explicit liber ſecundus. Incipit liber tertius.







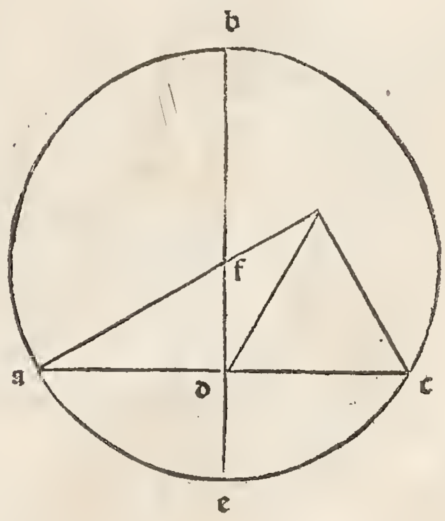




Quoꝝ diametri ſunt eq̄les.ipſos circulos eq̄les eſſe. Maiores aūt quoꝝ maiores ⁊ minores quoꝝ minores. ¶ Circulū linea ꝯtingere dicitur:que cū circulū tangat in vtrāqȝ partē eiecta.circulū non ſecat. ¶ Circuli ſeſe contingere dicunt̃ qui tangentes ſeinuicem non ſecant. ¶ Recte linee in circulo equaliter diſtare dicūt̃ a centro.cū a centro ad ipſas ducte perpendiculares fuerint equales. ¶ Plus vero diſtare a centro dicit̃.in quā ꝑpendicularis longior cadit. ¶ Recta linea portionū circuli cōtinēs corda noīat̃. ¶ Portio vero circūferentie arc⁹ nūcupat̃. ¶ Angulus aūt portionis dicit̃ q̄ a corda ⁊ arcu continet̃. ¶ Supra arcū angulus conſiſtere dicit̃.qui a quolibet pūcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeuntib⁹ cōtinet̃. ¶ Sector circuli eſt figura q̄ ſub duab⁹ a cētro ductis lineis ⁊ ſub arcu qui ab eis cōprehendit̃ cōtinet̃. ¶ Angulus aūt qui ab eis lineis ambitur ſupra centrū cōſiſtere dicit̃. ¶ Sīles circuloꝝ portiōes dicūt̃ i quib⁹ qui ſupra arcum conſiſtunt anguli ſibi inuicē ſūt eq̄les. ¶ Arc⁹ quoqȝ ſimiles ſunt qui equos angulos predicto modo ſuſcipiunt.

Propoſitio .1.

Circuli ꝓpoſiti cētrū inuenire.vñ manifeſtū ē ꝙ duab⁹ rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā termīatis neutra illaꝝ alterā per eq̄lia orthogonal'r ſecat niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

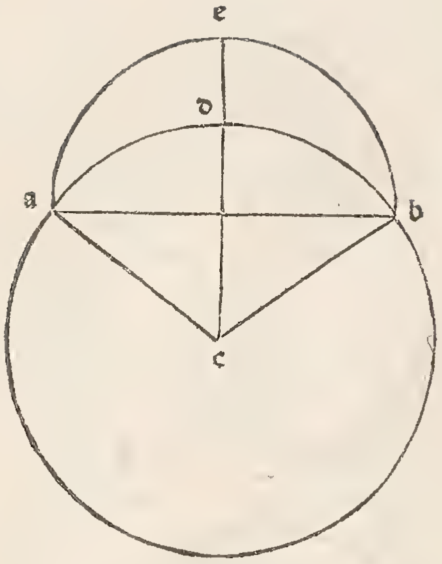


¶ Sit circulus propoſitus.a.b.c.cuius volumus centrū inuenire. duco in ipſo circulo lineā.a.c.qualitercūqȝ contingat quā diuido per equalia i pūcto d.a quo duco perpendicularem ad lineā.a.c.quā applico circūferentie ex vtraqȝ parte.ſitqȝ.e.d.b.quā rurſus diuido ꝑ eq̄lia in pūcto.f.quē dico eſſe centrū circuli.Si enī nō ē:erit aūt alibi aut i linea.e.b.aut extra. In linea.e.b.nō: ſi enī fuerit i ea vt i puncto.g.erit linea.e.f.maior linea.e.g.ps videlȝ toto qḋ eſt impoſſibile. Qḋ ſi fuerit extra lineā.e.b.ut in pūcto.h.ducant̃ linee.h.a.h.d.h.c.⁊ q2 latera.h.d.⁊ d.a.trianguli.h.d.a.ſūt eq̄lia laterib⁹.h.d.⁊.d.c.trianguli.h.d.c.⁊ baſis.h.a. baſi.h.c.erit ꝑ.8.primi angul⁹.a.d.h.eq̄lis angulo.c.d.h.q̄re vterqȝ rect⁹ ⁊ q2 angulus.a.d.b.fuit etiā rect⁹ erit.a.d.h.eq̄lis.a.d.b.ꝑ.3.petitione pⁱmi ps videlicet toti qḋ ē impoſſibile.nō ē ergo cētrū dati circuli alicubi quā i pūcto.f.qḋ ē propoſitū.

Propositio .2.

SUper circuli circũferentiam duobus punctis signatis. li/neam rectam ductam ab altero ad alterum. circulum seca re necesse est.

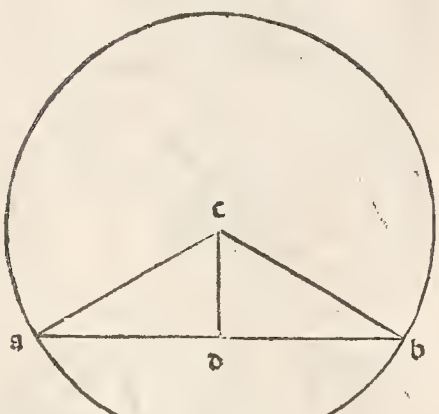
¶ Sit vt in circũferentia circuli. a. b. cuius centruz sit. c. signata sint duo puncta que sunt. a. ꝛ. b. dico ꝙ linea recta coniũgens vnũ cum cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq̧ꝫ. a. e. b. linea recta si possibile est: producã lineas. c. a. ꝛ. c. b. erũtq̧ꝫ per. 5. primi: angulus. c. a. b. ꝛ. c. b. a. equales: protraham itẽ lineã. c. e. que secet circũferentiam in puncto. d. eritq̧ꝫ per. 16. primi: angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. qua re per. 18. eiusdem latus. a. c. maius latere. c. e. ꝛ quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d maior. c. e. pars toto quod est impossibile: quia ergo linea coniungens duo pũcta a. b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.



Propositio .3.

SI lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter sup eam insistere. ꝛ si in eam orthogonaliter steterit. eam ꝑ equa/lia diuidere necesse est.

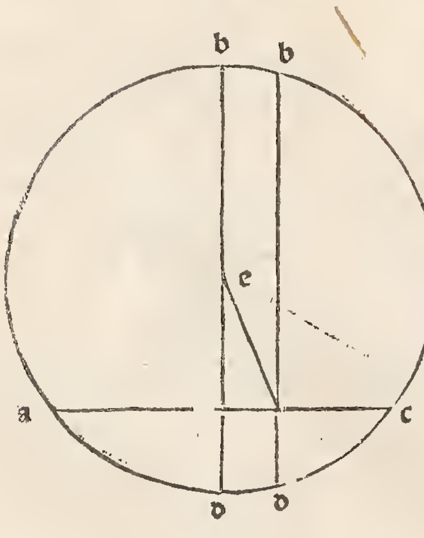
¶ Sit vt lineam. a. b. collocatã intra circulum. a. b. cuius centrum sit c. linea. c. d. veniẽs a cẽtro diuidat ꝑ eq̃lia: dico ꝙ diuidit eam orthogonaliter. ꝛ e conuerso videlicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia: producã lineas. c. a. ꝛ. c. b. ꝛ ponã primo ꝙ diuidat eã per eq̃lia: erũt ergo duo latera. c. d. ꝛ. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. ꝛ. d. b. trianguli. c. d. b. ꝛ ba/sis. c. a. basi. c. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. vnius est equalis angulo. d. alterius quare vterq̧ꝫ rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. qđ est propositum. ¶ Ponam iterum ꝙ. c. d. sit perpendicularis super. a. b. ꝛ ostendam ꝙ ipsa diui/dit. a. b. per equalia erit enim ꝓpter hanc positionẽ vterq̧ꝫ angulorum qui sunt ad. d rectus quare vnus equalis alteri. At q2 ꝑ. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis an/gulo. c. b. d. ꝛ latus. c. a. eq̃le lateri. c. b. per. 26. primi: eiusdem erit linea. a. d. equa/lis linee. d. b. quod est propositum.



Propositio .4.

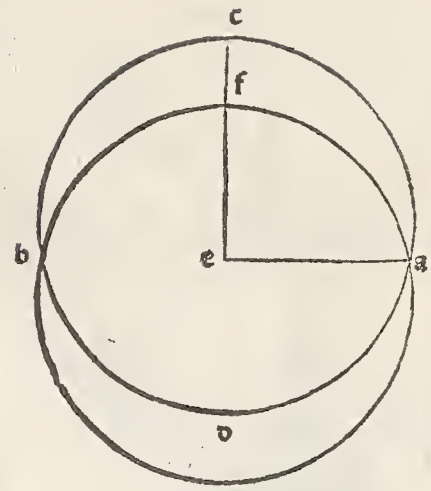
SI intra circulum due linee se inuicem secent. ꝛ super cen/trũ non transeant. nõ per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit vt in circulo. a. b. c. d. cuiꝰ centrũ sit. e. due linee. a. c. ꝛ. b. d. se cent se in pũcto. f. ꝛ vtraq̧ꝫ earum vel altera non trãseat per centrum. dico ꝙ ipse nõ diuidunt sese ꝑ equalia: ita ꝙ vtraq̧ꝫ ꝑ equalia diuidatur ab altera. ¶ Qđ si fuerit hoc possibile: ponatur ꝛ sic primo vt neutra trãseat ꝑ centrum a centro. e. producã lineã. e. f. eritq̧ꝫ ꝑ primã premisse vnusquisq̧ꝫ. 4. angulorum qui sunt. a. f. e. e. f. c. b. f. c. ꝛ. c. f. d. rectꝰ qđ ẽ impossibile: sic eni rectꝰ esset minor recto. ¶ Sit igitur vt altera eorum trãseat ꝑ centrum ꝛ altera nõ: sitq̧ꝫ. b. d. trãsiens per centrum adhuc dico ꝙ nõ diuidunt sese per equalia: qđ si sic. tunc ꝑ primã ptẽ premisse: cũ b. d. ducta a centro diuidat. a. c. per equalia diuidat eã orthogonaliter. quare etiã a. c. diuidet. b. d. orthogonaliter: ꝛ q2 diuidit. a. c. ipsã. b. d. ꝑ eq̃lia vt ponit aduer sarius: ipsa transibit per centrum per corelarium prime huius: quare ambe tran/scunt per centrum quod est contra ypothesim.



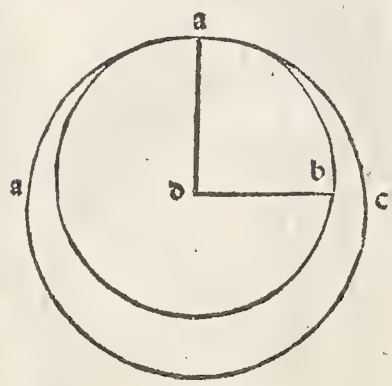
Propositio .5.

Circulorum se inuicem secantium centra diuersa esse.
¶Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.z.b Dico q eorum sunt diuersa centra. ¶Si enim haberet idem cētrum ipsū erit per diffinitionē in portione vtriqz circulo cōmuni:sitqz illud e.z ducantur linee.e.a.z.e.f.c.eruntqz p diffinitionē due linee.e.a.z e.f.equales. ¶Itemqz per diffinitionem due linee.e.a.z.e.c.equales:quare e.f. est equalis.e.c.cum vtraqz earum sit equalis.e.a:pars videlicet toti qd est impossibile.



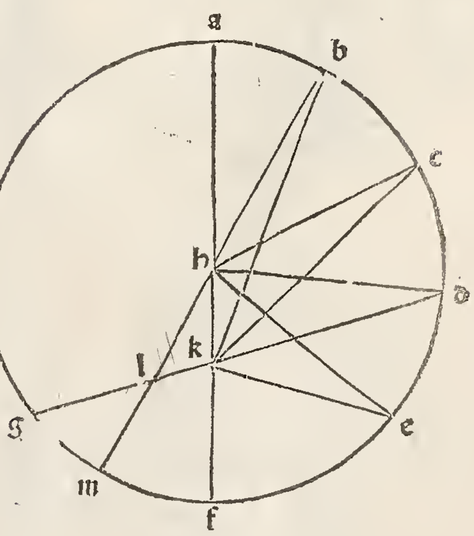
Propositio .6.

Circulorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.
¶Sint duo circuli.a.b.z.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico q eorum sunt diuersa centra.Si enim habuerint idem centrum erit p diffinitionem inter minorem eoz cum minor positus fuerit itra maiorem:sitqz ipsum.d.z ducantur linee.d.a.z.d.b.c.eritqz per diffinionem vtraqz duarum linearum.d.b.z.d.c.equalis.a.d.qd est impossibile. ¶De circulis autem se contingentibus extra quorum scz vnus est extra alterū:manifestum est per diffinitionem centri qd ipsi non habent idem centrum.

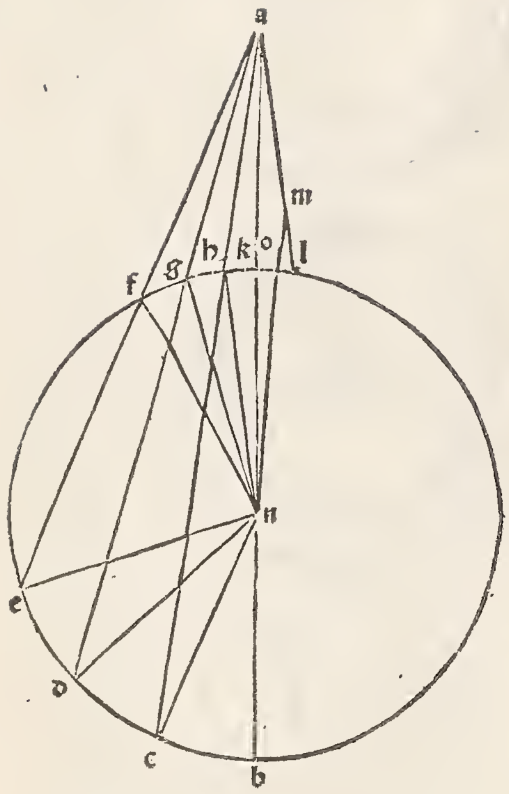


Propositio .7.

Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur:z ab eo ad circūferentiam linee plurime ducātur:que super centrum transierit omnium erit longissima.que vero dyametrum perficiet omnium erit breuissima.que autem centro proxime ceteris longiores. ¶Quanto vero a centro remotiores tanto breuiores esse conueniet. ¶Duas quoqz equidistātes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.
¶Sit vt in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus punctus k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt.k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k. f.k.g.ad circumferentiam:z transeat.a.k.per centrum.h.z.k.f.sit complemētum dyametri:sitqz vt.k.e.z.k.g.equidistent a.k.f.hoc est dicere vt angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico q.k.a.est omnium longissima.z.k.f.omnium breuissima:alie vero tanto lōgiores quāto cētro ppinquiores:vt.k.b.est longior. k.c.z k.c.est longior. k.d.z.k.d.longior. k.e.z. k. e.z.k.g. sunt equales: quia enim in triangulo.b.k.h.duo latera.b.h.z.h.k.per.20.primi:sunt maiora latere.b. k .et ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior b.k.z eadem ratione maior omnibus alijs z hoc est primum. ¶Itemqz quia in triangulo.e.h.k.duo latera .h.k.et. k. e.per eandem sunt maiora latere.h.e. quod est equale linee .h.f. ipsa erūt maiora linea.h.f. ergo dempta communi linea que est.h.k. remanebit .k.e.maior k.f.eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa z hoc est secundum. ¶Itēqz qz duo latera.b.h.z.h.k.trianguli .b.h.k.sunt equalia duob⁹ laterib⁹ .c.h.z.h.k



trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b.b.k.ē maioꝛ angulo.c.b.k. erit p.24.pꝛimi basis .b. k.maioꝛ basi.k.c.eadē rōne.k.c.maioꝛ erit.k.d.ꝛ.k.d.maioꝛ.k.e. ꝛ hoc ē tertium ¶Qđ si due linee.k.g.ꝛ.k.e.nō sunt equales erit altera maioꝛ:sitqꝫ.k.g. de q̄ su/ mam.k.l.equalem.k.e.ꝛ pꝛoducā.b.l.quousqꝫ secet circūferentiam in puncto.m. ꝛ qꝛ per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.pꝛimi:angu lus.l.k.b.equalis angulo.e.k.b.ꝛ duo latera.l.k.ꝛ.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equa lia duobus laterib⁹.e.k.ꝛ.k.b.trianguli.e.k.b.ergo p.4.pꝛimi basis.b.l. est equa lis basi.b.e.ꝛ qꝛ.b.m.est equalis.b.e.erit.b.m.equalis.b.l.qđ ē impossibile.sunt ergo due linee.k.g.ꝛ.k.e.equales qđ est nostrū pꝛopositum.quartum



Pꝛopositio .8.

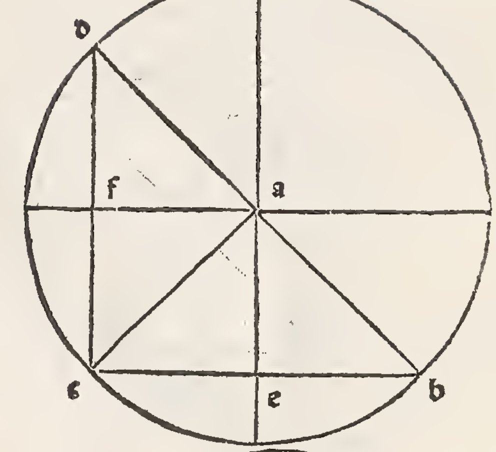
SI extra circulum puncto signato ab eo ad circumferenti/ am linee plurime ducantur circulum secando.que super centrum transierit omnium erit longissima. ¶Centro au tem pꝛopinquioꝛes ceteris remotioꝛibus lōgioꝛes. ¶Li nee vero partiales ad circūferentiaꝫ extrinsecus applica te:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiqꝫ pꝛopinquioꝛes remotioꝛibus bꝛevioꝛes.¶Due vero que linee bꝛeuissime vtrūqꝫ eque pꝛopinquāt equales sunt.

¶Sit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducātur plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.h.c.a.g.d. ꝛ.a.f.e.Dico ꝙ.a.b.transiens per centrum omniū erit longissima.ꝛ ꝙ.a.c.ē ma/ ioꝛ.a.d.ꝛ.a.d.maioꝛ.a.e.ꝛ ꝙ.a.k.ē omniū bꝛeuissima extrinsecaꝝ: ꝛ ꝙ.a.h. est minoꝛ.a.g.ꝛ.a.g.minoꝛ.a.f.ꝛ dico ꝙ si ducatur.a.l.ita ꝙ ipsa ꝛ. a.b. equalit̄ di/ stent ab.a.k.hoc est ꝙ angulus.k.a.h.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equales ¶Pꝛoducā eni a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.e.n.f.n.g.ꝛ n.h.erūtqꝫ per.20.pꝛimi duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.maioꝛa.a.c.ꝛ qꝛ ipsa sunt equalia linee.a.b erit.a.b.maioꝛ.a.c.eadeꝫ ratione erit maioꝛ omnibus alijs qđ est pꝛimum.ꝛ quia duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.ꝛ.n.d. trianguli.a.n.d.ꝛ angulus.a.n.c.est maioꝛ angulo.a.n. d. erit per.24.pꝛimi:ba/ sis.a.c.maioꝛ basi.a.d.ꝛ eadē rōne erit.a.d.maioꝛ.a.e.qđ est scđm.¶Jtēqꝫ quia in triāgulo.a.n.h.duo latera.a.h.ꝛ.n.h.sunt maioꝛa.a.n.per.20.pꝛimi.ꝛ.h.n. ē equalis.n.k.erit per cōmunē sciam.a.h.maioꝛ.a.k.eadem rōne quelibet extrinse/ cus applicataꝝ maioꝛ erit.a.k.qđ est tertiuꝫ. ¶Jtem quia per.21.pꝛimi:due linee a.h.ꝛ.h.n.sunt minoꝛes duabus lineis.a.g.ꝛ.g.n.ꝛ.h.n.est equalis.g.n.erit per communem scientiam.a.g.maioꝛ.a.h.eadem rōne erit.a.f.maioꝛ.a.g.qđ ē quar/ tum.¶Qđ si.a.l.non sit equalis.a.h.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k .erit altera maioꝛ:sitqꝫ.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.h.ꝛ pꝛoducam.n.o.m. quia ergo duo latera.m.a.ꝛ.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹. h.a.ꝛ a.n.trianguli.h.a.n.ꝛ angulus.m.a.n.est equalis angulo.h.a. n.erit per.4.pꝛi/ mi:basis.m.n.equalis basi.n.h.ꝛ quia.m.o.est equalis.n.h.erit.n.o.equalis .n. m. pars videlicet toti qđ est impossibile ꝛ hoc est quintū

Pꝛopositio .9.

S**J intra circulũ puncto signato.ab eo plures q̃z due linee ducte ad circũferentiam fuerint equales.punctũ illud centrum circuli esse necesse est.**

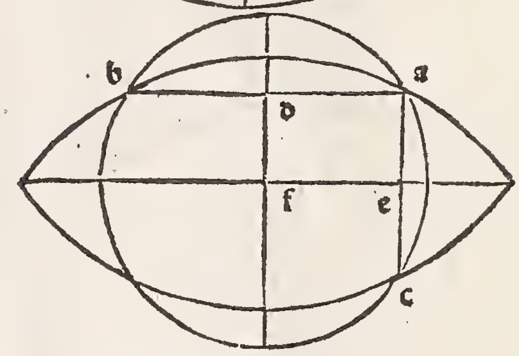
❡Sit vt a puncto.a.signato intra circulũ.b.c.d.ducte sint.3.linee.a b.a.c.a.d.ad circũferentiã quas pono ẽe equales dico punctum.a. esse centrũ circuli.Producã enim duas lineas.c.b.ꝛ.d.c.ꝛ diuidã vtrãqz eaꝝ p eq̃lia:c.b.quidem in puncto.e.ꝛ.d.c.in puncto.f.ꝛ producam.e.a.ꝛ.f.a. quas applico circũferentie ex vtraqz parte.eritqz per.8.primi vterqz angulorũ qui sunt.a. d.e.eq̃l' alteri.igr̃ p.13.vterqz erit rect⁹.Silr̃ quoqz p eãdẽ vterqz angulorꝝ q̃ sũt.a d.f.rectus:ergo per corelariũ prime huius.quia.a.e.diuidit.c.b.per equalia ꝛ orthogonaliter ipsa transit per centrũ.similiter quoqz.a.f.transit per centrum. qua diuidit .d.c .per equalia ꝛ orthogonaliter.quare.a.ẽ centrũ qđ est propositum



Propositio .10.

S**J circulus circulum secet.in duobus tantum locis secare necesse est.**

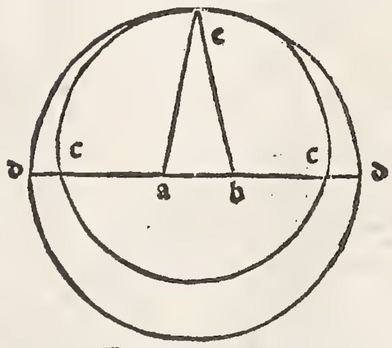
❡Sint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̃z in duobus locis super .3.puncta.a.b.c.producam lineas.a.b.ꝛ.a.c. quas diuidam per equalia in punctis.d.ꝛ.e.ꝛ producam a puncto.e.lineam.e.f.per pendicularem super lineam.a.c:ꝛ a puncto.d.lineam.d. f. ppendicularem super lineam.a.b. ꝛ secent se due linee.e.f.et.d.f.i puncto. f. eritqz per corelarium prime huius punctuz.f.centrum circuli vtriusqz qđ est impossibile. per 5.huius.

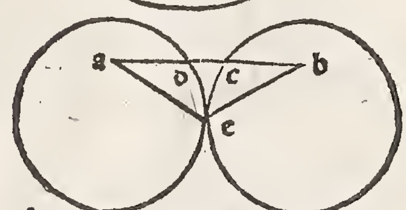


Propositio .11.

S**J circulus circulum contingat.lineaqz per centra eorum transeat.ad punctum contactus eaꝝ applicari necesse est.**

❡Si enim linea transiens per centra duorum circulorum.c.e.et.d.e sese contingentium intra vl' extra. nõ vadit ad locum contactus scilicet circũferentiam vtriusqz:sitqz.a.centrum circuli.e.d.et.b. centrũ circuli.e.c.et ducatur linea recta.a.b.c.d.secans circũferentiam vtriusqz: et ducantur linee a puncto.e.qui sit locus contactus ad centra que sint. e.a.e.b. eruntqz in cõtactu interiori.p.20.p̃mi due linee.e.b.ꝛ.b.a.longiores.e.a.q̃re longiores.a d.est enim.a.centrũ circuli.e.d.ꝛ q̃m.b.c.est equalis.e.b.q̃m .b,est centrum circuli.e.c.erit.c.a.longior.a.d.qđ est impossibile.❡Jn cõtactu vero exteriori erũt due linee.a.e.ꝛ.e.b.longiores.a.b.quare.a.d.ꝛ.c.b.maius erũt q̃ tota.a.b.qđ est falsum.

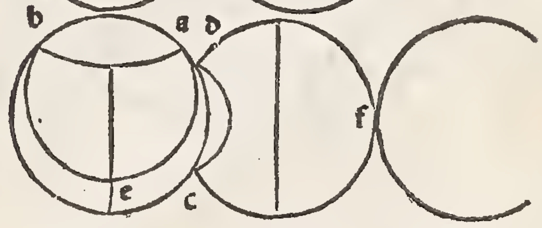


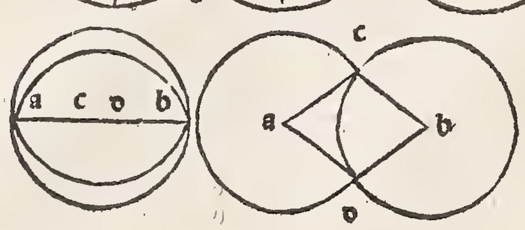


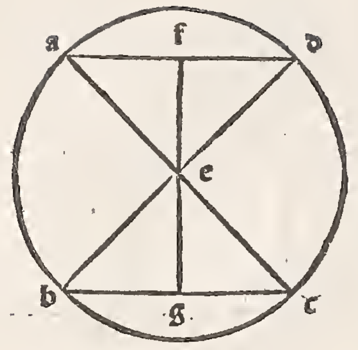
Propositio .12.

S**J circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus.in vno tantum loco contingere necesse est.**

❡Si eni fuerit possibile.vt circulus circulũ cõtingat in duob⁹ locis intra vl' extra cõtingat circulũ.a.b.c:d.circulus.a.b.e.interi⁹ i duobus pũctis.a.b.vel exteri⁹ circulus.c.d.f.i duob⁹pũctis.c.d.Cũ ergo ducemus lineã rectã ab.a.ad.b.si ipsa cadat extra circulũ .a.b.e. interiorẽ accidet ꝯtrariũ secũde hui⁹.Qđ si ipsa cadat intra ipsũ:cũ diuiserimus ipsã p equalia ꝛ eduxerim⁹ a pũcto diuisionis ppendicularẽ ad ipsã.fueritqz applicata circumferentie ex vtraqz pte ipsa trãsibit p centrũ amboꝝ circuloꝝ.quare accidet cõtrarium premisse.❡Jn circulo vero cõtingente exteri⁹ in pũctis.c.d.si ducam⁹ lineã rectã a puncto.c.ad punctũ.d.necesse est accidere ꝯtrariũ se.h⁹.quare vtrũqz ipossibile







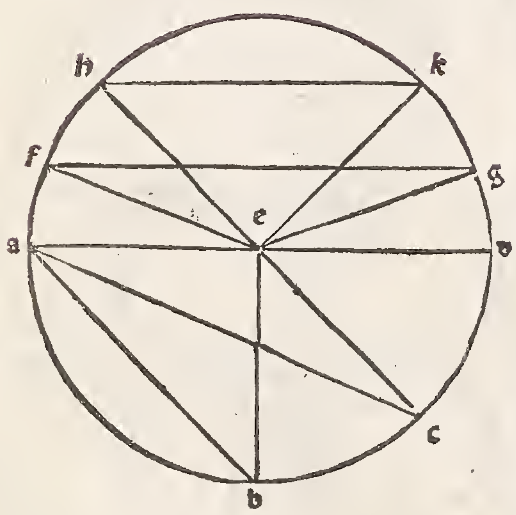
Propositio .13.

Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equi distare. et si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

¶ Sit vt in circulo .a.b.c.d. cuius centrum sit .e. due linee .a.b. et .c.d sint equales. dico quod ipse equidistant a centro et econuerso. Producantur enim a centro .e. linee .e.f. et .e.g. perpendiculares ad .a. d. et .b. c. eritque per .2. partem tertie huius .a.d. diuisa per equalia .in .f. et .b.c. in .g. quia ergo duo latera .e.d et .d.a. trianguli .e.d.a. sunt equalia duobus lateribus .e.c. et .c.b. trianguli .e.c.b. et basis .e.a. basi .e.b. erit per .8. primi angulus .d. equalis angulo .c. et quia duo latera .e.d. et .d.f. trianguli .e.d. f. sunt equalia duobus lateribus .e.c. et .c.g. trianguli .e.c.g. Nam .d.f. est equalis .c.g. eo quod tota .a.d. posita est equalis .b.c. et angulus d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e.f. equalis basi .e.g. et quia iste sunt perpendiculares venientes ad eas a centro patet per diffinitionem: siue .4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim .e.d. per penultimam primi valet quadrata duarum linearum .e.f. et .f.d. et quadratum .e.c. quadrata duarum linearum que sunt .e.g. et .c.g. et quia quadratum .d.e. est equale quadrato .e.c. et quadratum d.f. quadrato .g.c. erit quadratum .e.f. equale quadrato .e.g. quare .e.f. est equale .e. g. sicque patet idem. Sit ergo .e.f. equalis .e.g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc quod .a.d. est equalis .b.c. d.e. quadratis enim duarum linearum .e.d. et .e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e.f. et .e.g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum .f.d. et .g. c. que per communem scientiam necesse est esse equalia: quare .f.d. est equalis .g.c. ergo duplum .f.d. quod est .a. d. est equale duplo .g.c. quod est .b.c. et hec est secunda pars propositi.

Propositio .14.

Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eique propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

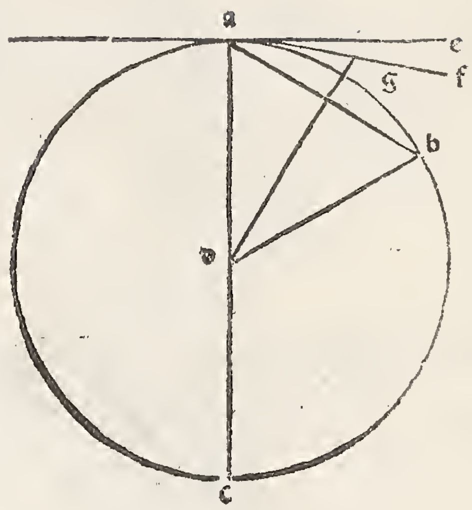


¶ Sit vt in circulo .a.b.c. cuius centrum .e. cadant plurime linee que sint .a.b .a.c .a.d .f.g .h.k. sitque .a.e.d. diameter. dico ipsam esse longissimam et alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e.b .e.c .e.f .e.h. et .e.k. eruntque per .20. primi duo latera .e.f. et .e.g. trianguli .e. f. g. longiora .f.g. et quia ipsa sunt equalia .a.d. erit .a.d. maior .f.g. eadem ratione maior erit quam .a.c. quia .a.e. et .e.c. sunt maiora .a.c. et equalia .a.d. ergo .a.d. maior est .a.c. sic quoque est maior .h.k. et maior etiam quam .a.b. Quod autem .f.g. sit maior .h.k. et .a.c. .a.b. patet. quia per .24. primi cum duo latera .f.e. et .e.g. trianguli .f.e.g. sint equalia duobus lateribus .h.e. et .e.k. trianguli .h.e.k. et angulus .f.e.g. maior angulo .h.e.k. erit basis .f.g. maior basi .h.k. Similiter quoque quia .a.e. et .e.c. sunt equalia .a.e. et .e.b. et angulus .a.e.c maior angulo .a.e.b. erit basis .a.c. maior basi .a.b. et sic est propositum.

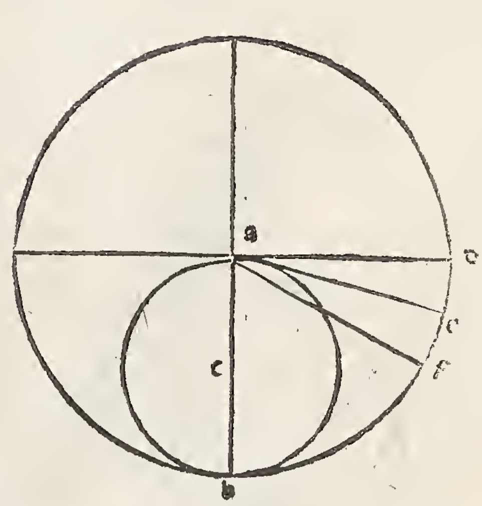
Propositio .15.

Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atque inter illam et circulum aliam lineam rectam ca

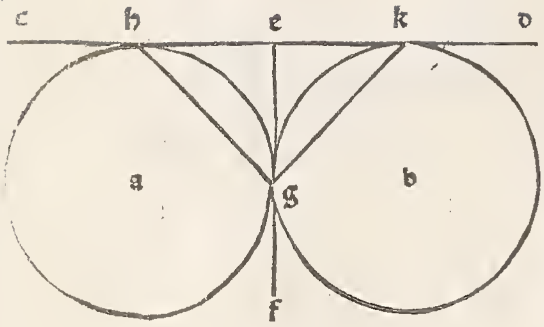
pi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circūferentia contentū. omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestū est omnem lineam rectam a termio diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.



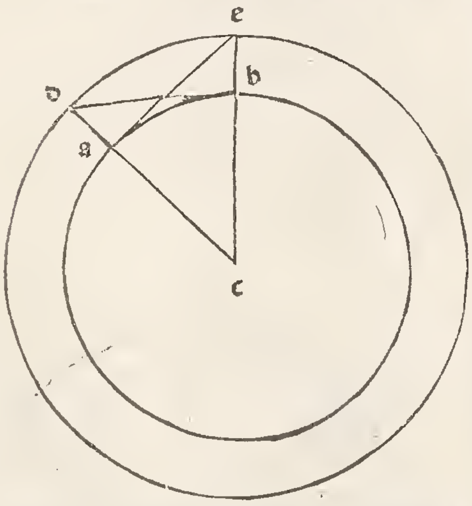
¶ Sit vt a termio a diametri.a.c.circuli.a.b.c.cui⁹ cētr̄.d. ducat̄ linea orthogonaliter: dico q̄ ipsa cadit extra circulum. & q̄ inter lineam illam & circūferentiā nulla alia recta linea itercipit̄: & q̄ angulus quē ipsa & circūferētia cōtinet ē minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. & q̄ angulus cōtentus a diametro & circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. ¶ Si enim linea ducta. ab.a orthogonaliter super.a.c.lineam: potest cadere infra circulū.sit illa linea.a.b.& ducatur linea.d.b.eritq̄ per.5.primi angul⁹.d.a.b.equalis angulo.d.b.a.& quia angulus.d.b.a.est rectus per ypothesim.habebit triangulus.a.b.d.duos angulos rectos quod est impossibile.p.32.primi: ¶ Cadet ergo extra sitq̄.a.e.q̄ si inter ipsam & circūferentiā pōt linea recta intercipi sit illa.a.f.ad quā ducat̄ perpendicularis.d.g.& quia angulus.d.g.a.est rectus.erit p.18.primi linea.a.d.longior linea.d.g.quod est impossibile.quare inter ipsam & circūferentiā nulla linea recta intercipiet̄. ¶ Propter quod patet q̄ angul⁹ cōtentus.ab e.a.& circūferentia qui dicitur angulus contingentie ē minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cōtingentie equalis.aut eo minor cum omnis talis possit per equalia diuidi secūdū doctrinā.9.primi inter lineā.a.c.& circūferentiam posset linea recta itercipi q̄ monstrauimus esse nō posse.per quod patet angulum contentum a diametro & circūferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem.quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. ¶ Correlariū patet per primam partem. Cum enim linea.a.e.in vtrāq̄ partem erecta non secet circulum & tangat ipsum in puncto.a.ipsa est contingens p̄ diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q̄ nō valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius.& per omnia media.ergo per equale.nec ista contingit reperire maius hoc & minus eodem ergo cōtingit reperire equale.hoc autem sic patet. Sit circulus.a.b. super centrum.c.cuius diameter .a.c.b. & ducatur ab eius termino a.linea.a.d.orthogonaliter: eritq̄ contingens circulum per correlarium huius. Describat̄ iterū sup pūctū.a.s̄m quātitatē diametri.a.b.circul⁹.b.e.d.& imaginet̄ linea.a.b.moueri super punctum.a.per circumferentiam arcus.b.e.d.ita q̄ punctum.b.numeret omnia puncta arcus.b.e.d.quousq̄ perueniat ad lineam. a.d. & cooperiat ipsam.& quia angulus.b.a.d.est rectus: erit vt nō sit sumere aliquem angulum acutum cui equalē non fecerit linea.a.b.cum diametro .a.c.b. minoris circuli.quia transiuit ad angulum rectum dinumerans situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia . a.b . & diametro.a .c.b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q̄ nullus in transitu ab acutis minoribus ad recto maiorē intermedius fuit ei equalis. Si eni fuerit aliquis: sit vt illū fecerit linea .a.b. cum punctus. b.fuit in puncto .c. arcus .b. e. d. quia ergo angulus



e.a.b.est equalis angulo semicirculi predicto: angulus aũt semicirculi ẽ amplissim⁹ omniũ acutoꝝ p vltimã partẽ huius: erit angulus.e.a.b.amplissim⁹ omniũ acutorũ: diuidat̃ ergo angulus.e.a.d.sicut proposuit.9.primi p equalia ducta linea.a.f. eritq3 p cõceptionẽ angulus.f.a.b.ãplior angulo.e.a.b.quare erit aliqd ãpli⁹ amplissimo quod ẽ ipossibile. ℂ Uel sic cũ angulus e.a.b.sit equalis angulo semicirculi sicut ponit̃. At angulus semicirculi cũ angulo cõtingẽtie ẽ equalis vni recto. Similiter quoq3 angulus.e.a.b.cũ angulo.e.a.d.ẽ equalis vni recto: erit angul⁹.e.a d.equalis angulo cõtingentie: ꝛ q2 angulus cõtingentie ẽ angustissimus omnium acutoꝝ per.3.ptem huius: erit similiter angulus.e.a.d.sibi equalis angustissimus omniũ acutoꝝ.sed angul⁹.e.a.f.ẽ eo angustior p cõceptionẽ: erit ergo aliquid angustius angustissimo quod ẽ impossibile: ℂ Non ergo erit angulus rectiline⁹ equalis angulo semicirculi ꝛ q2 trãsitur a minori ad maius ꝛ non p equale. Jtẽ q2 est reperire minorẽ eo ꝛ maiorẽ: patet instantia cõtra vtrãq3 argumẽtationẽ predictam Unde per interemptionem ad illud est respondendum.



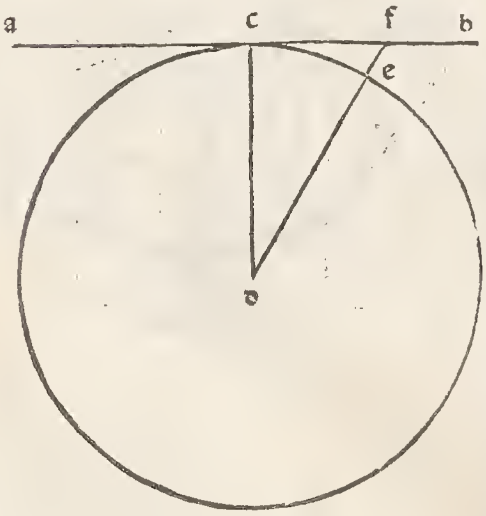
POsset probari quod angulus contingentie est diuisibilis scõm lineã rectã vt cõstat per figurationẽ hic a latere positam. Certum ẽ ꝙ angulus qui causat̃ ex cõtactu duoꝝ circuloꝝ vel spaꝝ ẽ angulus contingentie ꝛ talis diuidat̃ per lineã.e.g: q2 hic habet̃ triangulus. h.g.k.cuius basis.h.k.diuidatur per equalia in puncto.e.ꝛ protrahat̃ versus.g.contactum ꝛ arguitur per.4.primi. deinde p.26. huius ꝛ patet ꝓpositum.



Propositio .16.

Dato puncto ad datum circulũ lineã cõtingentẽ ducere.

ℂ Sit circulus datus.a.b.cui⁹ centꝝ.c.punctusq3 datur.d.volo ergo a puncto.d.ducere lineã ꝯtingentẽ circulũ.a.b.ꝓduco lineã.d.c.secantẽ circũferentiã circuli.a.b.in puncto.a.sup quã describo circulum.d.e.secũdũ quãtitatẽ linee.d.c.concẽtricũ circulo.a.b.ꝛ a pũcto a.produco lineam.a.e.ꝑpendicularẽ ad lineã.d.c.que secet circũferentiã circuli.d e.in puncto.e. ꝛ ꝓduco lineã.e.c.secantẽ circũferẽtiã circuli.a.b.in puncto.b. deinde produco lineã.d.b.que erit cõtingens circulum.a.b.q2 eni duo latera.a.c. et c.e.trianguli.a.c.e.sunt equalia duobus laterib⁹.b.c.ꝛ.c.d.trianguli.b.c.d.ꝛ angulus.c.ẽ cõis vtriq3 erit p.4.primi angulus.c.a.e.equalis angulo .d.b.c. angulus autem.e.a.c.est rectus quare angulus.d.b.c.est rectus: p correlarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b .quod est propositum.



Propositio .17.

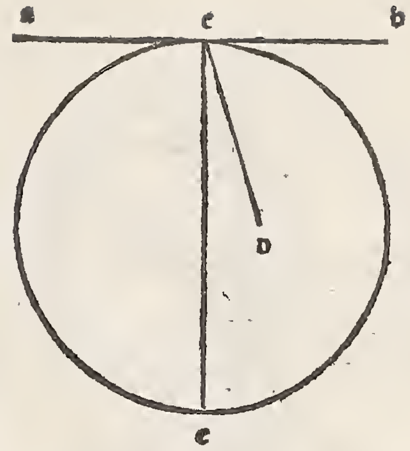
SJ circulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineã contingentem esse perpendicularem.

ℂ Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrũ sit.d.in puncto.c.qui iungatur cũ centro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsã. sit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que secet circũferentiam circuli i puncto e.eritq3 vterq3 angulorum qui sunt.ad.f.rectus igitur per.18. primi linea. c.d.est maior linea.d.f.quod est impossibile: Constat itaq3.d.c.esse perpendicularem super.a.b.quod est propositum.

Propositio .18.

SI circulū linea recta cōtingat: ꝛ a cōtactu in circulū linea quedā orthoganaliter ducat̄. i eadē cētꝝ eē necesse ē.

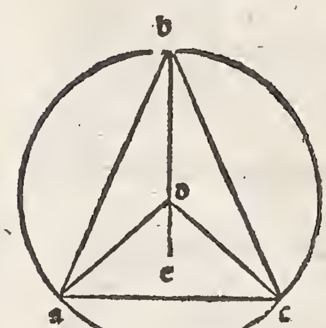
¶ Sit vt prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in puncto.c. ꝛ a contactu ducat̄ intra circulū.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico ꝙ centrum circuli est in linea.c.e.ꝛ est cōuersa prioris. Si enī non fuerit centrū in linea.c.e.sit alibi vbicunqꝫ cōtingat.sitqꝫ.d.ꝛ ꝑducat̄ linea.d c.eritqꝫ.d.c.per premissam perpendicularis ad lineā.a.b.qđ est impossibile cū.e.c.posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

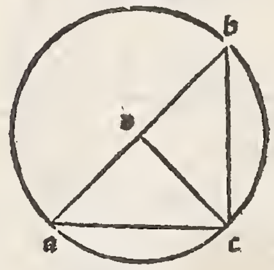


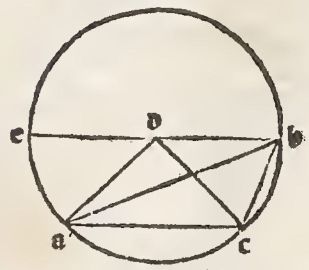
Propositio. 19.

SI intra circulum angulus supra centrū consistat: alius vero angulus supra circūferētiā cōsistēs eādē basim habeat inferior superiori duplus erit.

¶ Sit vt in circulo.a.b.c. cuius centrū.d .fiat angulus. a.d.c.super centrū ꝛ angulus.a.b.c.sup circūferentiā.sitqꝫ vtriusqꝫ anguli eadē basis q̄ sit arcus.a.c.dico angulū.a.d.c.duplū esse ad angulū.a.b.c. ¶ Qđ sic ꝓbatur. Aut enī due linee.a.b.ꝛ.b.c.icludūt duas lineas.a.d.ꝛ.d.c.aut altera eaꝝ sit linea vna cū altera reliquaꝝ.aut etiā altera primarum secat alterā postremarū ¶ Sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuratione apparet.ꝛ producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per.32.primi: angulus.a.d.e.extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt.b.a.d.ꝛ.a.b.d.anguli ꝛ quia ipsi sunt equales per.5.eiusdē erit angulus.a.d.e.duplus ad angulū.a.b.d.similiter quoqꝫ erit angulus.e.d.c. duplus ad angulū.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus ē ad totū angulū. a.b.c.qđ est propositum. ¶ Qđ si altera duaꝝ linearum.a.b.ꝛ.b.c.fiat linea vna cū altera duaꝝ lineaꝝ q̄ sunt.a.d.ꝛ.d.c.vt in secūda figuratione apparet.per easdē ꝑ quas prius:ꝛ simili mō liquet ꝓpositum. ¶ Qđ si altera duarum primaꝝ secet alteram duarum postremarum.vt in.3.figuratione apparet.vbi linea.a.b.secat lineā.d.c.producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per easdeꝫ quas prius assumpsimus ꝛ simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulū.d.b.a.ꝛ totus angulus.e.d.c.duplus ad totū angulū.d.b.c.quare angulus.d.b.c.dupl⁹ ē ad angulū.a.b.c. qđ est propositum.



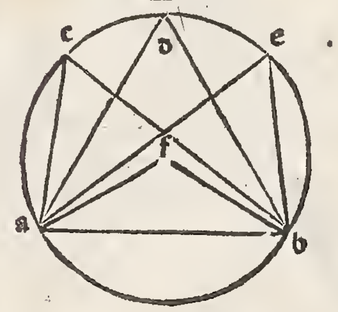




Propositio .20

SI in vna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

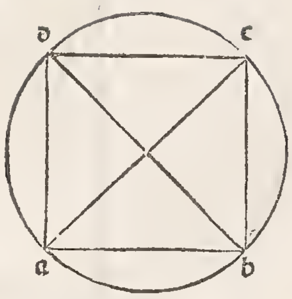
¶ Sit vt in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius centrum.f.cōsistant quoslibet anguli super arcum.a.d.b.qui sūt.c.d.e.dico eos eē equales.protrahatur enī corda.a.b.ꝛ ab eius extremitatibus: ducantur in centrum linee.a.f.ꝛ.b.f.eritqꝫ per premissam angulus.f. consistens super centrū ad vnūquēqꝫ eorum.duplus: quare ipsi sunt equales: qđ est propositum.



Propositio .21.

SI intra circulum quadrilaterū describat̄. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterū.a.b.c.d.inscriptū circulo.a. b.c.d. dico quosqꝫ duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos eē eq̄les duob⁹ rectis.ꝓtrahant̄ enī in q̄drilatero diamertri.a.c.b.d.eritqꝫ ꝑ premissā angulus. c.b.d. eq̄lis

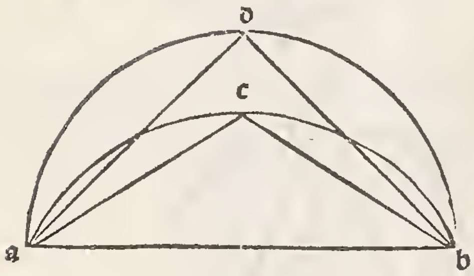


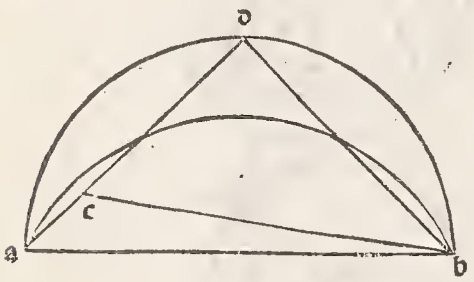
angulo.c.a.d.⁊ angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.erit eq̃lis duo/bus angulis qui sunt.a.c.d.⁊.c.a.d.⁊ quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt eq̃les duo bus rectis.per.32.primi: erunt duo anguli.b.totalis.⁊.d.totalis equales duob⁹ rectis quod est propositum.Similiter quoq; probabitur angulos. a.⁊.c. totales esse equales duobus rectis.

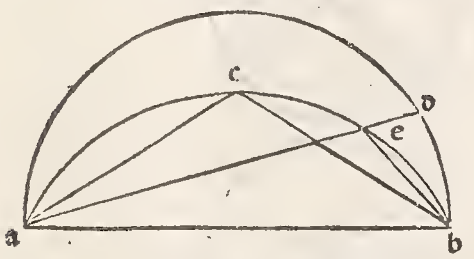
Propositio .22

Duas circuli similes portiones inequales.super vnam re/ctam lineam assignatã.ex eadẽ parte cadere impossibile ẽ

¶Sit linea recta assignata.a.b.sup quã fiat portio circuli.a.c.b.di/co q̃ sup eandem lineã ex parte eadem non fiet alia portio que sit si milis huic.⁊ ea maior aut minor.¶Qd̃ si fuerit hoc possibile fiat er go portio.a.d.b.maior ea que tamen sit similis ei.fiat ergo angulus.a.c. b.ĩ por tione minori.⁊ angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo vt linee.a.d.⁊ .d.b. includant lineas.a.c.⁊.c.b.vt p; ĩ figuratiõe prima.Aut vt altera primarum fiat eadem cum altera postremar;.vt in scd̃a.aut vt altera secet alteram vt in tertia.¶Qd̃ si fuerit primo mõ erit per.21 . primi: ãgulus.c.maior angulo.d.nõ ergo sũt portiones si/miles per diffinitionẽ. Qd̃ si scd̃o modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d. per. 16.eiusdem.nec sic igit̃ erũt portiones similes.Si aũt tertio modo sit ut linea a.d.secet lineam..c.b.⁊ secet circũferentiam portionis minoris in puncto.e.⁊ du/cat̃ linea.e.b.eritq; p eãdẽ. 16.primi:angulus.a.e.b.ɔsistẽs ĩ portiõe.a.c.b.maior ãgulo.d.s;.e.ẽ eq̃lis.c.p.20.h⁹ q̃re.c.ẽ maior.d.q̃re nullo mõ sĩles. ¶Silr̃ quoq; mõ pbabis q̃ sup lineã. a.b.nõ fiet portio sĩlis portioni.a.c.b.mior.c.a.posito.c in loco.d.⁊.d.in loco. c.in figurationibus predictis.erit enĩ per premissas sc; per 21.⁊.16.primi:⁊ premisso modo angulus.d.omniũ figurationũ maior angulo.c. quare portiones nõ erũt similes.¶Et nota q̃ licet proponatur super lineam vna; nõ posse fieri portiones similes inequales ex eadem parte.verum est tamẽ q̃ nec ex diuersis qd̃ licet probare minori que est ex vna parte supposita maiori que ẽ ex alia.necesse enĩ.erit per cõmunem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt si/miles per hanc.22.



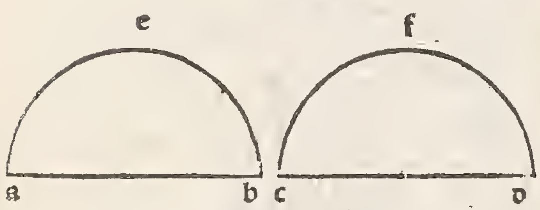




Propositio .23.

Si circulorum similes portiones super lineas equas fue/rint.ipsas portiones equales esse necesse est.

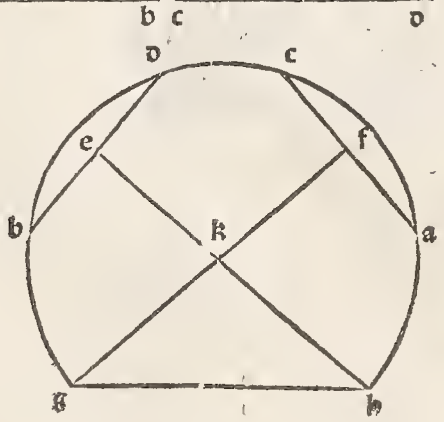
¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equales super quas sint due portiones circulorum.a.e.b.c.f.d.que sunt similes.dico q̃ ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet ma/ior minorem. sed linea .a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum sint equales.quare accidit contrariũ p̃misse qd̃ ẽ impossibile.erũt enĩ.a.b.⁊.c.d.linea vna.



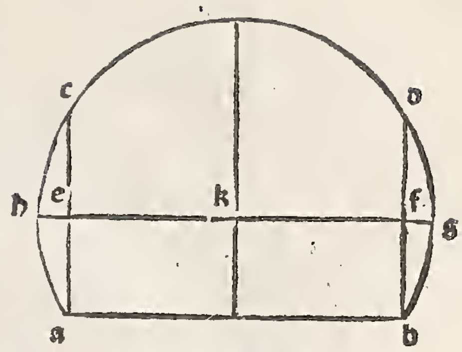
Propositio .24.

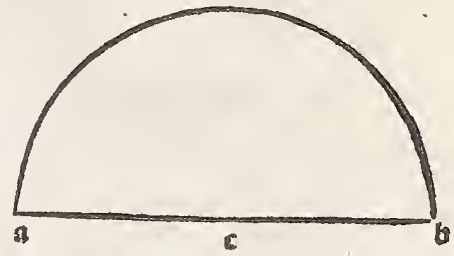
Dati semicirculi.siue semicirculo maioris minorisue porti onis circulum perficere.

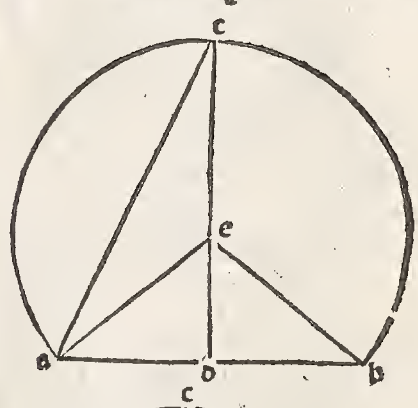
¶Intentum per hanc cõclusionẽ est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b. quilibet arc⁹

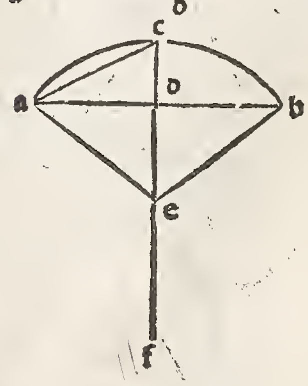


ex quo volo perficere circulum protrabam in eo duas lineas qualitercunq3 cōtin gat que sint.a.c.z.b.d.quas diuidam per equalia.a.c.quidā i puncto.e.z.b.d.in puncto.f.z protrabam.c.g.perpendicularem ad.a.c.z.f.b.perpendicularem ad b.d.que secent se in puncto.k.eritq3 per corel'.prime huius centrū circuli in vtra/ q3 linearum.e.g.z.f.b.quare centrum est punctū.k.Si autem.e.g.non secet.f.b: sed sint linea vna.quēadmodū erit si due linee.a.c.z.b.d.sint equidistantes tunc ipsa applicabit' circūferētie dati arc⁹.ex vtraq3 pte ipsa igit' diuisa p mediū i pūcto k.erit ibi centrū circuli per idem corel'.Equidistantes autem non erūt.e.g.z.f.b. quia cum in vtraq3 sit centrum circuli per dictum corel'.essent eiusdem circuli duo centra.Sic potest de omni arcu siue de omni portione cōmuniter demōstrari qualiter inde circulus perficiatur.¶Quia tamen auctor videt' hanc cōclusionē varia/ re fm diuersas species arcuū omniū portionū enumerādo species:demōstrabim⁹ diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū.a.b.portio data semicirculus.eritq3 per diffinitionē semicirculi.linea.a.b. diametri.ea igitur diuisa per medium in puncto.c.erit.c.centrū circuli.¶Sit rur sus portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b.quā diuido per equalia in puncto.d.a quo duco.d.c.perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum per corel'.prime huius:z protrabo lineam.a.c.z quia linea.a.b.est minor diame tro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo:erit.a.d.minor semidiametro.sed.d.c est maior semidiametro.ergo.d.c.est maior q̄3.a.d.ergo per.19.primi:angulus c.a.d.est maior angulo.a.c.d.fiat itaq3 per.23.primi:angulus.c.a.e.equalis an/ gulo.a.c.d.producta linea.a.e.que secet lineam.c.d.in puncto.e.eritq3 p sextā pri mi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat' igitur linea.e.b.eritq3 per.4.primi linea e.b.equalis linee.a.e.quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per.9.huius e.est centrum circuli.¶Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo.cuius corda sit a.b.quā diuido per equalia in puncto.d.a quo produco lineam.c.d.e.perpendicu larem ad lineā.a.b.que secet circūferentiam in puncto.c.hāc manifestū est transi re per centrum per corelarium prime huius.produco iterū lineam.a.c:eritq3 an/ gulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est equalis erit portio.a.c.b.semicirculus.z si minor erit maior semicirculo:positū est autē q sit minor.produco igitur lineā.a. e.que cum linea.a.c.faciat angulū equalem angulo.c.z secet lineam.c.f.in puncto e.z manifestū ē q punctum.e.cadat extra datam portionē.z produco lineam.e.b z quia angulus.a.totalis est equalis angulo.c.erit per.6.primi linea.e.a.equalis linee.e.c.z quia per quartā primi linea.e.b.est equalis linee.e.a.erit per.9.hu/ ius punctū.e.centrum circuli quare patet propositum fm omnes species portio/ num circuli.





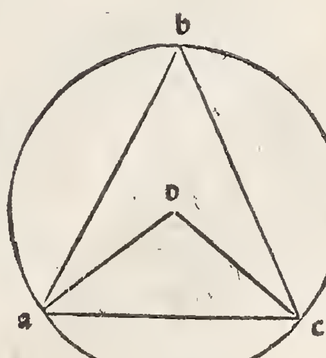




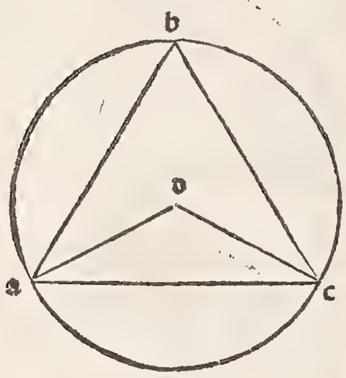
Propositio 25.

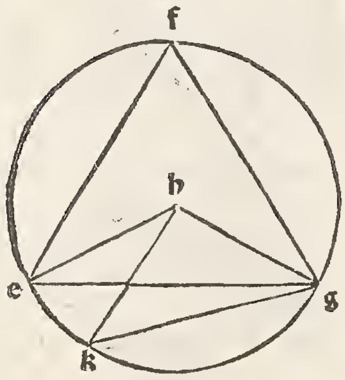
Si in equis circulis seu super centra.seu sup circūferētias equales anguli consistant.super equos arcus eos cadere necesse est.

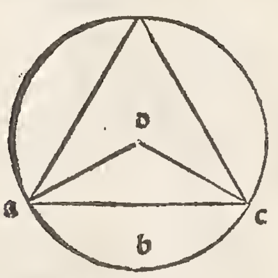
¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrū.d.z.e.f.g.cuius cen trū.h:z fiāt supra cētra eoz duo anguli.a.d.c.z.e.h.g.qui ponant' equales.dico duos arcus.a.b.c.z.e.f.g.esse equales.protrabantur due linee.a.c. z.e.g.z fiant duo anguli in circūferentiis ipsoz3 consistentes supra predictos ar cus qui sint angulus.a.b.c.z angulus.e.f.g.quia ergo circuli sunt equales.erunt

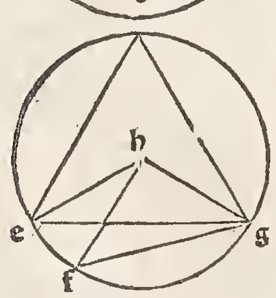












per diffinitionez equalium circulorum semidiametri equales:⁊ quia duo anguli.d ⁊.h.sunt equales erit per.4.primi:linea .a.c.equalis linee.e.g.⁊ per.19.huius erit angulus.b.equalis angulo.f.cum.d.angulus sit equalis angulo.h.ergo per diffi/ nitionem similium portionum due portiones.a.b.c.⁊.e.f.g.sunt similes:⁊ q₂ ipse sunt sup lineas:a.c.⁊.e.g.equales ipse erunt equales per.23. huius: quare arc⁹.a b.c.⁊.e.f.g.sunt equales.Qd̄ si anguli.b.⁊.f.qui sunt in circūferentia ponantur equales erunt per diffinitionē portiones similes ⁊ anguli.d.⁊.h .equales p.19. hu ius :⁊ quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due linee.a.c. ⁊.e.g.equales quare ut prius portiones equales per.23.huius cum sint similes ⁊ super equales lineas.igitur ⁊ arcus equales :quod est propositum.

Propositio .26.

SI in equis circulis equi sumātur arcus.infra illos forma/ tos angulos. qui supra centra eoꝝ seu supra circumferē/ tias cōstituātur equos esse necesse est.

¶Sint vt prius duo circuli.a.b.c.cuius centrū.d.⁊.e.f.g.cui⁹centrū h.sintq₃ duo arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.equales fiantq₃ super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d.⁊. h.ductis.a.d.c.d.e.h.g .h. Itemq₃ super eos/ dem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint.b.⁊.f.ductis lineis.a.b c.b.e.f.⁊.g.f.dico duos angulos d.⁊.h.adinuicē eē eq̄les Itēq₃ duos.b.⁊.f.adin uicem esse equales ⁊ est hec conuersa prioris.si enim non sunt.d.⁊. h.anguli ad in uicem equales:sit ergo.h.maior a quo abscindatur angulus.k.h.g.qui sit equalis angulo.d.eritq₃ per premissam arcus.k.e.f.g.equalis arcui.a.b.c. sed duo arcus a.b.c.⁊.e.f.g.positi sunt equales:accidet ergo partē esse equalem toti: quod ē im/ possibile:quare anguli.d.⁊.h.totales sunt equales. ¶Simili quoq₃ modo proba bis angulos.b.⁊.f.esse equales.vel si maius probato ꝙ anguli.d.⁊.h.sint equa/ les.sequitur.b.⁊.f.esse equales per.19.huius ⁊ econuerso.

Propositio .27.

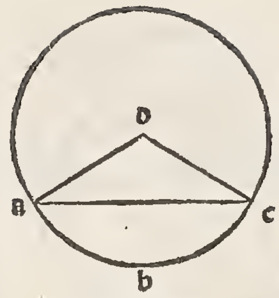
SI in circulis equalibus eque linee arcus resecent. arcus quoq₃ equos esse.si autē linee īequales fuerint arc⁹ quo q₃ inequales.⁊ a maiore linea maiorem arcum:a minore vero minorem abscindi necessariū est.

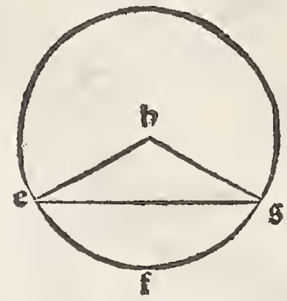
¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centꝝ.d.⁊.e.f.g.cui⁹ cētrū h.sitq₃ corda.a.c.eq̄lis corde.e.g.dico duos arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.quos p̄dicte cor de ex predictis circulis resecant esse equales.Qd̄ si corda.e.g.ponat̄ maior corda a.c.dico arcū.e.f.g.esse maiorē arcu.a.b.c.Primū quidem sic probat̄ ducantur a centris linee ad extremitates cordaꝝ que sint.d.a.d.c.h.e.h.g.⁊ quia circuli posi ti sunt fore eq̄les.erūt hee semidiametri equales.⁊ q₂ linea. a.c. posita est equalis linee.e.g.erit per.8.primi:angulus.d.equalis angulo.h.totali:quare per.25.hui⁹ erit arcus.a.b.c.equalis arcui.e.f.g.sicq₃ patet primum. scd̄m sic. sit.e.g. maior a.c.eritq₃ per.25.primi angulus.h.maior angulo.d. fiat ergo angulus.f.h.g.eq̄/ lis angulo.d.eritq₃ per.25.huius arcus.f.g.equalis arcui.a.b.c.quare arcus. e.f. g.est maior arcu.a.b.c.quod est scd̄m. ꝓpositū.

Propositio .28.

Circulorum equalium equos arcus. equas cordas habe/re necesse est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrum.d.z.e.f.g .cui⁹ centrum.h.sitq; arcus.a.b.c.equalis arcui. e.f.g. dico q corda.a. c.est equalis corde.e.g.z est hec conuersa prime partis premisse. ¶Ducant linee.d.a.d.c.h.e.h.g.eruntq; per.26.huius anguli.d.z.h.equales:quare p quar/tam primi:erit.a.c.equalis.e.g.quod est propositum. Quecunq; autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

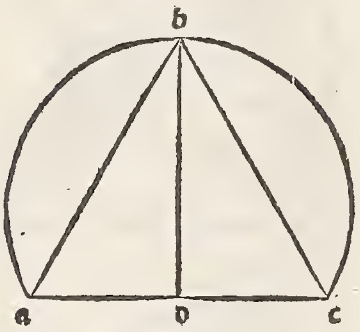




Propositio .29.

Datum arcum per equalia diuidere:

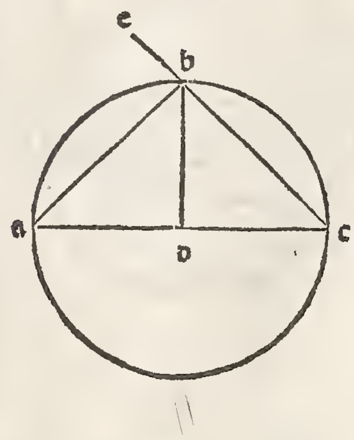
¶Sit datus arcus.a.b.c.cui subtendatur corda.a.c.que diuidat per equalia in puncto.d.a quo ducatur perpendicularis ad ipsa; que sit d.b.secans circũferentiam dati arcus in puncto.b.quẽ dico diuidere datum arcum per equalia.ducantur enim linee.b.a.b.c.que erũt eq̃les per.4. primi quare p primã partem.27.hui⁹ arcus.a.b.erit equalis arcui.b.c. quod est propositum.

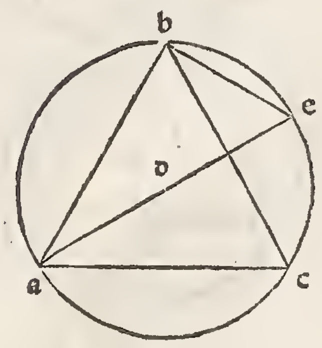


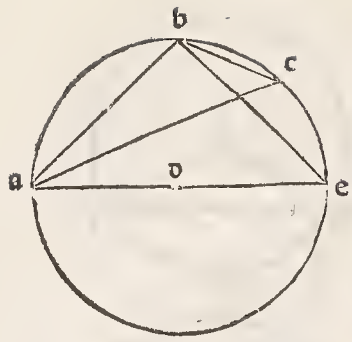
Propositio .30.

Si rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consi/stat.rectus est.Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶Itemq; omnis portionis angulus semi/circulo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

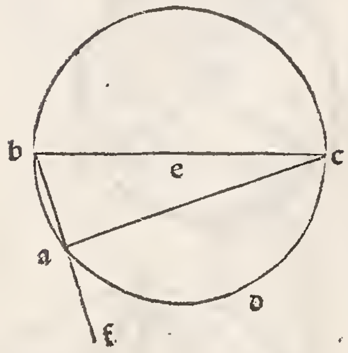
¶Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.z diameter.a.d.c.semicirculus. a.b.c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus.a.b.c.ductis lineis.a.b.z.b.c.di/co illum angulum esse rectum.protrahatur ab ipso angulo in centrum linea .b.d. eritq; per quintã primi: angulus.a.b.d.equalis angulo.a.z angulus.d.b.c. equa lis angulo.c.z quia ãgulus.c.d.b.ẽ equalis duobus angulis.d.b.a. z.a.per.32.p̃mi:ipse erit duplus ad angulum.d.b.a.eadem ratione angulus.a.d.b.dupl⁹ erit ad angulum.d.b.c.ergo duo anguli.c.d.b.z.a.d.b.dupli sunt ad totalem angu/lum.a.b.c.sed ipsi sunt equales duobus rectis. per.13.primi: erit igitur angulus a.b.c.totalis medietas duorum rectorum:quare rectus quod est primum propo/situm. ¶Idẽ aliter protrahatur.b.c.vsq; ad.e.eritq; per.32.primi:angulus .a.b. c.equalis duobus angulis.a.z.c.z quia angulus.a .est equalis angulo .a.b. d.et angulus.c.angulo.c.b.d.erit angulus.a.b.e.equalis totali ãgulo.a.b.c.ergo vter q; eorum est rectus per diffinitionem. ¶Scdo sic patet:sit in circulo. a.b.c. cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo:z fiat super eius cir/ferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.z.b.c.dico illum angulum esse mino/rem recto.ducantur enim diametri.a.d.e.z linea.e.b.eritq; per primam partem huius.b.totalis rectus.quare angulus.a.b.c.erit minor recto per cõmunem scien tiam cum sit pars eius:sicq; patet scdm. ¶Tertium sic.Sit rursus in circulo. a.b.

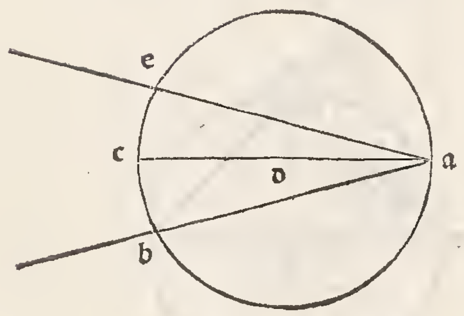




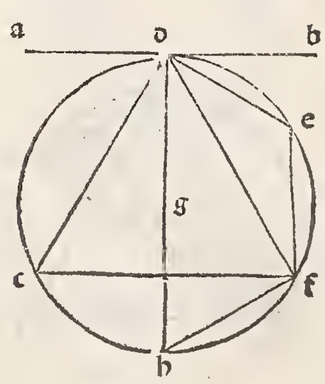


c.cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.que sit semicirculo minor: ꝛ fiat super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.ꝛ.b.c.dico hunc an/gulum esse maiorem recto.producantur enim diametri a.d.e.ꝛ linea.b.e. eritq; per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus.a.b.c. erit ma/ior recto quod est tertium propositum. ¶ Quartum ꝛ quintum sic. Sint in circulo a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo ꝛ por/tio.a.d.c.cuius eadē corda.a.c.minor semicirculo dico angulū contentum ab arcu b.a.ꝛ corda.a.c.esse maiorem recto ꝛ angulum contentum ab arcu.d.a. ꝛ corda a.c.esse minorem recto.producantur diametri.c.e.b.ꝛ linea.b.a.vsq; ad.f.eritq; per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus.quare per.13.primi angulus.f.a.c.est similiter rectus.Quia igitur angulus rectus est primi ꝛ secūdus pars recti euidenter patet vtrūq;.quare tota liquet hec pētbamembris conclusio. ¶ Ex istis autem duobus vltimis partibus nota etiā instantiam contra illas duas argumē/tationes ad quas tulimus instantiam.in.15.huius.transitur enim ab angulo por/tionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius ad an/gulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius.non tamen per equale.Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo.aut minor:sit autem tam angulus semicirculi per primam par/tem.15.quā angulus portionis minoris per vltimā partē huius minor recto.por/tionis vero maioris sit maior recto.ꝛ tñ nō erit alicuiꝰ portionis āgulꝰ.nec simplr aliquis contentus a circumferentia.ꝛ linea recta nec rectꝰ nec eq̄lis recto.Qd ut cla rius pateat sit i circulo.a.b.c.cuius centrum.d.linea.a.b.cui non sit determinatus finis ex parte.b.secans ex ipso portionē semicirculo minorē.eritq; per vltimā par tem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.d.c.ꝛ imaginetur linea.a.b. moueri ad partem.c.super punctū.a.que quādiu fuerit citra.c.vel in ipso.c.coogi ens diametrum.a.d.c.faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem pūcto vltra.c.velut in.e.faciet p penulē ptem hꝰ angulū maiorē recto.trāsit ergo a minori ad maius non per equale.ꝛ sicut in rectilineis angulis est reperire maiorē angulo semicirculi ꝛ minorem.non tamē equalem ut mōstratū ē.i.15.huius:sic in angulis portionis est reperire maiorem recto ꝛ minorem non tamen equalem :vt patet ex ista demonstratione.





Propositio .31.



Si circulum linea recta contingat ꝛ a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum du/catur quoscunq; duos angulos cum contingēte facit.duo bus angulis qui in alternatis circuli super arcus consi/stunt portionibus:equales sunt.

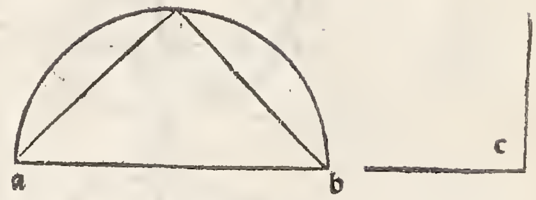
¶ Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.e.f.cuius centrū.g.in puncto.d. a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea.d.f.secans ipsum.fiantq; angu lus.d.c.f.consistens super arcum portionis.d.c.f.ductis lineis.c.d.ꝛ.c.f. ꝛ angu lus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.c.f.ductis lineis.e.d.ꝛ.c.f.dico an gulum.c.esse equalem angulo.b.d.f.ꝛ angulum.e. angulo. a.d.f. ducantur enim diametri.d.g.h.ꝛ linea.f.h.eritq; per.17.huius.d.h.perpendicularis super. a.b. ꝛ per primam partem premisse angulus.d.f.h.rectus.quare duo anguli.a. d.h.ꝛ

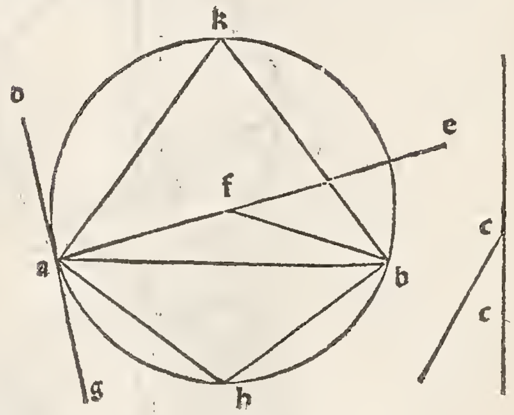
d.f.b.sunt equales.posito ergo cōmuni angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui sunt.d.f.b.⁊.b.d.f.sed hi duo cum angulo.b. sunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. equales duobus rectis.sed angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.pri/mi:ergo angulus.b.d.f.est equalis angulo.b.ergo ⁊ angulo. c.per.20.hui⁹ ⁊ hoc est primum.⁊ quia duo anguli.c.⁊.e.sunt equales duobus rectis per.21. hui⁹ erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod est scōm. Uel istud scōm sit angulus. a.d.f cum angulo.b.equiualet duobus rectis.vt premonstratum est.sed angulus.e.cum angulo.b.equiualet duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.e.est equalis angulo.a.d.f.quod est propositum.

Propositio .32.

Super datam lineam.circuli portionē describere capien/tem angulum.dato angulum equalem.seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

¶Sit.a.b.linea data ⁊.c.datus angulus super lineam a.b.volo de scribere vnā circuli portionē recipiētē i circūferētia rectilineū angulū equalem angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuisa.a.b.p medium descri/bam super eam semicirculum.factumqȝ erit propositum.per primam partem.30. huius.¶Si autē sit obtusus ductā lineam.d.a.cum linea.b.a. continentē equalē angulum angulo.c.⁊ a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem sup lineam a.d.⁊ super punctū.b.faciā angulū p.23.p̄mi equalē angulo.e.a.b.i quo obtusus excedet rectum.ducta linea.b.f.vsqȝ ad perpendicularem.a.e.eruntqȝ per.6.p̄mi: linee.f.a.⁊ f.b.equales:facto itaqȝ pūcto.f.centro circuli describam ꝺm quantita/tem linee.f.a:circulum.a.h.b.eritqȝ per corel.15.huius linea.a.d.contingens circulum.quare per premissam angulus qui fit in portione.a.h.b.est equalis angu/lo.d.a.b.quare ⁊ angulo.c.quod est propositum.¶Si autem angulus.c. sit acu/tus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalem angu/lo.c.⁊ a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.⁊ super punctum b.faciam angulum equalem angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutū.ducta linea b.f.vsqȝ ad perpendicularē.a.e.eruntqȝ per.6.primi linee.f.a.⁊.f.b.equales: fa/cto itaqȝ puncto.f centro circuli.descrribam ꝺm quantitatem linee.f.a.circulum.a. k.b.eritqȝ per corelarium.15.huius linea.a.g.contingens circulū.quare per pre/missam angulus qui fit in portione.a.k.b.est equalis angulo.g.a. b. quare ⁊ an/gulo.c.quod est propositum.

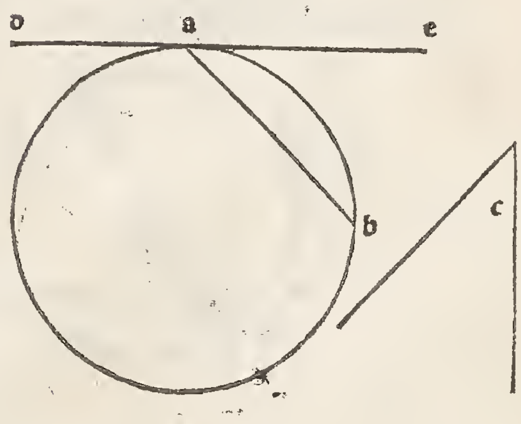




Propositio .33.

A Dato circulo :dato angulo. equum angulum capientem portionem abscindere.

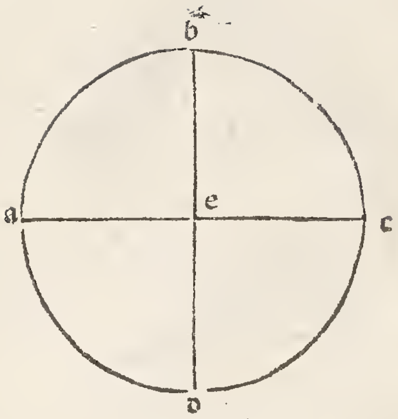
¶Sit.a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volo ergo a circulo.a b.abscindere portionem vnam capientem equalē angulum angu/lo.c.produco lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in pun/cto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea .a.e. angulum equalem angulo.c.eritqȝ per.31.huius portio.a.b.existens a parte linee.a.d.reci/piens angulum equalem angulo.c.quod est propositum.

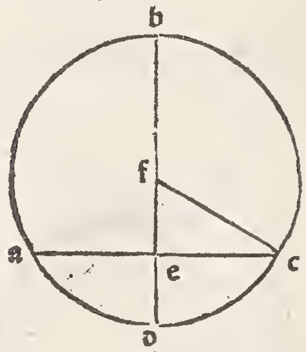


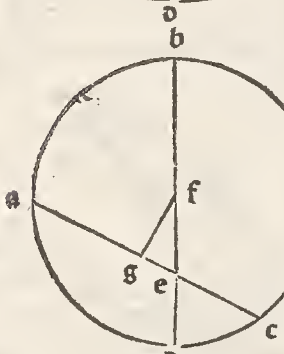
Propositio .34.

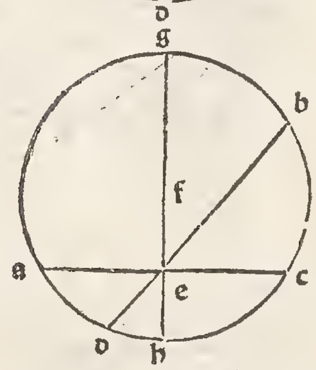
SI intra circuluȝ due recte linee sese inuicem secent. ꝙ sub duabus partibus vnius earuȝ ꝓcedit. equũ est ei rectãgulo qꝺ sub duabus alterius linee ꝑtibus cõtinetur.

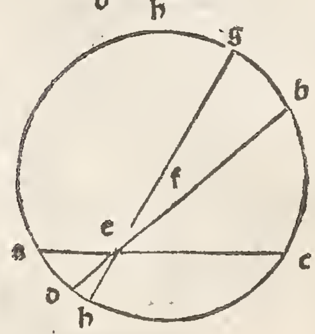
¶Sint due linee .a.c.⁊ b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super pũctũ e. dico ꝙ illud rectangulum qꝺ fit ex. a.e. ĩ e.c. equum est ei qꝺ fit ex b.e. in e.d. aut enim ambe linee a.c.⁊.b.d. transibũt ꝑ centrum circuli aut altera tm̃ aut neutra. ꝙ si ambe transeant per centrũ. erit. e. centrum circuli. omnesq; 4 linee equales: quare liquet ꝓpositum. ¶Qꝺ si altera earũ tantum transit per centrũ sit illa .b.d. centrumq; circuli sit .f. aut ergo .b.d. secabit a.c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia: eritq; per primã parteȝ .3. huius secans eã orthoganaliter. ducatur itaq; linea .f.c. eritq; per .5. secundi qꝺ fit ex .b.e. in .e.d. cũ quadrato .e.f. equale quadrato linee .f.d. quare ⁊ quadrato linee .f.c. ergo per penultimam primi ⁊ quadratis duaꝝ linearum. f.e. ⁊ e. c. dempto ergo vtriq; quadrato .e.f. erit quod fit ex .b.e. in .e.d. equale quadrato linee .e.c. ⁊ quia .e.c. ẽ equalis .a.e. patet propositum. ¶Qꝺ si .b.d. transiens per centrum secat .a.c. per inequalia a centro .f. ducatur .f.g. perpendicularis ad .a.c. eritq; per secundam partem tertii huius .a.g. equalis .g.c. ⁊ ducatur linea .f.c. eritq; per .5. secundi quod fit ex .b.e. in .e.d. cũ quadrato .e.f.c. ⁊ ideo per penultimã primi cũ quadratis duarum linearum .f.g. ⁊ .g.e. propter id qꝺ angulus .f.g.e. ẽ recto ⁊ ẽ equalis quadrato linee .d.f. ⁊ ideo linee .f.c. propter quod per penultimã primi ⁊ quadratis duarum linearum .f.g. ⁊ .g.c. dempto ergo vtriq; quadrato linee .f.g. erit quod fit ex .b.e. ĩ e.d. cum quadrato linee .g.e. equale quadrato linee .g.c. sed per .5. secundi quod fit ex .a.e. in .e.c. cum quadrato linee .g.e. est equũ ei quod fit ex .a.e. in .e.c. cum quadrato eiusdem .g.e. dempto igitur vtriq; quadrato linee .g.e: erit quod fit ex .b.e. in .e.d. equale ei quod fit ex .a.e. in .e.c. quod est propositum. ¶Qꝺ si neutra earũ transit per centrum siue altera diuidat alteraȝ per equalia siue per inequalia. producam lineam .g.f.e.h. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per equalia. ut .b.d. a.c. tũc .g.h. diuidit etiã .a.c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modũ huius conclusionis quod fit ex .g.e. in .e.h. equum est ei quod fit ex .a.c. in .e.c. ⁊ per tertium modum huius quod fit ex .g.e. in .e.h. equum est ei quod fit ex .b.e. in .e.d ergo quod fit ex .a.e. in .e.c. equum est ei quod fit ex .b.e. in .e.d. quod est propositum. ¶At si neutra diuidit alterã per equalia erit per tertiũ modũ hu⁹ cõclusiõis qꝺ fit ex .g.e. in .e.h. eq̃le vtriq; eorum que fiunt ex .a.e. in .e.c. ⁊ .b.e. in .e.d. quare vnum eorum erit equale alteri: quod est propositum.









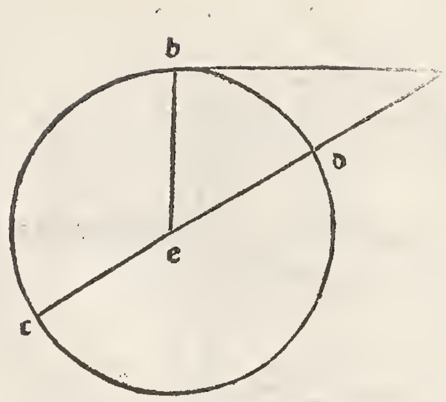


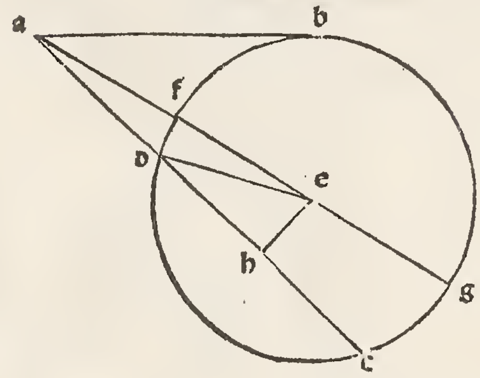
Propositio .35.

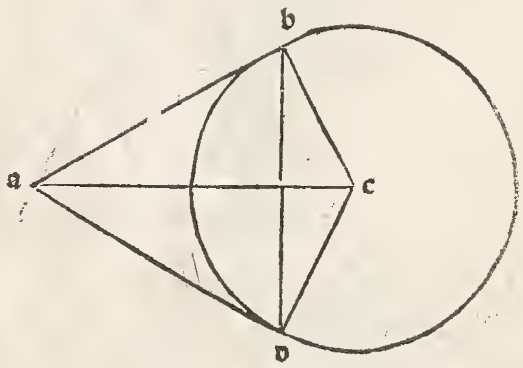
SI extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circuluȝ alia linea secãs. alia contigens due recte linee ducantᷣ qꝺ sub tota secante. atq; parte sui extrinseca continetᷣ equũ est ei quadrato qꝺ ex contingente linea describitur.

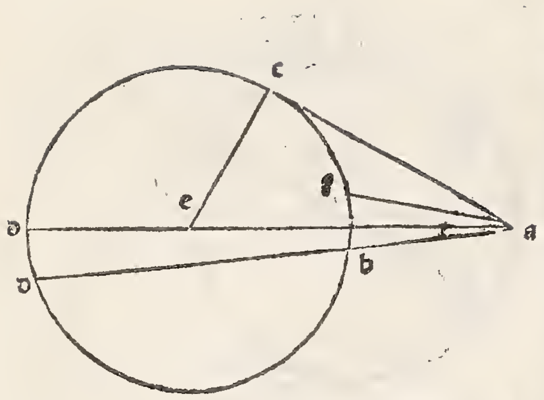
Sit .a. punctus signatus extra circulum .b.c.d. cuius centrũ. e. a quo

ducantur ad circulum due linee.a.b.contingens.⁊.a.c.d.secās.dico ꝙ illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b.aut enim.a.d.c. transit per cen/trum aut non transeat:ergo primo per centrum quod est.e.⁊ ducatur linea. e.b. que per.17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.⁊ quia linea. d.c. diuisa est per equalia in puncto.e.⁊ est ei addita linea.d.a.erit per sextam secundi quod fit ex.c.a.⁊.a.d.cum quadrato linee.e.d.⁊ ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee.e.a.⁊ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linea rum:e.b.⁊.b.a.propter id quod angulus.b.est rectus.dempto ergo vtriqʒ qua/drato.e.b.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale quadrato linee.a.b.quod est propo situ̅.❡Qđ si linea.a.d.c.non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centru̅ ⁊ ducāt linee.e.d.⁊.e.b.⁊ sit.e.h.ꝑpendicularis ad.a.d.c.eritqʒ p.3.huius d.h.equalis.h.c.quia ergo linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto.h. ⁊ addita sibi linea.a.d.erit per.6.secundi quod fit ex.c.a.in.a.d.cum quadrato.d.h. equa le quadrato linee.a.h.ergo addito vtriqʒ quadrato.h.e.erit quod fit ex.c.a.in .a. d.cum quadratis duarum linearum.d.h.⁊.h.e.⁊ ideo per penultimam primi cu̅ quadrato.d.e.propter id quod angulus.h.est rectus .⁊ ideo cum quadrato.e.f. propter id quod.e.d.⁊.e.f.sunt equales.equale quadratis duarum linearum.a.h ⁊.h.e.⁊ ideo per penultimam primi quadrato linee .a.e.sed quia per sextam se/cundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.equale est quadrato linee.a.e. qꝛ ergo vtriqʒ eorum que fiunt ex.c.a.in.a.d.⁊ ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f. e.est equale quadrato linee.a.e.ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtrinqʒ quadrato linee.e.f.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in.a.f.est equale quadrato linee. a.b .per premissum modum huius:ergo quod fit ex.c.a.in.a.d.est equale quadrato linee.a.b.quod est propo situm.❡Et ex hac nota ꝙ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. ⁊ earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.quoniam omnia sunt equalia qua drato linee contingentis.❡Nota etiam ꝙ si a quolibet puncto extra circulum si/gnato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur.ipse erunt adinuicem equales.erit enim quadratum vtriusqʒ earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum.in partem eius extrinsecam .hoc autem euidenti/us patet per penultimam primi.❡Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d. cuius centrum.e.⁊ ab ipso ducantur due linee.a.b.⁊.a.d. contingentes circulum in punctis .b.d.dico ipsas esse equales. producam enim lineas. e.a. e.b.⁊.e.d. eritqʒ per.17.huius vterqʒ angulorum.b.⁊.d.rectus. quare per penultimam pri/mi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarum linearum .a.b.⁊.b.e. Similiter quoqʒ ⁊ duobus:duarum.a.d.⁊.d.e.quare quadrata duarum linearuʒ a.b.⁊.b.e.sunt equalia quadratis duarum.a.d.⁊.d.e .⁊ quia quadrata duarum que sunt.b.e.⁊.e.d.sunt equalia:erunt quadrata duarum que sunt. a.b.⁊. a.d.e/qualia:ergo.a.b.est equalis.a.d.quod est propositum.❡Aliter etiā ducatur linea b.d. eritqʒ per quintam primi angulus .e.b.d.equalis angulo.e.d.b. propter id quod linea.e.b.est equalis linee.e.d.⁊ quia vterqʒ duorum angulorum.b.⁊.d. est rectus.erit per cōmunem sciētiam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b residuo.per sextam.ergo primi est linea.a.b.equalis linee.a.d.









Propositio .36.

Si fuerit punctus extra circulũ signatus a quo due linee ad circũferẽtiã ducanť. altera secans. altera circumferentie applicata fueritq; qđ ex ductu totius secantis in partẽ sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circulũ contingens.

¶ Sit a punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum linea. a. b. d. secans ipsum & linea. a. c. applicata circumferentie. & esto vt qđ fit ex. d. a. in. a. b. sit equale quadrato. a. c. dico lineam. a. c. esse contingentẽ & est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a. f: eritq; per premissam quod fit ex. d. a. in. a. b. equale quadrato linee. a. f. quare quadratum linee. a. f. est equale quadrato linee. a. c. ergo. a. c. est equalis. a. f. quod est impossibile. per. 8. huius. erit ergo. a. c. contingens quod est propositu;. ¶ Idẽ ostẽsiue ꝓbabiť maneat prior dispositio & ypothesis. & si linea. a. b. d. trãsit p cẽtrũ ducatur linea. c. e. q; erit per. 6. secundi qđ fit ex. d. a. in. a. b. cum quadrato. e. b. et ideo cum quadrato. e. c. equale quadrato. a. e. sed qđ fit ex. d. a. in. a. b. positum est equale quadrato. a. c. ergo quadratum. a. c. cũ quadrato. c. e. ẽ equale quadrato. a. e. ergo per vltimã primi angulus. c. est rectus. ergo per correľ 15. huius linea. a. c. est contingens circulum quod est propositum. ¶ Si autem. a. b. d. non transit per centrum ducatur a puncto. d. linea transiens per centrum. & quia qđ fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex. d. a. in. a. b. per premissam ipsum erit equale quadrato linee. a. c. quare vt prius. a. c. erit contingens circulũ.

Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.

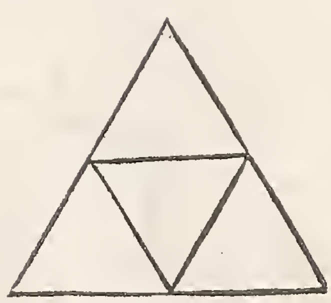
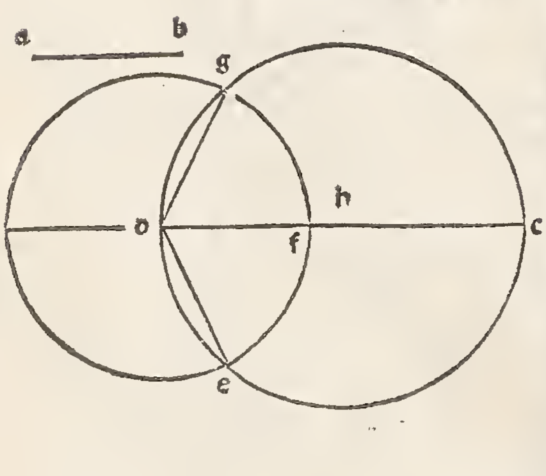


Figura intra figuram dicitur ĩscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur latera vno quoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibetur quotiẽs ea quidẽ figura eius cui circũscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.



Propositio .1.

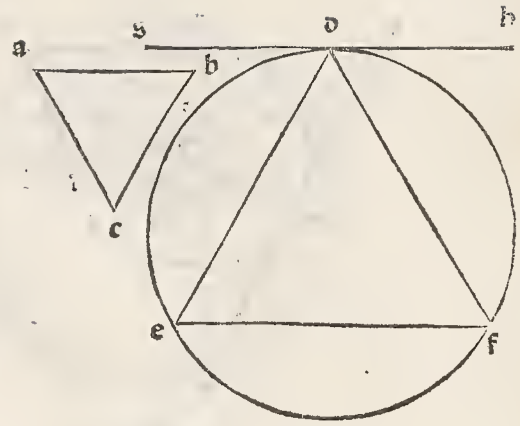
Intra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

¶ Sit linea data. a. b. circulusq; datus. c. d. e. cuius diameter. c. d. qua nõ ẽ maior linea. a. b. volo ĩtra datũ circulũ coaptare lineã eq̃lẽ. a. b que si fuerit equalis diametro cõstat ꝓpositũ. si aũt minor ex diametro sumať. d. f. sibi eq̃lis & sup punctũ. d. ẽm quãtitatẽ linee. d. f. describať circulus f. e. g. secans datum circulum in punctis. g. & e. ad alterum quorum ducatur linea a puncto. d. vt. d. e. vel. d. g. eritq; vtralibet earum equalis linee. a. b. eo q vtraq; earũ est equalis linee. d. f. per diffinitionem circuli: quare habemus propositũ.

Propositio .2.

Intra assignatū circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

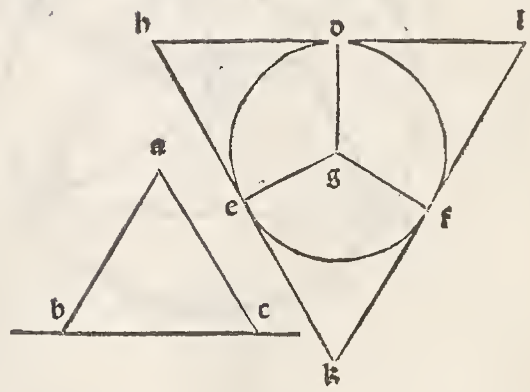
¶ Sit assignatus triāgulus.a.b.c.assignatusq3 circulus.d.e.f.volo intra hunc circulum collocare vnū triangulum equiangulum triangulo.a.b.c. equilaterū enim non ē necessariū𝔫ē sed ē possibile.produco.g.d.h.contingentem circulum in puncto.d.super quē facio angulum.h.d.f. ducta linea.d.f.equalē angulo.c.z angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angulo.b.z protraho lineam.e.f.eritq3 per.31.tertii angul⁹.e.equalis angulo.c.qz vterq3 est equalis angulo.h.d.f.c.quidē per positionē .e .vero per.31.tertii eadē rōne erit angulus.f.equalis angulo.b.quare per.32.primi.d.tertius erit equalis.a.tertio.quare habemus propositum.



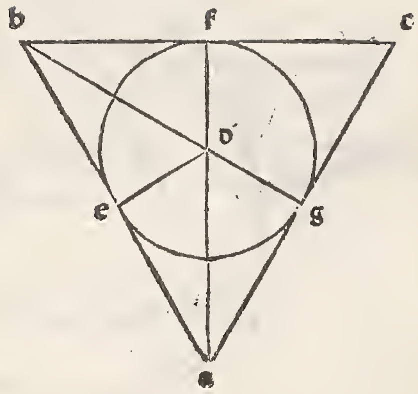
Propositio .3.

Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulū equiangulum describere.

¶ Sint vt prius assignatus triangulus.a.b.c. assignatusq3 circulus d.e.f.cuius centrum.g.circa hunc circulum volo describere vnū triangulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim nō ē necessarium sed ē possibile.producam basim.b.c.i vtrāq3 partem.vt fiant duo anguli extrinseci.z a centro.g.producam lineam.g.d.ad circūferentiam.z constituā angulum.d.g.e.ducta linea.g.e.equalem angulo.b.extrinseco. z.d. g.f. ducta linea g.f.equalem.c.extrinseco.z a punctis.d.e.f.producam in vtranq3 partem lineas orthogonaliter que per corel.15.tertii erunt contingentes circulū q̄s cōtingentes ꝓtrahā quousq3 concurrant in punctis.h.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim vterq3 angulorum qui sunt ad.d.z vterq3 eorum qui sunt ad.e. sit rect⁹ si intelligatur protrahi linea.d.e.erunt duo anguli qui sunt ad partez.h. minores duobus rectis.quare p penultimā petitionē i ꝑtem illam ꝓtracte concurrent linee l.d.h.k.e.h.eadem rōne concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum vterq3 angulorum qui sunt. ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .h.d.e.g. duo anguli.d.z.e.sunt recti.erunt duo anguli.g.z.h.equales duobus rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis.vt mōstratū ē supra.32 primi:z quia duo anguli.b.intrinsecus z extrinsecus sunt similiter equales duob⁹ rectis.p.13.p̄mi:at vero.b.extrinsec⁹ posit⁹ ē equalis.d.g.e.erit intrinsec⁹.h.equalis.b.simili quoq3 rōne erit.c.intrisecus equalis.l.z quia duo anguli.b.z.c. intrinseci sunt minores duobus rectis.per .32.primi:erunt similiter duo anguli .h.z.l. minores duobus rectis.quare per penultimā petitionem due linee. h.e.z.l.f.protracte concurrent in puncto.k.fietq3 triangulus.h.k.l.z quia angulus.h. ē equalis angulo.b.intrinseco.z angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per.32.primi: angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.



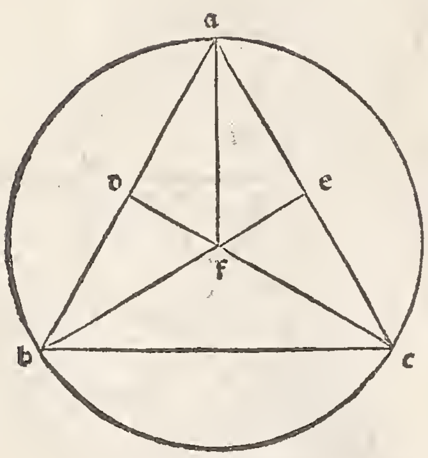
Propositio .4.



Intra datum triangulum circulũ describere.

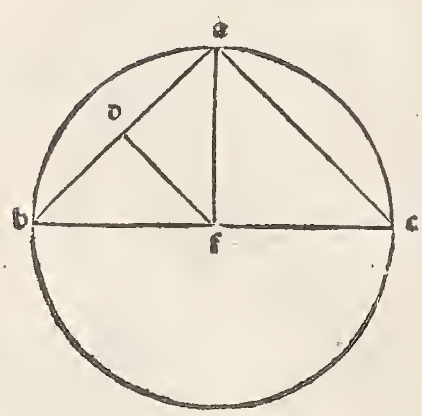
℄ Sit assignat⁹ triãgulus.a.b.c.volo intra ipsũ circulum describere hec ẽ q̃si cõuersa scđe .diuido eni duos ei⁹ angulos.a.⁊.b .p eq̃lia.a q̃dã ducta linea.a.d.b.vero .ducta linea.b.d.q̃ ꝯcurrãt ĩ puncto.d. a quo ducã ꝑpẽdiculares ad tria latera ipsi⁹.d.e.q̃dẽ:ad.a.b.d.f.ad .b.c.⁊.d.g.ad.a.c.⁊ quia duoꝝ trianguloꝝ.e.a.d.⁊.g.a.d. angulus.a.vni⁹ ẽ eq̃/lis angulo.a.alterius.⁊ vterq̃ anguloꝝ.e.⁊.g.rectus ⁊ latus.a.d.cõmune. erit ꝑ 26.primi:linea.d.e.equalis linee.d.g.eadem rõne cum duorum triangulorum.e.b d.⁊.f.b.d.angulus.b.vnius sit equalis angulo.b.alterius ⁊ vterq̃ anguloꝝ.e. et f.rectus:latus quoq̃.d.b.commune:erit per eandem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales.posito ergo centro in.d.⁊ descripto circulo secundũ quantitatẽ vnius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarũ extremitates:⁊ quia per correl'.15.tertii vnaqueq̃ linearum.a.b.b.c.⁊.c.a. erit cõtingens circulum.patet perfectum esse propositum.

Propositio .5.

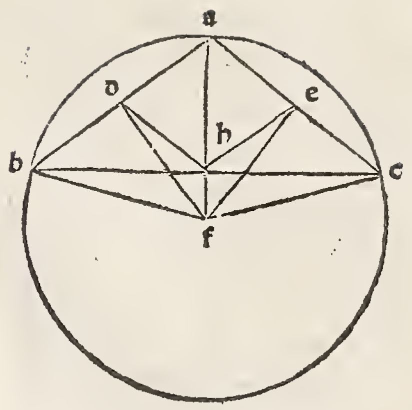


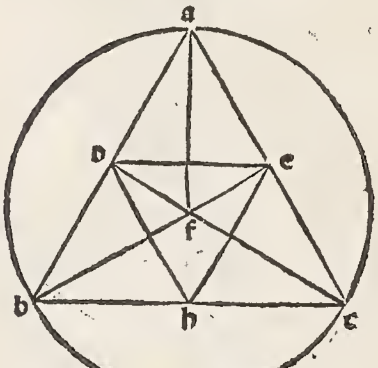
Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoniũ siue ambligonium.siue oxigonium circulum describere.

℄ Sit trigonus assignatus.a.b.c.volo circa ipsum describere circulũ hec est quasi conuersa tertie.diuido duo eius latera .a.b.et.a.c .per equalia.a.b.quidẽ in puncto.d.⁊.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.⁊.a.c.quas protrabo quousq̃ cõcurrant in puncto.f.sintq̃.d.f.⁊.e.f.concurrent eñi q̃m cũ vterq̃ anguloꝝ.d.⁊.e.sit rect⁹ si intelligatur ꝑtrahi linea.d.e.fient duo anguli ad partẽ in quã protrahunt' minores duobus rectis:quare cõcurrent per penultimã petitionẽ igitur a puncto. f.qui est punctus cõcursus quẽ dico esse centrum circuli quesiti.protrabõ lineas ad singulas angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.⁊ quia in triangulo.a.d.f.duo latera.a.d.⁊.d f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.⁊.d.f.trianguli.b.d.f.⁊ angulus.d. vni⁹ angulo.d.alterius:quia vterq̃ rectus:erit per quartã primi.f.a.equalis. f.b.eadẽ ratione erit.f.a.equalis.f.c.cõpatis lateribus ⁊ angulis duorum triangulorum.a.e. f.⁊.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrum circuli quesiti.hec est vniuersalis demonstratio ad omnes spẽs trigoni.℄ Quia tamẽ auctor videt' velle mediũ variare disiungendo inter orthogonium ambligonium ⁊ oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demõstrandũ .℄ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq̃ angulus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulũ rectũ diuido per equalia in.f.a quo puncto quẽ dico esse centrũ circuli ad medium punctum vtriusq̃ duoꝝ reliquoꝝ lateꝝ qui sit.d.duco lineam.f.d.⁊ quia linea.f.d.diuidit duo latera.a.b ⁊.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit equidistans tertio .videlicet linee. a.c. hoc eñi demõstratũ est supra.39.primi:et quia angulus.a.positus est rectus .erit per secundã partem ⁊ per tertiam.29.primi:vterq̃ angulorum qui sunt ad .d.rectus:ducatur igit' linea.f.a. eritq̃ per quartã primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.cõparatis adinuicẽ laterib⁹ ⁊ angulis triãguloꝝ.a.d.f.b.d.f.⁊ q᷑ linea.b.f. ẽ eq̃lis linee.c.f.erũt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicẽ eq̃les.quare ꝑ.9.tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ℄ Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius .sitq̃ angulus .a :



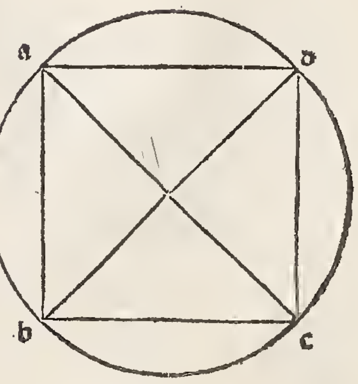
obtusus latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum.diuido per equalia in pun
cto.h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt.d.ꝛ.e.
duco lineas.h.d.ꝛ.h.e.eritq̃ꝫ.d.h.equidistans.a.c.ꝛ.e.h.equidistans.a.b. pro/
pter id quod demonstratum est supra.39.primi: videlicet ꝙ linea secans duo late/
ra alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans:quare per secundam par/
tē.29.primi erit vterq̃ꝫ duoꝝ angulorum.h.d.b.ꝛ.c.e.h.eq̄lis āgulo.a.ꝛ ideo vterq̃ꝫ
obtusus.ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.et.e.f.ad lineam.a.
c.quousq̃ꝫ concurrant in puncto.f.quē dico esse centrum circuli. Manifestū ē eni
eas concurrere propter causā p̄us dictā.secabit vtraq̃ꝫ earum lineam. b.c.que re/
spicit obtusum ꝛ concurrent extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f.qui ē pun/
ctus concursus earum:produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis as/
sumptam erunt equales cōparatis primo lateribus et angulis duorum triangu/
lorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f.c.e.f.quare per.9.tertii.f.ē cen/
trum circuli quesiti. ¶Esto iterum vt trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omni/
bus eius lateribus per equalia: videlicet latus.a.b.in puncto.d.ꝛ latus.a.c.ī pun
cto.e.ꝛ.b.c.in puncto.h.protraho lineas.d.e.d.h.ꝛ.e.h.eritq̃ꝫ .d.h. equidistans
a.c.ꝛ.e.h.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secun
dam partem.39.primi: vterq̃ꝫ angulorum.b.d.h.c.e.h.erit equalis angulo.a.ꝛ iō
acutus: ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.ꝛ.e.f.ad lineam .a.c.
manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b .c.sitq̃ꝫ punctus concursus
f.quem dico esse centrum circuli:produco enim lineas.f.a.f. b.f.c. que per q̄rtam
primi:bis assumptam vt prius erunt equales:quare per.9.tertii erit.f.centrum cir
culi quesiti. ¶Per predicta patet ꝙ si triangulus fuerit orthogonius centrum cir/
culi circūscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit
ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet ī/
tra triangulum.





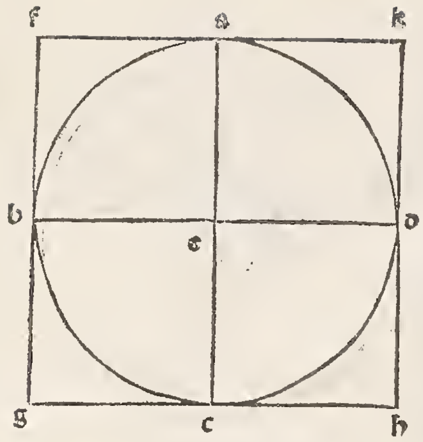
Propositio .6.

Intra datum circulum quadratū describere.
¶Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centrū.e.volo intra ipsū de/
scribere quadratū.protraho in ipso duas diametros.a.c.ꝛ.b.d.se
cantes se orthogonaliter supra centrū.e.quarū extremitates con
iungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.ꝛ.d.a. quas dico cōtinere qua
dratum quesitum :ipse enim erunt equales adinuicem.per quartam primi ter as/
sumptam propter id qd̄ quatuor linee.e.a.e.b.e.c.ꝛ.e.d.sunt equales.et quatuor
anguli qui sunt.a.d.c.recti.si vnusquisq̃ꝫ.quatuor angulorum.a.b.c.ꝛ. d.est rect⁹
per primam partem .30.tertii:propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit
igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.

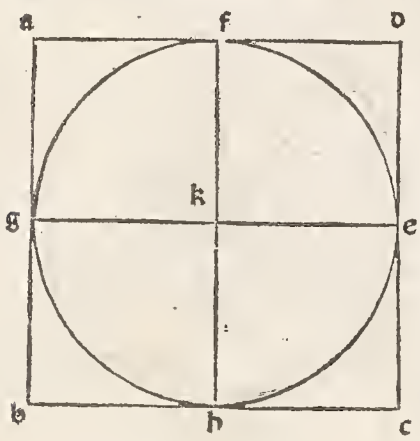


Propositio .7.

Circa propositum circulum quadratum describere.
¶Sit ꝓposit⁹ circul⁹.a.b.c.d.cui⁹ centꝝ.e.volo circa ip̄m descibere
q̄dratū: ꝓtrabo ī ipso duas diametros.a.c.et.b.d.secātes se ortho/



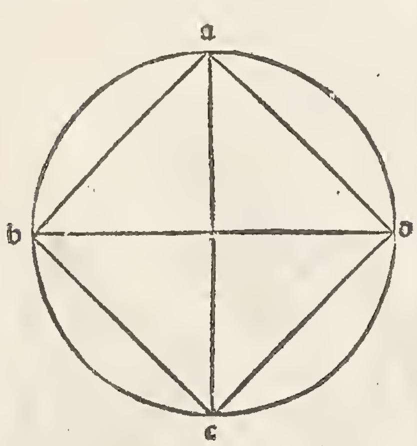
gonaliter sup cētrū.e.a q̄ꝝ extremitatibus duco i vtrāqꝫ ptē lineas orthogonaliter quousqꝫ q̄libet eaꝝ ꝯcurrāt cū duab⁹ lateralib⁹ sintqꝫ pūcta ꝯcursus eaꝝ.f.g.h.k. eritqꝫ p correl.15.tertij vterqꝫ anguloꝝ qui sūt ad vnūquēqꝫ quatuor pūctoꝝ.a.b. c.d.rectus:quia ergo in quadrilatero.a.f.b.e.tres anguli.a. b.ꝛ.e. sunt recti: erit quartus angulus qui est.f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales q̄tuor rectis:vt demonstratum est supra.32.primi :eadem rōne quilibet angulorum.g.h.ꝛ.k.erit rectus:ergo per secūdam partem.28.primi. due linee.f.g.ꝛ.k.h.Itemqꝫ due.f.k.ꝛ.g.h.sunt equidistantes.ergo per.34.primi.f.k est equalis.g.h.ꝛ.f.g.k.h.ꝛ quia p eandē.f.k.est equalis.b.d.ꝛ. f.g.a.c. At vero b.d.est equalis.a.c.erūt quatuor linee.f.k.g.h.f.g.ꝛ.k.h. equales: sed ꝛ quatuor anguli.f.g.k..h. sunt recti :vt probatum est prius. ergo.f.g. k.h. est quadratum per diffinitionē quod est propositum.



Propositio .8.

Intra quadratum assignatum circulum describere.

¶Sit quadratum assignatum. a.b.c.d.volo intra ipsum describere circuluꝫ hec est quasi conuersa .6.diuido vnūqdqꝫ latus eius p equalia.a.d.quidē in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.ꝛ.d.c. in puncto.e.ꝛ produco lineas.e.g.ꝛ.f.h.secantes se in pūcto .k.quē dico esse centrum circuli.erit eniꝫ.f.h.equidistans ꝛ equalis.a.b.per.33.primi:ꝓpter id quod.a.f.ꝛ.d.h.sunt equales ꝛ equidistantes.Similiter per eandem ꝛ.d.c a.b.ꝛ quia omnes medietates quatuor laterū ipsius quadrati sunt adinuicē equales erunt per.34.primi:quatuor linee.k.e.k.f.k.g.ꝛ.k.h.equales.ergo per.9.tertij.k.est centrum circuli quesiti.



Propositio .9.

Circa assignatum quadratum circulum describere.

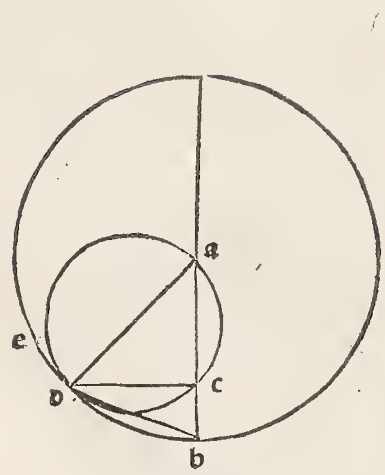
¶Sit quadratum.a.b.c.d.volo circa ipsum circuluꝫ describere .hec est quasi conuersa.7. Protraho in ipso duas diametros.a.c.ꝛ.b.d. secantes se in puncto.e.quē dico esse centrum circuli. Cum eni linee a.d.ꝛ.a.b.sint equales erūt per.5.primi: anguli.a.d.b.ꝛ.a.b.d.equales.ꝛ quia angulus.a .totalis est rectus.erit per.32.primi:vterqꝫ eorum medietas recti.¶Simili quoqꝫ modo ꝓbabitur quēlibet partialiū angulorum a predictis diametris ꝛ laterib⁹ quadrati propositi contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo. e.d.a.erit per.9.primi:linea.e.a. equalis line ꝛ.e.d.eadem rōne erit.e.a.equalis.e.b.ꝛ.e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e.b.e.c.e.d.sunt equales.erit per.9. tertii e.centruꝫ circuli quesiti.quod est propositum.

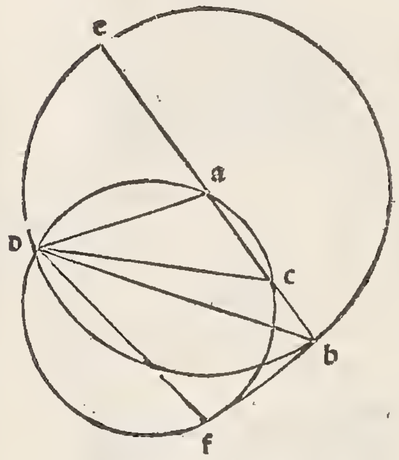
Propositio .10.

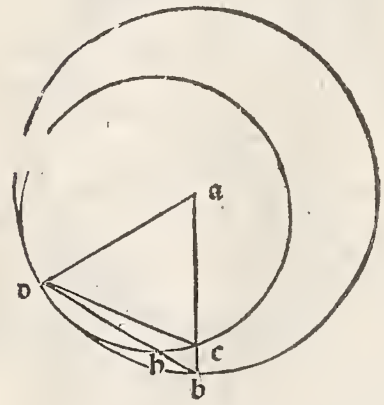
Duum equaliuꝫ laterum triangulum designare. cuius vterqꝫ duorum angulorum quos basis optinet. reliquo duplus existat.

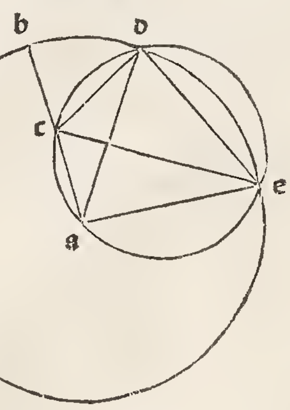
Intentio ē describere vnū triangulū duū eq̄liū lateꝝ ꝛ tertii ineq̄lis cui⁹ vterqꝫ anguloꝝ q̄ sup lat⁹ qd ē reliqs i eq̄le existūt ad tertiū duplus existat. Ad hoc aūt faciēdū sumat̄. linea q̄libet q̄ sit .a.b.que diuidat̄ ꝭm ꝙ docet.ii.scdi in puncto.c.ita ꝙ illd quod fit ex.a.b.i.b.c.sit equale quadrato. a.c

factoq; puncto.a.centro fm ipsius quantitatem describatur circulus.b.d.e.intra
quē per primam huius coaptetur linea.b.d.equalis linee.a.c.et producantur due
linee.d.a.d.c.dico triāgulū.a.b.d.eē q̄lis ꝓponit̄: circūscribat̄ circul⁹ q̄ sit d.c.a.
per.5.huius triangulo.d.c.a.quia ergo linea.d.b.est equalis .linea.a.c.erit quod
fit ex.a .b. in.b.c .equale quadrato linee. b.d. quare per vltimam tertii. b.d.
linea est contingens circulum.d.c.a.ꝛ per.31.eiusdem angulus.c. d.b. est equalis
angulo.c.a.d.posito ergo cōmuni angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equa/
lis duobus angulis.c.a.d.c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est eq̄lis eisdē
quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d.a.est equalis angulo.b.c.d.ꝛ q̄ an/
gulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi:eo ꝙ latera.a.d.ꝛ.a.b.sūt e/
qualia.erit angulus.b.c.d. eq̄lis angulo.c.b.d.ergo per.6.primi: linea.c.d.est e/
qualis linee.b.d.quare ꝛ linee.c.a.ergo per.5.primi:angulus.c.a.d.est equalis an
gulo.c.d.a.quia ergo vterq; angulorꝫ c.d.b.ꝛ c.d.a.ē eq̄lis āgulo.c.a.d. erit tot⁹
angul⁹.b.d.a.dupl⁹ ad āgulū.d.a.b.ꝛ iō angul⁹.a.b.d.sibi eq̄lis.dupl⁹est etiā ad
angulū.b.a.d.qd̄ est propositū.¶ Forsan dicet aduersarius circulū.d.c.a.circūscri
ptum trigono partiali secare circulum.b.d.e in aliquo puncto arcus.b.d.ita ꝙ si/
mul secabit lineam.b.d. vnde ipsa non erit circulo applicata.sicut in demonstra/
tione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius
ꝛ a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.ꝛ ducantur li/
nee.f.a.f.d.eritq; per penultimā tertii qd̄ fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato .b.f.
ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo .b.
d.f.ꝛ quia per.31.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo.a.d.f.erit angulus .b.d
f.maior angulo.a.d.f.quod est impossibile.cum ipse sit pars eius.¶ Aliter possu/
mus istud refellere ꝛ ostendere ꝙ ille minor circulus nullo modo secabit lineā. b.d
forsan enim diceret ꝙ secaret eam non secando arcum.d.b.maioris circuli. Si enī
possibile est ꝙ secet eam.sit hoc in puncto.h.eritq; qd̄ fit ex.a.b.in. b.c. equale ei
quod fit ex.d.h.in.h.b.Demonstratum est enim supra penultimā tertii ꝙ si ab ali/
quo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur
que sub totis ꝛ earum portionibus extrinsecis continentur.equalia sunt adinuicē:
ꝛ quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit qd̄ fit ex. d.h. in.h.b.
equale quadrato.d.b.quod est impossibile per scd̄am scd̄i:quare cōstat ꝓpositum
¶ Et nota ꝙ minor circulus necessario secabit maiorē ꝛ abscindet ab eo arcū vnū
equalem arcui.b.d.ꝛ maior abscindet similiter ab eodem vnum arcum equalē ar/
cui.d.c.Quod sic probat̄.si enim minor non secat maiorem.contingit ergo ipsum
in puncto.d.ꝛ quia per.11.tertii circulorum se contingentium centra.ꝛ punct⁹ con
tactus sunt in linea vna.erit centrū minoris circuli in linea.a.d.propter hoc ꝙ in
ea est centrum maioris ꝛ punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.est
rectus quare similiter ꝛ angulus.a.b.d.sibi eq̄lis ē rectus qd̄ ē impossibile.per.32.
primi:Secet ergo ipsū in punctis.e.d.dico arcum.e.d.maioris esse equalē arcui.
d.b.ꝛ arcum.e.d.minoris esse equalem arcui.d.c.produco lineas. d.e.c.e.ꝛ. c.a.
eritq; per.26.tertii vnusquisq; quatuor angulorum qui sunt.d.e.c.ꝛ.e.a.d.a. c.et
a.d.c.equalis alii propter id ꝙ duo arc⁹.d.c.ꝛ.e.a. sūt eq̄les.p.27. eiusdē q̄re to
talis angul⁹.a.e.d.dupl⁹ ē ad angulū.b.a.d.ꝛ iō eq̄lis vtriq; angulorum .a.b.d.
ꝛ.a.d.b.ꝛ q̄ angul⁹.a.e.d.ē eq̄lis angulo.a.d.c.p.5.primi: ꝓpter id qd̄.a. e.ꝛ.a
d.sunt equales a cētro ad circūferentiam.erūt duo anguli.e.ꝛ.d.trianguli. a.c.d.

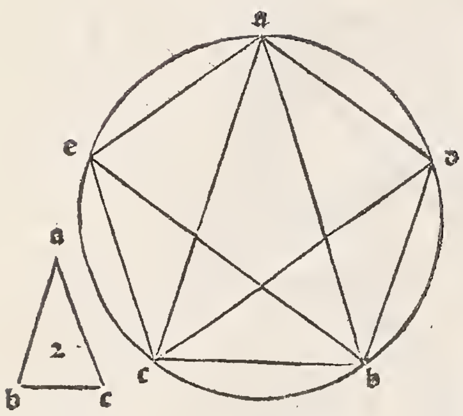








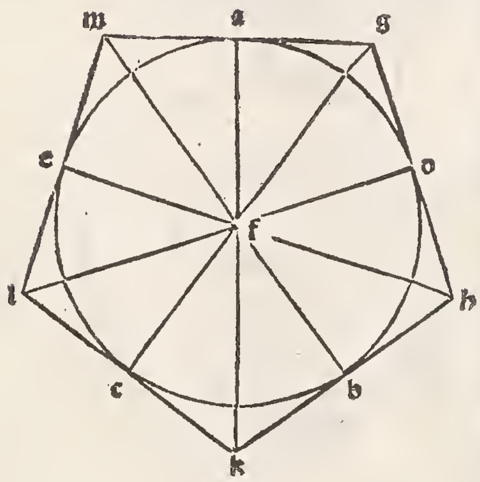
equales duobus angulis.d.z.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus angulus.a.vnius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.25.tertii arcus .c.d maioris est equalis arcui.d.b.z per eandẽ arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d.c.z hoc est quod proposuimus.



Propositio .11.

Intra datum circuluz equilaterum.atqz equiangulũ penthagonum describere.

¶Sit datus circulus.a.b.c.volo intra ipsum describere penthagonum vnũ equilaterũ atqz equiangulũ.designo triangulũ vnũ qualez premissa proponit.qui sit.2.cui aliuz equiangulum intra datũ circulum describo.sicut docet secũda huius:qui sit.a.b.c.sitqz vterqz angulorum .a.b.c z.a.c.b.duplus ad angulum.c.a.b.vtrũqz eorum diuido per equalia ductis lineis b.e.z.c.d.eruntqz per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e. diuidũt circulum adinuicẽ equales.propter id qd quinqz anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eq̃les.continuatis igitur illis quinqz pũctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.z.c.a.erit penthagonus.a.d .b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur:est enim equilaterus per.28.tertii cũ.5.arc⁹:quorũ eius quinqz latera sunt corde:sint ad inuicem equales:z etiam equiangulus per.26.eiusdem eo q quinqz arcus.d.a.e.a.c.c.e.c.b.c.b.d.z.b.d.a.in quos anguli ipsius penthagoni cadunt sunt adinuicem equales:sicqz constat propositum.



Propositio .12.

Circa propositum circulum pẽthagonum equilaterũ atqz equiangulum designare.

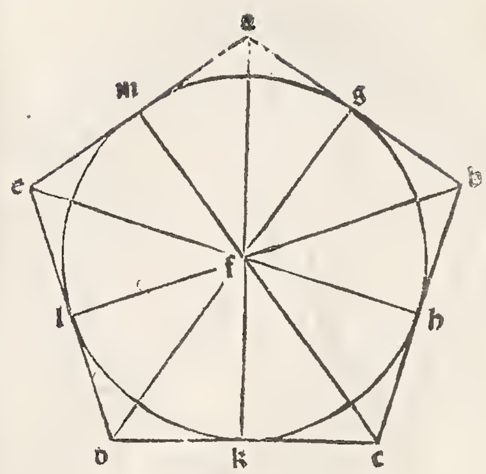
¶Sit propositus circulus.a.b.c.cuius centrũ.f.volo circa ipsuz designare penthagonũ equilaterũ atqz equiangulum.supra circumferentiam ipsius circuli quasi ẽm doctrinam premisse sibi inscripsissem pẽthagonum quinqz puncta angularia notabo.que sunt.a.d.b.c.e.ad que cẽtra ducam lineas.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.z ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranqz partem quousqz concurrant in punctis.g.h.k.l.m.eruntqz hee linee contingentes circulum per corelarium.15.tertii:z ad ista pũcta concursus ducam a centro lineas.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super penultimã tertii q si ab aliquo puncto extra circuluz signato due linee contingentes ad ipsũ circulum ducanẽ q ipse erunt equales. erit linea.g. a.equalis linee.g.d.z h.d.h.b.z sic de ceteris.At qm̃ quinqz arcus ĩ quos quinqz puncta.a.d.b.c.e.diuidunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinqz anguli.a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a.consistentes super hos arcus in centro.f.sibi inuicem equales.Sunt autem duo latera.a.g.z.f.a.trianguli.f.g.a. equalia duobus lateribus d.g.z.f.d.trianguli.f.g.d.z latus g.f.cõmune.ergo p.8.primi:duo anguli eorũ q̃ sunt.a.d.f.Itẽqz duo anguli qui sunt.a.d.g.sunt adinuicem equales. eadẽ rõne duo anguli qui sunt.a.d.f.in triangulis.d.f.h.z.h.f.b.Itemqz duo qui sunt .a.d b.sunt adinuicem equales.Similiter quoqz singuli trium reliquorũ angulorũ qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.z singuli triũ.qui sunt.k.l.m.diuidanẽ p equalia.primi quidem per lineam.f.k.secundi per lineã.f.l.tertii vero per lineã.f.m. z quia hii tres anguli qui sunt.b.f.e.c.f.e.e.f.a.sunt sibi inuicem equales z aliis duob⁹ q̃ sũt.a.f d.z.d.f.b.equales erunt eorum dimidia que sunt decẽ anguli facti in centro.f.ad/

inuicē equales. Quia igitur duo anguli.a.ꝛ.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duo/
bus angulis.a.ꝛ.f.trianguli.m.a.f.ꝛ latus.a.f. cōmune erit per.26.primi angulꝰ
g. vnius equalis angulo.m.alterius ꝛ latus.g.a.equale lateri.a.m.eadem ratiōe
erit angulus.g.in triangulo.g.f.d.equalis angulo.b.in triangulo.d.f.b.ꝛ latus.g
d.equale lateri.d.b.quare quia.g.a.est dimidiū.g.m.ꝛ.g.d.dimidiū.g.b.ꝛ.g.a.ꝛ
g.d.sunt equalia: erunt per cōem scientiā.g.m.ꝛ.g.b.eorū dupla equalia. Simili/
ter quoqꝫ ꝓbabimꝰ.g.m.esse equale.m.l ꝛ.m.l.l.k.ꝛ.l.k.k.b.quare pētbagonꝰ.g
b.k.l.m.est equilaterus.sed ꝛ equiangulus: cuꝫ eni duo anguli qui sunt ad.g.sunt
adinuicem equales. ꝛ duo qui sunt ad .m.siliter adinuicem equales. ꝛ.g. partia/
lis.sit equalis.m.ptiali.vtrūqꝫ eni probatū est prius.erit per eandē cōem scientiā
g.totalis equalis.m.totali.ꝛ eadem rōne ꝓbabis equalitatem in ceteris angulis:
quare est equiangulus.sicqꝫ constat propositum.

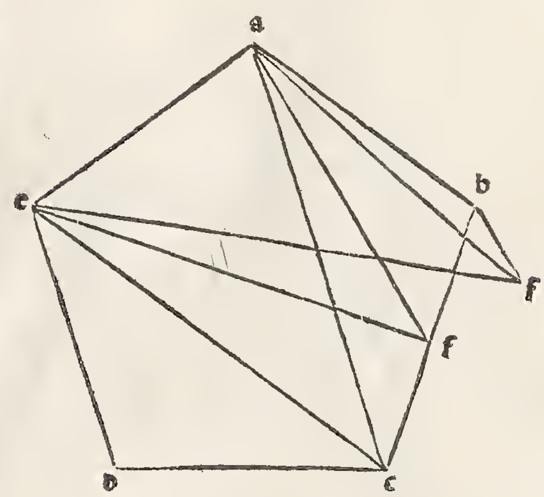
Propositio .13.

Intra equilateruꝫ atqꝫ equiangulum penthagonum assignatum.circuluꝫ describere.

¶Sit assignatus penthagonus equilaterus atqꝫ equiangulus: quia de aliis nō est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.volo sibi iscribere circulū.hec est quasi cōuersa.11.duos eius ꝓpiquos angulos qui sunt.a.ꝛ.e.diuido per equalia ductis lineis.a.f.ꝛ.e.f.donec cōcurrāt in pūcto.f.intra ipsum penthagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id quod dimidiū totalis anguli.a.ꝛ similiter totalis anguli.e.minus ē angulo recto.



¶Si enim intra penthagonum non cōcurrēt.aut extra ipsum penthagonum aut in latere pētbagoni.aut in eius angulo: qui vtriqꝫ angulorū diuersoꝝ opponitur. Concurrāt ḡ primo extra in pūcto.f.ꝛ ducatur linea.b.f.ꝛ quia duo latera. e.a.et a.f.trianguli.e.a.f.sūt equalia duobus lateribus.b.a.ꝛ.a.f.trianguli .b.a.f.ꝛ angulus.a.vnius angulo.a.alterius erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi. f.b. ꝛ q2 angulus.a.partialis ē equalis angulo.e.partiali.propter id qd.a.totalis.e. totali erit per.6.primi.f.a.equalis.f.e.quare.f.a. est equalis.f.b. ergo per.5.primi duo anguli.b.totalis.ꝛ.a.ptialis sunt eq̄les.quare.a.ptialis ē eq̄lis vl maior.a. totali qd est impossibile. Concurrāt ergo in pūcto.f.super latus.b.c.eritqꝫ arguendo p premissas ꝛ premisso modo angulus.a.ptialis equalis angulo .a.totali quod est impossibile. Quod si forsan concurrant in angulo.c.erit per easdeꝫ ꝛ eodē modo c.b.equalis.c.a.ꝛ ideo ad huc ut prius angulus.a.partialis equalis angulo .a.totali. Qd q2 hoc ēe nō potest sit ergo punctus concursus qui ē.f.infra penthagonū a quo duco.5.perpendiculares ad eius.5.latera.que sint.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m .ꝛ ad duos eius angulos ꝓpinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b. ꝛ.d.duco lineas.f.b.f.d.ꝛ quia duo anguli.a.ꝛ.m.trianguli.a.f. m. sunt equales duobus angulis.a.ꝛ.g.trianguli.a.f.g.ꝛ latus.a.f. cōmune erit per.26.primi.f.m.equalis.f.g.per eandem quoqꝫ probabis.f.l.equalem.f.m.sumptis duobꝰ triangulis.ꝛ.f.m.ꝛ.e.f.l.quia iterum duo latera.a.f.ꝛ.a.b.trianguli.a.f. b.sūt equalia duobus lateribus.a.f.ꝛ.a.e.trianguli.a.f.e.ꝛ angulus.a.vnius.angulo.a:alterius erit per.4.primi angulus.b.partialis equalis angulo.e. partiali. ꝛ quia.b. totalis equalis est.e.totali: ꝛ.e.totalis diuisus est per equalia erit etiam.b.totalis diuisus per equalia. ¶Eodem modo probabis.d.totalē diuisum per eq̄lia ꝓpter equalitatem.d.partialis ꝛ.a.partialis sumptis triangulis.e.a.f.ꝛ. e.d.f. q2 ergo

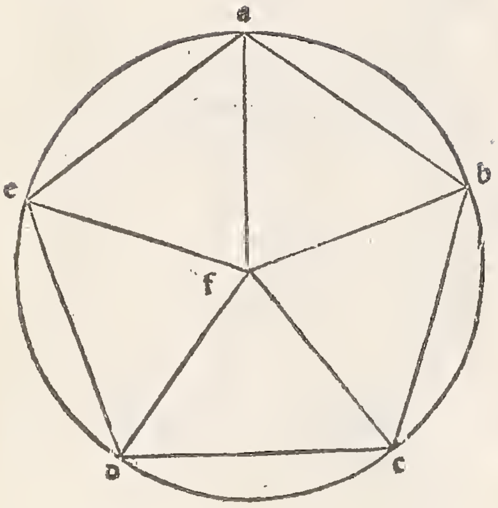


duo anguli.g.z.b.trianguli.g.f.b.sunt equales duobus angulis.b.z.b. trianguli b.f.b.z latus.f.b.cōe erit per.26.primi.f.b.equalis.f.g. ¶Eodem modo pbabis f.k.equalem.f.l.sumptis triangulis.l.f.d.k.f.d.qm igitur .5.linee.f.g.f.b.f.k.f.l. z.f.m.sunt equales.erit.f.centruz circuli.per .9.tertij .quē describemus fm quātitatem vnius earum.z tanget omnia latera penthagoni.ppter equalitatem linearū. z nullum eorum secabit per primam ptem.15.tertij.sicqz cōstat ppositum.

Propositio .14.

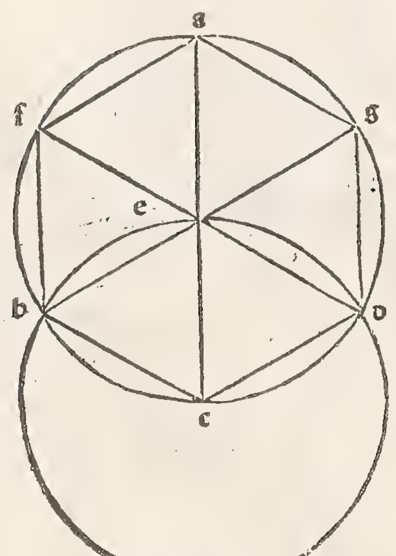
Circa datum penthagonum qd sit equilaterum. atqz equiangulum circulum describere.

¶Sit vt prius datus penthagonus equilaterus atqz equiangulus. quia de alijs non est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.e.volo circa ipsum describere circuluz.hec est quasi conuersa.12.Duos eius ppinquos angulos qui sunt.a.z.e.diuido p equalia ductis lineis.a.f.z.f.e. quousqz concurrant intra ipsum penthagonū in puncto.f.cōcurrent eni z intra pēthagonum vt pbatum est in premissa.z a puncto cōcursus duco ad reliquos angulos lineas que sint.f.b.f.c.f.d.z qz duo latera.a.f.z.a.b.trianguli.a.f.b.sunt equalia duobus lateribus.a.f.z.a.e.trianguli.a.f.e.z angulus.a.vnius angulo.a. alterius erit p.4.primi.f.a.equalis.f.e.z angulus.b.ptialis angulo.e.ptiali.z quia.b.totalis est equalis.a.totali.z.e.totalis diuisus est p equalia.erit similiter.b.totalis diuisus p equalia.hoc quoqz modo pbabis vtrūqz angulorum.c.z.d.diuisum esse per equalia.z.5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e.esse equales.quare p.9.tertij.f.erit centruz circuli.sicqz patet ppositum.



Propositio .15.

Intra propositum circulum.exagonum equilaterum atqz equiangulum describere.¶Ex hoc itaqz manifestum est q latus exagoni equū est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

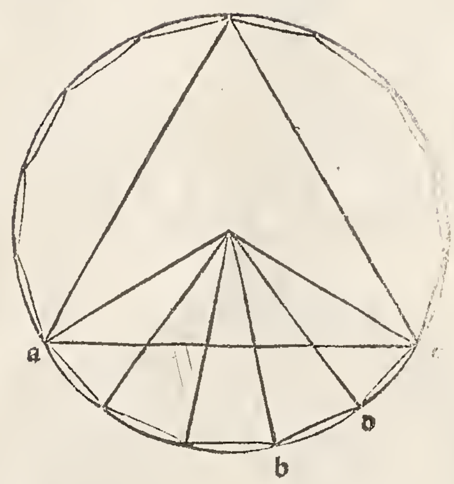


¶Sit ppositus circulus.a.b.c.d.cuius centrum. e. volo sibi inscribere exagonum equilaterum atqz equiangulū.pduco diametrum.a.e.c.z fm quantitatem semidiametri.e.c.facto centro puncto.c.describo circulum.e.b.d. secantem priorē in duobus punctis.b.d.a quibus pduco duas diametros in circulo primo que sint.b.e.g.d.e.f.trium ergo diametrorum extremitates coniungo.6.lineas que sunt.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.z.g.a.quas dico continere exagonum quesitum.erit eni vt demonstrat prima primi vterqz triangulorum.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare et equiangulus p.5.eiusdē ergo p.32.primi duo anguli.b.e.c.z.c.e.d.cū vno equali vni eorum sunt equales duobus rectis ppter id qd quisqz eorum ē tertia duorum rectorum.sed ipsi p.13.eiusdē cū angulo.d.e.g.sunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.e equalis vtriqz eorum.quare p.15.eiusdē.6.anguli.qui sunt ad.e.sunt adinuicē equales.ergo p.25.tertij arcus in quos cadūt sunt equales.quare z eorū corde p.28.eiusdē qui sūt latera ipsius exagoni.Equilaterus igitur ē sed z equiangulus p.26.tertij ppter id qd sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidūt circulū bini z bini sūpti sūt adinuicē equales.vt arcus.a.f.b.arcui.f.b.c.z iō angulus.f. qui cōsistit in pmo ē eqlis angulo.b.qui cōsistit i scdo. idē in ceteris .quare cōstat ppositum.¶Corelarium ex hoc patet q dimidiū diametri z latus exagoni sunt

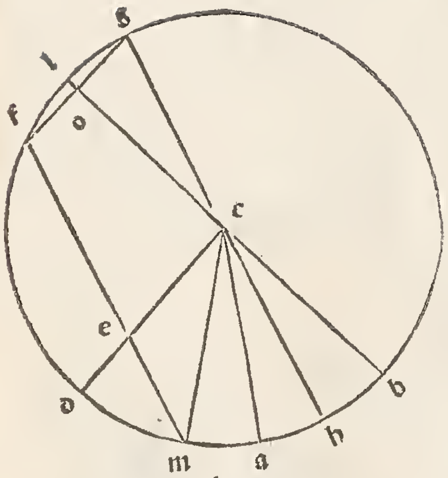
latera eiusdem trianguli equilateri. vt.e.c.z.c.b.z.c.d. ¶Et nota q non propo/
nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq3 equiangulum desi/
gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quēadmo/
dum fecit de triangulo quadrato z penthagono. non qz non sit necessariū hoc eē
possibile. sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero et
equiangulo. z in omni figura equilatera. atq3 equiangula quecunq3 fuerit. Unde
quamcūq3 figurā equilaterā z equiangulā scimus circulo inscribere: eandē circulo
extra. z circulū sibi intra z extra: hisdem medijs per que hec in penthagono fecim9
describemus. ¶Nota etiam q omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir/
cūscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per. 27. z. 26. tertij sum
ptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis z binis. In hos
eni arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro
lineis ad omnes eius angulos. z ad loca cōtactus facile probabis. si plene intelle/
cte demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit. erit eni vt omnes ipsi9
figure angulos linee a centro venientes p equalia diuidāt. sumptis itaq3 quibusli
bet duobus eius pximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum. z cū duo
bus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos
equiangulos adinuicē. p. 4. primi esse pbabis. Sicq3 faciendo de omnibus patebit
eos esse equiangulos p hanc cōmunē sciam quoz dimidia sūt equalia. tota quoq3
esse equalia.

Propositio. 16.

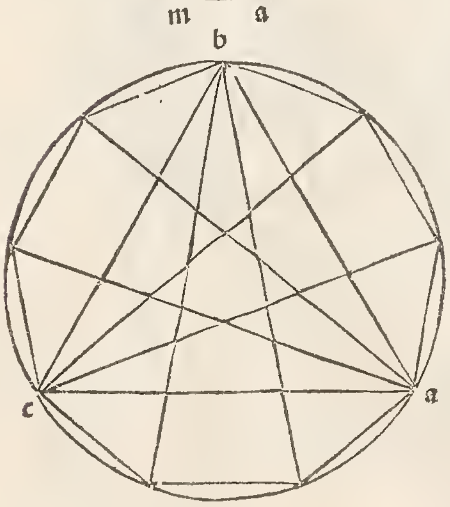
Intra datu3 circulum. quindecagonum equilaterum atq3 equiangulū designare. ¶Deinde circa quēlibet circulū assignatu3 quindecagonum equilaterum atq3 equiangulum atq3 intra datum quindecagonu3 circulū describere ¶Sit datus circulus. a. b. c. volo sibi inscribere quindecagonū equi
laterum z equiangulum. deinde etiam circūscribere atq3 intra talem quindecago/
num ppositum circulum describere. Non pponit autem circa talem quindecago/
num circulū describere. quia hoc satis dat intelligere p alia que pponit. In dato
circulo iuxta doctrinā secunde huius. ptrabo latus trianguli equilateri. q sit. a. c
z iuxta doctrinā scdi latus penthagoni equilateri atq3 equianguli qd sit. a. b. Et
quia arcus. a. c. est totius circūferentie tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit sup/
fluum inter eos qd est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. vel due quinte arcus. a. c. si
ue due quintedecime totius circūferētie Nam in omni toto excedit tertia quintā.
in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duab9
quintis decimis totius. hoc eni patet in quinta z tertia pmi numeri habētis quin
tam z tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria
in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vł due quin
te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totū. diui/
so igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet vtrumq3 duorum arcuum. c. d. z. d. b.
esse tertiam arcus. a. b. vł quintam arcus. a. c. siue quintādecimā totius circumfe/
rentie. subtensis igitur eis cordis. c. d. z. d. b. coaptatisq3 continue intra datum cir
culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶Cetera
vero duo que proponit cū tertio q dat intelligere videlicet quindecagonū circulo



circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex. 12. 13. & 14. huius plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota quod quamcunque figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circumscribere. & ipsi circulum. diuisis eni arcubus quibus latera eius que scitur inscribi subtenditur. per equalia & a punctis mediis ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per. 28. tertij. ergo & equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huius quod omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per. 12. 13. & 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: sciemus per hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecagonum figuram. 24. laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissima perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per penthagonum quoque sciemus decagonum. & figuram. 20. laterum. sicque continue duplando. idem quoque intellige de quindecagono. per ipsum enim scientur figure. 30. & 60. & omnium continue duplatorum laterum. ¶ Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que per has non habent difficilis est scientia. & parum vtilis. vt sunt eptagona nonagena vndecagona. Quod si scirem⁹ triangulum duum equalium laterum designare. cuius vterque angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciremus eptagonum vt supra penthagonum circulo inscribere. quod si vterque quadruplus esset ad reliquum sciremus nonagonum. et si quintuplus. vndecagonum. Idemque in ceteris figuris imparium laterum. posito vtroque angulorum ad basim multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.



Datum angulum in tria equa diuidere. Sit angulus dat⁹. c. volo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic facio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum qualitercunque contingat. & protraho latera continentia datum angulum vsque quo secet circumferentiam in punctis. a. & b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco lineam. c. d. perpendicularem ad lineam. c. b. & in linea. c. d. assigno punctum. e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. vsque quo secet circumferentiam circuli in puncto. f. & produco. e. vsque a. deinde protraho lineam. g. h. equidistantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. & duco lineam. f. g. equidistantem linee e. c. & protraho lineam. c. b. incontinuum & directum vsque ad. l. que secat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia. dico ergo quod arcus. l. g. est equalis arcui. b. h. propter hoc. quod angulus. l. g. c. est equalis angulo. b. c. h. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. b. h. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arcus. h. a. est duplus arcui. b. h. ergo & angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. & patet propositum.



Intra datum circulum nonagulum equilaterum atque equiangulum designare. quod sic fieri potest iuxta doctrinam secunde hui⁹. inscribam circulo assignato triangulum equilaterum atque equiangulum qui sit a. b. c. & vnumquemque angulorum ei⁹ diuidam per tria equalia & protraham lineas diuidentes angulos vsque ad circumferentiam & tunc quia noue anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. protraham enim

cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum. Explicit liber quartus incipit liber quintus.

Diffinitio .1.

PArs est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quãdoq; sumitur proprie: & hec est q̃ aliquotiens sumpta suum totum precise constituit: sine diminutione vel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerum sm quẽ sumitur ad ipsi⁹ totius constitutionẽ: talem autem partem quã multiplicatiuã dicimus hic diffinit. ¶ Quãdoq; sumitur cõmuniter & hec est quelibet quantitas minor q̃ quotienscũq; sũpta suo toto min⁹ aut maius constituit. quã aggregatiuã dicimus: eo q cum alia quantitate diuersa totum suũ cõstituat: p se aũt quotienscũq; sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

MUltiplex est maior minoris quando eã minor metitur.

¶ Pars relatiue dicitur ad totũ: & in istis duobus extremis consistit eorũ adinuicẽ relatio: & ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat autẽ ipsum multiplex propter hoc q minus ipsũ aliquotiens sumptũ constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicẽ: pars & multiplex. Nã omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionẽ.

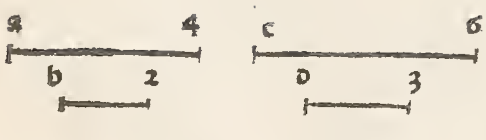
Diffinitio .3.

PRoportio est duarum quantecunq; sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q earũ altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim solũ in quantitatibus reperitur proportio. sed i põderibus: potentijs et sonis. In ponderibus quidẽ & potẽtijs vult plato i thimeo esse proportionẽ: vbi elementorum numerũ ostendit: in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales partes diuidatur. erit ipsarũ partiũ suorumq; sonorũ: eadem cõuerso modo proportio. Sed in quibuscunq; proportio reperitur: ea participant naturã pprietatẽq; quãtitatis: nõ enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q earum vna est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem pprium est sm ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamẽtis. vnde liquet pportionẽ primo in quantitate reperiri. & per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquib⁹ rebus proportionẽ cui similis nõ sit in aliquibus quantitatib⁹ pp̃ter qd bene dixit euclides pportionẽ simpliciter esse in quantitate cum eã diffiniuit per habitudinem duarũ quantitatũ eiusdem generis adinuicem ¶ Cui⁹ diffinitionis intellectus ẽ: q proportio ẽ habitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo q vna earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: p qd patet q oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tempora. Non enim potest

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea et superficies superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. ¶ Qd autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita inquã determinata q hec et non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarũ quantitatum sit scita a nobis: nec etiã a natura. ¶ Nam proportio quedam est discretorum vt numerorum. quedã aũt continuorum. In numeris autẽ minor ẽ pars aut partes maiores vt demonstratur in septimo: quare et in eis omnibus est habitudo certa et nota. ¶ At vero in continuis est proportio magis larga: est enim i eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: et talium omnium mediantibus numeris ẽ proportio nota: que et rationalis dicit̃. Dicuntur q omnes tales quantitates cõmunicantes: quia eas vna et eadẽ necessario metitur. vnde et omnes numeri sũt cõmunicantes. omnes eni ipsos metitur vnitas. Est etiam vbi minor non ẽ pars: aut partes maioris et in talibus nõ est nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturq hec proportio irrõnalis: et hee quãtitates incõmunicantes: vnde fit: ut quecunq proportio reperitur in numeris reperiat̃ in omni genere continuorum: vt in lineis superficiebus corporibus et temporibus: nõ autem econuerso: infinite eni sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura nõ sustinet. Sz quecunq proportio reperitur in vno genere continuorum eadem reperitur i oibus alijs. Nam qualitercunq se habet aliqua linea ad quãlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquã aliã. et quodlibet corpus ad aliqd aliud: similiter et tempus. sed non sic qulibet numerus ad aliquẽ aliũ: vnde magis ẽ larga ꝓportio in continuis. q̃ in discretis Exquo manifestum est proportionẽ geometricam esse maioris abstractionis: q̃ proportionem arismeticam: omnis eni proportio circa quã arismetica versatur rõnalis est: geometria vero rõnales et irrõnales eq̃liter considerat.

Diffinitio .4.



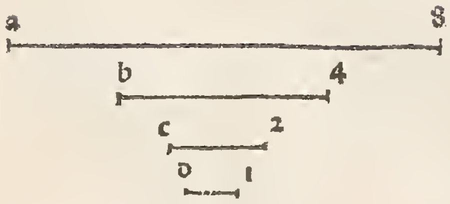
Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. et. b. similis est illi que est inter. c. et. d. hec autem silitudo que ex istis ꝓportionibus resultat dicit̃ ꝓportiõalitas

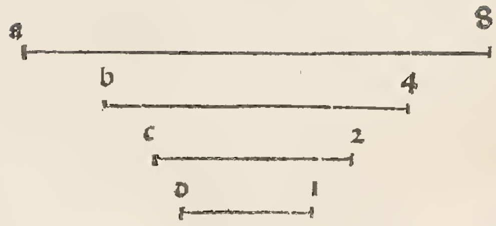
Diffinitio .5.

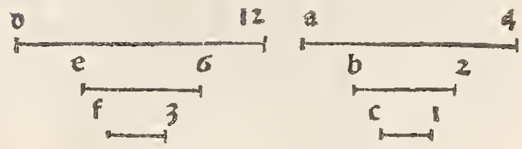
Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sũt: aut eque sibi sine interruptiõe addunt aut minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p cõtinuã et discõtinuam diffinit mẽbra diuidentia. et primo cõtinuã ĩmo vt verius dicã: supposita diuisione proportionalium p continue ꝓportionalia et incõtinue: diffinit nõ cõtinuã ꝓportionalitatẽ: nec incõtinuam: sed cõtinue ꝓportionalia et incontinue. diffinitio autem continue ꝓportionalitatis et incõtinue satis patet per diffinitionẽ cõtinue ꝓportionalium et incontinue. ¶ Cõtinua aũt ꝓportionalitas ẽ cũ quotlibet quãtitatũ eiusdẽ generis in qua ꝓportiõe prima antecedit scdam in eadẽ quelibet aliarum antecedit ꝓximo cõsequentẽ. vt cũ dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b ad. c. et. c. ad. d. eritq quelibet earum antecedens et consequens: excepta prima que est solũ antecedens: et vltima que est tm̃ cõsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter cõtinuationẽ propor/



tionū eo q̄ nō sit ꝓportio inter quantitates generum diuersoꝝ: ⁊ hec erit ad minꝰ in tribus terminis constituta. ¶ Incōtinua autem est cū quatuor quantitatū siue omnes fuerint eiusdē generis siue due prime vnius ⁊ due postreme alterius: i qua proportione prima antecedit scdām in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus sicut se habet .a. ad .b. ita .c. ad .d. eritq; earum quelibet: aut tm̄ antecedēs aut tm̄ consequens: nec est necesse vt sint omnes quatuor eiusdē generis sicut erat in proportionalitate cōtinua: eo q̄ cōsequēs prime proportionis nō cōtinuat antecedenti scdē: sed possibile est vt sint eiusdē generis: ⁊ possibile est vt sint diuersoꝝ. Sicut enī contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad superficiē: ⁊ corpus ad corpus: ⁊ tēpus ad tempus: ⁊ numerus ad numeꝝ. ¶ Viso quid sit continua ꝓportionalitas . ⁊ quid incōtinua explanemus diffinitionē continue ꝓportionaliū premissam. Quantitates inquit proportionales cōtinue sunt quaꝝ eq̄ multiplicia aut sibi sunt eq̄lia: aut eq̄ sibi sine iterruptione addūt: aut minuūt verbi gratia. Sint tres quātitates eiusdē generis .a.b.c. ad quas sumant̄ .d.e.f. eq̄ multiplicia: vt sicut .d. est multiplex ad .a. ita .e. sit multiplex ad .b ⁊ .f. ad .c. eruntq; omnes in eodē genere. Multiplicia enī ⁊ submultiplicia in eodē sunt genere: sitq; vt .d.e.f. aut sint equalia adinuicē: aut silr̄ se habeant in addendo aut minuendo ita q̄ sicut .d. addit super .e. aut minuit ab ipso: ita .e. addat sup .f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquā multiplicia sic se habuerint erūt tres quātitates .a.b.c. cōtinue ꝓportionales. Multiplicia autē nō intelligas silr̄ sic se habere in addēdo aut minuendo quantū ad quantitatē excessus: sed quantū ad proportionē: aliter enī diffinitio esset falsa. Nam quarūlibet quantitatū eiusdē generis equis se differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs se excedūt: vnde silr̄ se habent in addendo ⁊ minuendo quantū ad quātitatem excessus. Nec tamē priores q̄ntitates sūt cōtinue proportionales: imo minoꝝ est semp maior proportio. hoc autē ideo euenit qm̄ eaꝝ multiplicia nō silr̄ se excedunt quātū ad proportionē. sed solū quantū ad quantitatē excessus: est enī ⁊ ibi in minoribus multiplicibꝰ maior proportio. verbi gratia: sumant̄ tres numeri equis differentijs se excedentes: immediate videlicet arismetice: vt .2.3.4. horuꝫ trium omnes eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. ⁊ sic de ceteris: nō tamen sunt .2.3.4. cōtinue proportionalia: imo minoꝝ est maior proportio: est enī ipsorū ꝓportio sesquilatera: ⁊ maioꝝ sesquitertia: q̄r ergo inter eos nō est similitudo proportionū. Nō erit inter eos ꝓportionalitas: ⁊ iō neq; continua neq; incontinua. patet ergo similitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitionis premisse. Continua proportionalia sunt quarū omnia multiplicia equalia sūt continue proportionalia: sed noluit ipsam diffinitioneꝫ proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem p idem: aperte tamē rei est istud cum sua diffinitione cōuertibile. Tres autem quantitates .a.b.c. oportet esse eiusdē generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim .a. ⁊ .b. essent diuersorum generum. essent etiā .d. ⁊ .e. ipsarum .a. ⁊ .b. multiplicia eorūdē diuersorum generum: propter hoc q̄ multiplicia ⁊ submultiplicia eiusdē sūt generis: quare .d. nō esset equalis .e. nec ea maior: aut minor. Nam quantitates diuersorum generum non sunt adinuicem comparabiles.

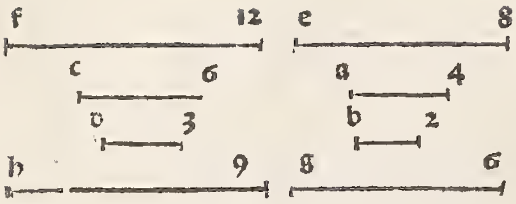




Diffinitio .6.

Quantitates que dicunt̃ eẽ ẞm ꝓportionẽ vnã prima ad secũdã ⁊ tertia ad quartã sunt quaꝝ prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secũde ⁊ quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.

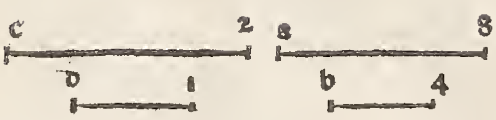
¶ Posita superi⁹ diffinitione quãtitatũ continue ꝓportionaliũ. hic ponit diffinitionẽ incõtinue ꝓportionaliũ: ⁊ ẽ ꝙ quarũlibet. 4. quantitatũ quaꝝ prime ⁊ tertie eque multiplicia sũpta fuerint: itẽqꝫ scḋe ⁊ quarte eque multiplicia: fueritqꝫ multiplex prime sic se habens ad multiplex scḋe quantũ ad additionẽ aut diminutionẽ aut equalitatẽ: sicut multiplex tertie ad multiplex q̃rte: erit ꝓportio pͣme earuꝫ ad scḋam: sicut tertie ad q̃rtã. verbi grã. Sint q̃tuor quãtitates. a. b. c. d. sumant̃qꝫ ad pͣmã ⁊ ad tertiã que sunt. a. ⁊. c. eq̃ multiplicia vtpote dupla: que sint. e. ⁊. f. Itẽqꝫ ad scḋam ⁊ quartã que sunt. b. ⁊. d. sumãt̃ alia eq̃ multiplicia: vtpote tripla. q̃ sint g. ⁊. h. sitqꝫ vt hec. 4. multiplicia sic sũpta cõpata adinuicem ẞm ordinẽ primarum quatuor quantitatum: ita videlicet ꝙ. e. cõpetur ad. g. ⁊. f. ad. h. non autẽ. e. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutione ⁊ equalitate: videlicet ꝙ si. e. addit supra. g. ⁊ sil'r. f. addat supra. h. aut si. c. minuit. a. g. ⁊. f. similiter minuat. ab. h aut si. e. est equalis. g. ⁊ similiter. f. sit equale. h. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione cõtinue ꝓportionaliũ: videlicet nõ quantũ ad quantitatẽ excessus. sed q̃ntum ad proportionẽ. ¶ Qḋ aũt dicit eodẽ ordine sumpte intelligatur sicut expositum est: videlicet vt multiplicia non referant̃ adinuicem ẞm ordinẽ earum quantitatum: quibus eque multiplicia assumunt̃. vt multiplex prime non referat̃ ad multiplex tertie: aut multiplex scḋe ad multiplex quarte. sed referatur ẞm primũ ordinẽ ipsaꝝ. 4. quantitatum: videlicet multiplex prime ad multiplex scḋe. ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaqꝫ sensus istius diffinitionis. Incõtinue ꝓportionales sunt quatuor quãtitates ⁊ ꝓportio prime ad scḋam ẽ sicut tertie ad quartam cũ sumptis eque multiplicibus ad primã ⁊ tertiam. Itẽqꝫ eque multiplicibus ad scḋam ⁊ quartã erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex scḋe: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nõ diffinit sub hac forma. propter cãm predictã. licet a pte rei idẽ sit. Nõ ẽ autẽ necessariũ ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo ꝙ. b. nõ continuat̃ in proportione: cum. c. sed possunt eẽ due prime vnius generis: ⁊ due sequentes alterius. p qḋ patet ꝙ necesse est referri multiplex prime ad multiplex secunde: ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. nõ autẽ multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scḋe ad multiplex quarte q꞉ non semp sunt eiusdẽ generis. multiplex pͣme ⁊ tertie: nec multiplex scḋe ⁊ q̃rte: fuit autẽ necesse sumere eq̃ multiplices ad pͣmã ⁊ tertiã: itẽqꝫ eque multiplices ad scḋam ⁊ q̃rtam: ⁊ nõ eque multiplices ad primã ⁊ scḋam: ⁊ itẽ non eque ad tertiã ⁊ quartã q꞉ nisi p mltiplicũ sũptionẽ cõtinuat̃ termini pͣme ꝓportiõis cũ terminis scḋe. nõ erit p quid sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.



Diffinitio .7.

Quantitates quarũ ꝓportio ẽ vna ꝓportiõales noĩantur.

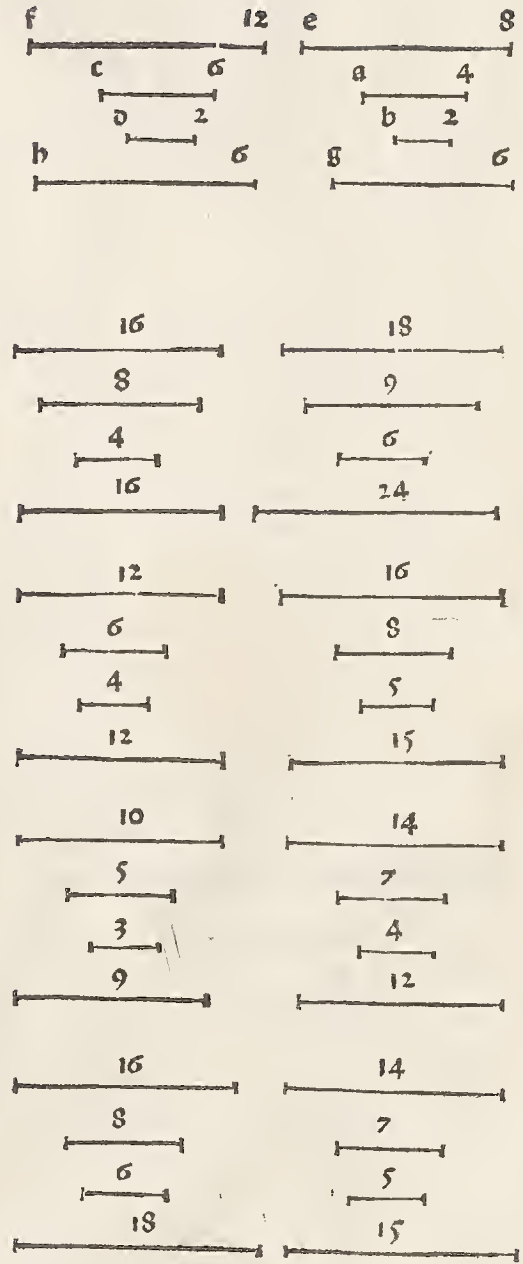
¶ Postquã diffinivit quantitates continue proportionales ⁊ incontinue diffinivit quantitates ꝓportionales simpl'r: et pꝫ diffinitio.



Diffinitio .8.

Cum fuerint prime et tertie eque multiplices. Itemqz secunde et quarte eque multiplices. addeterqz multiplex prime super multiplicem secunde. Nō addet autez multiplex tertie super multiplicē quarte. dicetur prima maioris proportionis ad scđam q̄z tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus proportionalibus diffinit quantitates improportiōales Sūt aūt improportionales inter quas ē silitudo proportionū qđ cōtigit dupliciter aut quia maior est proportio pme ad secundā q̄z tertie ad quartā: aut quia minor et ideo eius sunt due species. Prima quando maior est proportio primi ad scđm q̄z tertij ad quartum: et dicitur hoc maior improportionalitas. ¶ Secūda vero qñ minor est proportio primi ad scđm q̄z tertij ad quartū: et dicit' minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primi ad scđam q̄z tertie ad quartā que est maior improportionalitas: diffinitionē autē earum inter quas est minor proportio prime ad scđam q̄z tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit' fuerint .4. quantitates ad quarum pmam et tertiā sumpta sint eque multiplicia. et ad scđam et quartā eque multiplicia et multiplicia pme et scđe relata adinuicez non se habebunt similiter multiplicibus tertie et quarte relatis adinuicem in additione diminutione et eq̄litate: ille .4. quantitates erunt improportionales. ¶ Qđ si ita fuerit q multiplex prime sit equale multiplici scđe. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut q multiplex pme sit maius multiplici scđe. multiplex aūt tertie sit equale. aut minus multiplici quarte. Aut q multiplex pme sit maius multiplici secūde: et similiter multiplex tertie multiplici quarte: verūtamen plus excedit quātum ad proportionem non quantum ad quātitatē excessus. multiplex prime multiplex scđe q̄z multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q multiplex prime sit min⁹ multiplici scđe. et silr multiplex tertie multiplici quarte. verūtñ minus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē excessus: multiplex prime multiplici secūde: q̄z multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoꝝ .4. modoꝝ maior proportio prime ad secūdā q̄z tertie ad quartā. Quatuor autē modis istis oppositis erit minor proportio pme ad secūdā q̄z tertie ad q̄rtā. Exempla aūt istoꝝ oium euidenter sumēt' ex numeris. Additio ḡ illa multiplicis pme super multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertie sup multiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos .4. modos predictos et ipsos comprehēdit. vñ sensus isti⁹ diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt proponit fuerit maior proportio multiplicis pme ad multiplex secūde q̄z multiplicis tertie ad m̄ltiplex q̄rte: erit maior proportio pme ad ƀam q̄z tertie ad q̄rtā: nō diffinit autē sub hac forma ppter cōez cām p̄us dictā. Uel possum⁹ dicere q additio m̄ltiplicis pme sup multiplex secūde: et nō multiplicis tertie sup m̄ltiplex q̄rte: de q̄ loquit' in pmissa diffinitione maioris improportionalitatis pprie accipit' prout verba diffinitionis sonāt: et nō se extēdit nisi ad scđm q̄tuor predictoꝝ modoꝝ: lz reuera quolibet illoꝝ q̄tuor modoꝝ sit maior proportio prime ad secūdā q̄z tertie ad quartam vñ sensus illius diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt pponit si multiplici prime exñte maiori multiplici secūde: non sit necessariū q multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit maior proportio prime ad secūdā q̄z tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: q2 iste est illis omnib⁹ magis plan⁹: et ad dictā diffinitionē sufficiēs. Nusq̄z



eni est maior proportio prime.4.quantitatū ad scd̄am q̄ʒ tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā ꝛ tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scd̄e ꝛ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scd̄e: nō aūt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vsq̄ʒ contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scd̄am q̄ʒ tertie ad quartam vt demonstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hee quātitates improportionales diuersoꝝ generum sicut ꝛ quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua improportionalitas: vt si dicatur maior est proportio a.ad.b.q̄ʒ.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erūt oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio.a.ad.b.q̄ʒ.b.ad.c.

Diffinitio .9.

Est autem proportionalitas ad minus inter tres termios constituta.

¶ Postq̄ʒ auctor diffiniuit ꝓportionē ꝓportionalitatē ꝛ q̄ntitates ꝓportionales ꝛ iꝓportionales. ostēdit q̄s sit minim⁹ numer⁹ terminorū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō ponit: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rōnalis proportio siue irrōnalis. ¶ Ad proportionalitatē aūt exiguntur ad minus due proportiōes siles: eo ꝙ proportiōalitas sit similitudo proportionū. Quelibet aūt proportio habet antecedens ꝛ consequēs: ergo q̄libet proportionalitas habet ad minus duo antecedētia ꝛ duo consequētia: hoc ē impossibile fieri in paucioribus q̄ʒ tribus terminis: in quibus medius coꝝ fiet antecedēs ꝛ ꝯsequēs: ꝛ iō proportiōalitas erit ꝯtinua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cōtinua proportionalitas cōstituta. Incōtinua aūt non erit i paucioribꝰ q̄ʒ in.4.eo ꝙ in ipsa quilibet termin⁹ ē tm̄ antecedēs: aut tm̄ ꝯn̄s: idem intellige de minori numero terminoꝝ improportionalitatis. Si enim fuerit ꝯtinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio 10.

Si fuerit tres q̄ntitates ꝯtinue ꝓportiōales dicetur ꝓportio prime ad tertiā. ꝓportio prime ad scd̄am duplicata.

¶ Diffinit proportionē q̄ ē iter extremos termios continue proportionalitatis in trib⁹ termis cōstitute. ꝛ dicit ꝙ si fuerit proportio primi ad scd̄m sicut scd̄i ad tertiū: erit proportio p̄mi ad tertiū sicut primi ad scd̄m duplicata: hoc ē ex duabus talib⁹ cōposita. siue qd̄ idē ē: erit proportio primi ad tertiū. sicut p̄mi ad scd̄m duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grā. i numeris Sint.3.numeri cōtinue proportionales: sintq̄ʒ continue dupli: vt.2.4.8 proportio primi ad tertiū erit sicut proportio p̄mi ad scd̄m in se multiplicata: proportio aūt p̄mi ad scd̄m ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadruplā: vnde proportio extremoꝝ ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel scd̄m priorē expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundū duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

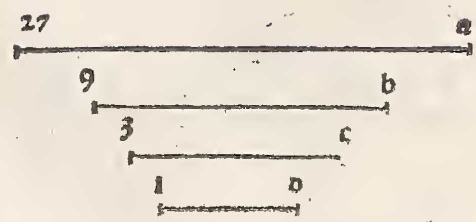


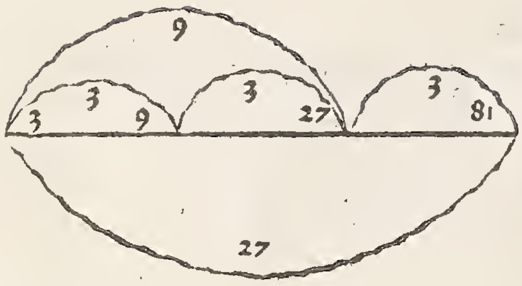
Diffinitio .11.

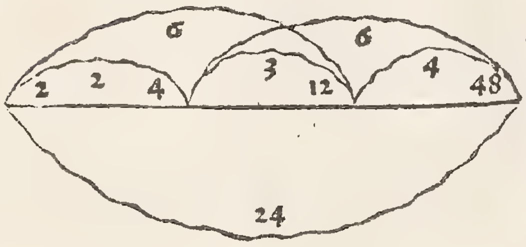
Cum fuerit q̄tuor q̄ntitates ꝯtinue ꝓportionales. ꝓportio prime ad quartā dicetur ꝓportio prime ad scd̄aʒ triplicata

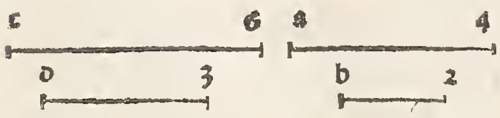
V

¶ Diffinit ꝓportionẽ q̄ ẽ iter extremos termios ꝯtinue ꝓportiōalitatis i.4.termi nis ꝯstitute: ꝛ dicit ꝙ si fuerit.4.q̄ntitates ꝯtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̄me ad q̄rtã sicut ꝓportio p̄me ad scđam triplicata hoc ẽ ex tribus talib⁹ cõposita. q̃m tales inueniũtur in ea: siue qđ idem est: erit proportio prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata.hoc est in se.postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintq̧ cõtinue tripli. vt sint.1.3.9.27.proportio primi ad quartum erit sicut ꝓportio primi ad secundũ in se postea productũ multiplicata: proportio autem primi ad secũdum est tripla: tripla vero in se multiplicata ꝓducit nocuplã ꝛ tripla in nocuplam producit vigincuplam septuplam.erit itaq̧ proportio extremorum vigincupla septupla. qđ est triplum tripli. Vel ꝯm priorem expositionem proportio extremorum ẽ sicut proportio primi ad scđm triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportionalitatis inter plures q̄ȝ quatuor terminos cõstitute: propter id ꝙ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariũ. ¶ Denominatio autem ꝓportionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet naturaȝ linee. Earuȝ vero quibus interponitur vnũ mediũ in cõtinua ꝓportionalitate habet naturã superficiei eo qđ fit ex multiplicatione denomiationis duarũ primarũ in se. Omne autem qđ ex multiplicatione linee: in lineam ꝓducitur: naturã habet superficiei: si in se quidẽ quadrati: si vero in alterã parte altera longioris. Sed ꝓportionis earum quantitatuȝ denominatio quibus in cõtinua ꝓportione duo media interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in se.ex qua multiplicatione producitur superficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus: omne ꝛ enim qđ ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex interuallum: ꝛ habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas autem trium est duplex interuallum: ꝛ habens naturam duplicis dimensionis vt superficiei: proportionalitas aũt quatuor est triplex interuallum: ꝛ habens naturã trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt.ideo nõ diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinq̧ terminis: aut pluribus constitute: vel non diffiniuit proportionem in his quia earum ꝓportio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ꝓportio extremorum cõstat ex proportione primorum duplicata: ꝛ in q̄tuor terminis cõstat ex eadem triplicata: i.5.terminis constat ex eadem quadruplicata: ꝛ in sex ex eadẽ quĩcuplicata: vñ quẽadmodũ i trib⁹ termis ꝯtinue ꝓportiōalib⁹ ꝓportio extremoꝝ ꝯtinet ꝓportionẽ p̄moꝝ bis. ꝛ i.4.termis ter. sic i.5.termis ꝯtinebit quater. ꝛ in sex quinquies. ꝛ ita deinceps. ut semꝑ ꝓportio extremoꝝ i termis cõtinue ꝓportionalibus totiẽs cõtineat ꝓportionẽ p̄morum quot sunt omnes termini min⁹ vno. Siliter quoq̧ si ꝓportio extremoꝝ cõtinue proportiōalitatis i tribus termis ꝯstitute ẽ ea q̄ producit̄ ex proportiõe p̄moꝝ in se semel multiplicata: ꝛ in.4.in se bis multiplicata: in quinq̧ terminis ea que producitur ex proportione p̄morum in se ter multiplicata. ꝛ i.6.termis quater: ꝛ sic semꝑ ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales medijs









extremis interpositis. Et nota ꝙ etiam in proportionalitate continua extremorum proportio producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. ¶ Ex predictis apparet ꝙ proportio extremoꝝ continue proportionalitatis in tribus termis constitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denominatur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportiōis primi ad secundū: verbi gratia: ī numeris Sint quatuor numeri continue proportiōales qui sint continue tripli. 3.9.27.81. proportio primi ad secūdū denominatur a ternario. est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarij. nam ipsa est nocupla. At vero proportio p̄mi ad quartū denominaī. a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigincupla septupla. ¶ Et proportio extremoꝝ im ꝓportionalitatis continue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cōstitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū proportionū: qđ etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri ꝯtinue improportionales: qui sunt. 2.4.12.48. in quibus proportio primi ad secūdū est dupla: secundi ad tertiū tripla: ⁊ ideo primi ad tertiū sexcupla: tertij vero ad q̄rtuꝫ q̄drupla: ⁊ iō p̄mi ad q̄rtū vigincuplū q̄drupla. Senari⁹ ergo qui ē denomiatio proportiōis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denominationes duarum primarum proportiōnū 24. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2.3.⁊.4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

Diffinitio .12.

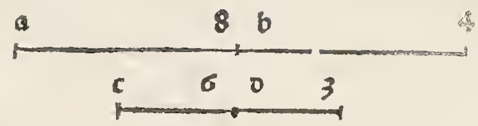
Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequenteꝫ ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. ¶ Itemqꝫ permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem.

¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa ⁊ equa. ¶ Sunt autē hee species quasi quidā modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib⁹ manent añcedentia ⁊ consequētia eadē ꝭm substantiā: qđ nō ē ī disiuncta: ꝯiūcta aut euersa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur vt in equa: vocat autem antecedens primum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaqꝫ per hanc diffinitionem ꝙ si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex hoc ego cōcludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ⁊ de consequentibus antecedentia: qđ iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime ꝓportionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequentia: vult ꝙ iste mod⁹ arguendi vocetur proportionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis cōsequens: ⁊ cōsequens prime antecedens.

Propoſitio. 13.

Coniuncta vero proportionaltas dicitur quotiens ſicut antecedens cum conſequente ad cõſequens. ſic etiam antecedens cum conſequente ad conſequens.

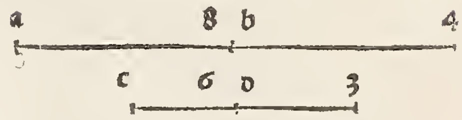
¶ Diffinit coniunctam diſiunctam ⁊ euerſam in quibus etiam nĩhil extra ſumitur ſed termini non manent in ipſis. idem ſm̃ ſubſtantiã ⁊ vult ꝙ ſi ita fuerit. vt ſit. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ⁊ ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. ſicut totius. c. d. ad. d. ꝙ iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



Propoſitio. 14.

Diſiuncta vero proportionalitas dicitur augmẽtorum antecedentium ſupra conſequentia equa comparatio.

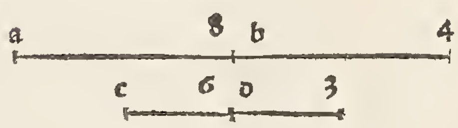
¶ Vult ꝙ ſi fuerit proportio totius. a. b. ad. b. ſicut totius. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ꝙ iſte modus arguendi vocetur diſiuncta proportionalitas.



Propoſitio .15.

Euerſa proportionalitas dicitur quorũlibet antecedentiũ ad augmenta ſui ſupra cõſequentia ſua ſimilitudo proportionum.

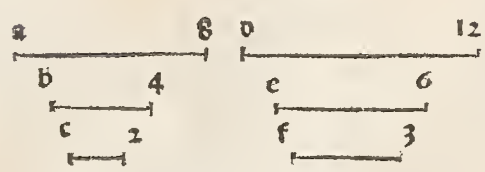
¶ Vult ꝙ ſi fuerit. a. b. ad. b. ſicut. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludã ergo. a. b. ad. a. ſicut. c. d. ad. c. ꝙ iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.

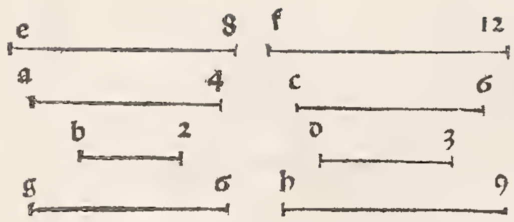


Propoſitio .16.

Equa proportionalitas dicitur quãtitatibus plurimis propoſitis aliiſqꝫ ſcd̃m eundem numerũ in vna proportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumqꝫ ſummorum ſimilitudo proportionum.

¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propoſitum ad extra ſumit. ⁊ vult ꝙ ſi ſumant̃ quotlibet quantitates. vt. a. b. c. itemqꝫ totidem alie ſiue ſint eiuſdem generis cum primis. ſiue alterius. vt .d. e .f. fuerintqꝫ ſecunde in proportiõe primarꝫ ſiue eodẽ ordine. vt ſi dicatur. a. ad. b. ſicut. d. ad. e ⁊. b. ad. c. ſicut. e. ad. f. ſiue ordine cõuerſo vt ſi dicat̃. a. ad. b. ſicut. e. ad. f. ⁊. b .ad c. ſicut. d. ad. e. ⁊ ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. ſicut. d. ad. f. ꝙ iſte modus arguendi vocetur equa proportionalitas. ¶ Horum autẽ 6. modorum arguendi qui dicũtur ſpecies ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lrã infra in iſto .5. Permutatam quidẽ proportionalitatem probat in. 16. huius. diſiunctã vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatẽ demonſtrat. in. 22. ⁊. 23. Sed in. 22. cũ quantitates duorũ ordinũ eodẽ ordine ſunt proportionales. in. 23. cũ vero ſũt ꝓportionales ordine conuerſo. Cõuerſam vero ꝓportionalitatẽ: aut euerſã non demõſtrãt eo ꝙ conuerſa pꝫ ex diffinitiõe quãtitatũ icõtinue ꝓportionaliũ. Euerſa aũt pꝫ ex ꝑmutata adinuicẽ. 19. vt ſup eãdẽ. 19. ſumꝰ dicturi. qualr̃ autẽ ꝯuerſa ꝓportiõalitas ex dione quãtitatũ icõtinue ꝓportiõaliũ mãifeſta ſit demõſtremꝰ nũc. ¶ Sit ergo ꝓportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. volo ẽ demõſtrare qḋ erit b. ad. a.

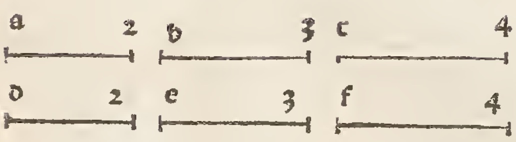




sicut.d.ad.c.sumatur.e.ad.a.z.f.ad.c.eque multiplicia.similiter quoqz.g. ad.b. z.h.ad.d.eque multiplicia.eritqz per conuersionem diffinitionis quãtitatum in/ continue proportionalium. vt.e.z.g. itemqz.f.z.h.similiter se habeant in additi one diminutione z equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.secundum. d.tertium.c q̃rtũ.sũptaqz sũt ad primũ z tertiũ.g.z.h.eque multiplitia. Jtẽqz ad secũdũ z q̃r/ tum.e.z.f.eque multiplicia z quia multiplicia primi z secundi que sunt.g.z.e.simi liter se habent multiplicibus tertij z quarti que sunt.h.z.f.adinuicem diminutiõe z equalitate.erit p dictã diffinitionem proportio.b.primi.ad.a.secundum.sicut.c tertij ad.d.quartum quod est propositum. Constat itaqz modus arguendi qui di citur conuersa proportionalitas. ¶Huius autẽ quinti libri principia plurimis dif/ ficilima esse videntur.z quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat. ma gis ab intellectu distantia. Nihil enim videtur intellectui imediacius adherere. q̃z q duarum quarũlibet quantitatũ equalium sit ad tertium quãlibet vna propor tio:qd tamen huius quinti septima demonstrat ex diffinitione incontinue propor tionalitatis que ab intellectu primo videtur q̃z plurimum esse remota .quis enim non facilius duarum quantitatum equalium ad aliquẽ tertiam eandem esse pro/ portionem concedat.q̃z.4.quantitatum si multiplicia prime z tertie equaliter sum pta multiplicibus secunde.z quarte equaliter sumptis similiter se habuerint i ad/ ditione diminutione z equalitate esse proportionem prime ad secundam.sicut ter tie ad quartam. Verum si subtiliter intuemur liquido constabit nõ posse vniri in/ tellectui q proportio duarum quantitatum equalium ad tertiam sit vna. nisi per quid est esse proportionem vnam.Si enim quis ignoret quid est esse proportionẽ vnam eandem proportionem alteri .quomodo cognoscet duarum quantitatum equalium esse eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio in/ tellectus anteq̃z illam que videbatur conceptibilis propositio apprehendat huius rei que per ipsius diffinitionẽ habebitur cognitione.postmodum vtrum ea diffi/ nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cõueniat pertracta tione.qd si diffinitio inuenta fuerit illis quãtitatibus conuenire concludetur pro/ positum. Sin autem oppositum. Non est igitur immediata propositio q̃z super ficialis apprehensio immediatã iudicauit. ¶Similiter quoqz ĩmediacius iudicat prima apphensio adherere intellectui q duarum quantitatum inequalium maior est proportio maioris earum ad aliam q̃z minoris ad eandem quã demonstrat.8. huius. q̃z qd.4.quãtitatum sit maior proportio prime ad secundam q̃z tertie ad quartam.cum multiplicibus ad primam z tertiam equaliter sumptis . Itemqz alijs ad secundã z quartam z equaliter multiplex prime addit super multiplex se/ cunde.z multiplex tertie non addit super multiplex quarte.ex quo que predicta est propositio demonstratur:sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionẽ maiorem¶. Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur pro portionales:z que inproportionales diffinire. Proportionales autem sunt qua/ rum proportio vna est.z Improportionales quarũ proportiones diuerse. Itaqz diffiniuit quantitates quarum proportio vna . z eas in quibus connectuntur extrema nõ dissociatis medijs quas vocauit continue proportionales.et dixit hãc pportionalitatẽ i trib⁹termis ad min⁹existere.pter hoc q vnũ saltẽ bis sumẽdũ ẽ mediũ.et eas i quib⁹ accidit interruptio medioꝝ:z hec sũt icõtinue pportiõales z hec pportiõalitas ad minus exigit q̃tuor termios pter alteri⁹ medij sũptionẽ

⁊ diffiniuit etiam quantitates que sunt inproportionales. quarum est maior vna proportio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile esset intellectui cognoscere que proportiones essent vna ⁊ que diuerse. ¶ Que enĩ haberent vnam denominationem essent vna. que autem diuersas diuerse. hec autem facilitas manifesta est ex arismetica. quoniam omnium numerorum proportio scita ⁊ rationalis est. Unde Jordanus in scđo arismetice sue diffiniẽs que proportiones sunt eedem ⁊ que diuerse. dicit easdem esse que eandẽ denominationem recipiunt. Maiorem vero que maiorem ⁊ minorem que minorem. Sed ĩfinite sũt proportiones irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum euclides cõsideret in hoc libro suo proportionalia cõmuniter nõ contrahẽdo ad rõnales vł irrõnales quoniam cõsiderat proportionem repertam in continuis que communis est ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ per idẽptitatem denominationũ. sicut arismeticus: eo ꝙ multaruꝫ proportionum vt dictum ẽ sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis vnde malicia ꝓportionum irrõnalium coegit euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit vt patet ex premissis diffinire proportionalitatem siue idemptitatem proportionum. per idemptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinũ ⁊ in cõuenientiaꝫ terminorum coactus est refugere ad terminoꝝ multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad excessum ⁊ equalitatem consideratis equis numerositatibus sumptoꝝ per qđ ad naturam irrationalitatis reducuntur propositam diffinitionẽ venetur. nihil enim in quocunqꝫ inequalitatis genere terminis magis idẽ q̃ꝫ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̃ꝫ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quãtitatũ eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo ꝙ sunt equales aut ꝙ altera maior. ideo idemptitas proportionum entium inter primam. 4. quantitatum ad secundam ⁊ tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam. ⁊ tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut sil'is minoritas. tunc est inter quatuor. quaslibet quantitates cum est inter omnes eaꝝ equaliter multiplices. ¶ Qđ ergo dicit in quinta diffinitõe. quantitates que dicunt̃ cõtinuam proportionalitatem habere. ⁊ cetera ac si diceret. omnes illas quantitates voco continue proportionales qđ est eas similiter esse equales continue ⁊ similiter continue esse maiores. ⁊ similiter continue esse minores quarum omnes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter continue equales. vel similiter continue maiores. vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse cõtinue ꝓportiõales qđ si hoc alicubi i mł'tiplicibꝰ dissonat eas dico nõ eẽ cõtinue ꝓportionales. ¶ Qđ autẽ dicit in sexta diffinitione. Quãtitates que dicũt̃ eẽ ſm ꝓportionẽ vnam prima ad scđam ⁊ tertia ad quartam. ⁊ cetera ac si diceret oẽs. 4. quãtitates voco icõtinue proportionales. ⁊ se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartã: qđ ẽ primã ad scđam. ⁊ tertiam ad quartã similĩt se habere in equando aut addẽdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime ⁊ tertie ad oẽs eque multiplices secũde ⁊ q̃rte. similiter se habẽt aut i equãdo aut addẽdo aut minuẽdo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habẽt ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem

prime ad secūdā sicut tertie ad quartā.qd autē dicit in.8.diffinitione ē ac si diceret maiorē proportionem voco.4.quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartam quod est primā magis excedere secūdā quā tertia excedat quartā. quaꝝ aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde:aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secundum numeratione multiplicis prime non addente sup aliquē ex multiplicibus quarte:sumpta ꝫm numeratione multiplicis scde. qd ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scde. q̄ꝫ multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶ Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare. quoꝝ ametus filius Joseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de ꝓportione ꝛ proportiōalitate cōposuit.ꝛ accepit tria per modū positiōis tanq̄ꝫ principia que dicit esse per se nota ꝛ ꝓbatione non indigere. ¶ Quoꝝ primū est quod si fuerint.4.quātitates.quaꝝ sit proportio prime ad scdam sicut tertie ad quartam. erit ecōuerso ꝓportio scde ad primā sicut quarte ad tertiam.ꝛ hic est modus arguendi quē vocauit superius euclides conuersam proportionalitatē.ꝛ errauit qñ dixit ꝓpositionem esse per se notā. cuius antecedens ꝛ cōsequēs sunt ignota. Ignotum ē enim quid sit esse proportionem prime quantitatis ad secūdā sicut tertie ad quartam.quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoqꝫ qꝛ cōsequēs est ignotum.impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. ¶ Scdm principiū eius fuit:ꝙ si fuerint.4.quātitates quaꝝ sit proportio prime ad scdam sicut tertie ad quartā.si prima sit maior scda:erit tertia maior quarta.ꝛ si minor minor.ꝛ si equalis equalis. ¶ Tertiū fuit ꝙ si fuerint.4.quātitates quarum sit proportio prime ad secūdā sicut tertie ad quartā:erit primo ad qdlibet multiplex secunde:sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte:ꝛ accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qd accidebat in primo. Accepit enim i oībus ignota similr̄ tāq̄ꝫ nota.quare non demonstrauit.peccauit etiā in secunda demōstratione ꝛ in tertia ꝛ in quinta.i quarū qualibet arguit ex.8.vl' ex 10. huius que probantur ex diffinitione in continue ꝓportionalitatis: Arguit enī sic si proportio a.b.ad.e.est maior q̄ꝫ .g.ad.d.sit ergo .v.b.ptis.a.b.ad.e.sicut .g. ad.d.per qd apparet ipsum supponere ꝙ duaꝝ quātitatū.a b.ꝛ.u. b.in equaliuꝫ relatarum ad.e.maior maiorem ꝛ minor minorem ad ipsā optinet proportionem vel ꝙ quātitas ad.e. habebit minorem proportionē q̄ꝫ habeat. a.b.erit minor.a b.quorum primum demonstrat.8.huius.ꝛ scdm.10 Nā cū volris sumere quātitatē que se habeat ad.e.in proportione.g.ad.d.dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem.a.b.indifferenter sicut voluero.quare autē non demonstrat aut accidit sibi circulus ꝛ principia esse ignotiora conclusionibus.Supponēda sunt igit̄ cū euclide principia tanq̄ꝫ nota.ꝛ non ipsa ex conclusionibus.sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.



Propositio .1.

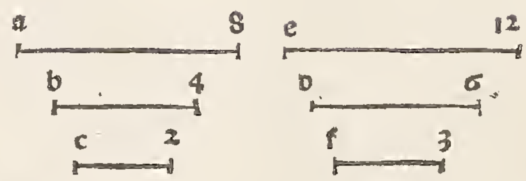
Si fuerint quolibet quantitates aliaꝝ totidem eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem.totum quoqꝫ ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶ Sit quotlibet quātitates.que sint.a. b.c. aliarum totidem que sint.d.e.f. eque multiplices vnaqueqꝫ ad sui cōparē.aut singule sint singulis equales.ita videlicet

q sicut.a.ē mltiplex.d.ita.b.ē multiplex.e.z.c.mltiplex.f.vl' si.a.ē eqlis.d.q sili't b.sit eqle.e.z.c.eqlis.f.dico q sicut se hab.za.ad.d.ita se habet aggregatū ex omnibus que sunt.a.b.c.ad aggregatum ex omnibus que sunt d.e.f. ¶Qd si singule singulis sint equales patet propositū per hanc cōmunē sciam: si equalib⁹ equalia addanᵗ tota quoqȝ erunt equalia. Si autē sint omnes suis cōparibus eque multiplices diuisis eis ꝯm quantitatē suaꝝ submultipliciū: erit aggregatū ex prima pte.a.z.prima.b.z prima.c.equale aggregato ex.d.e.f.p predictā cōmuneȝ sciam adiuuante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶Similiter quoqȝ aggregatū ex secūdis ptibus quantitatum.a.b.c.erit equale aggregato ex.d.e.f.sicqȝ de ceteris: z qꝛ hoc poterit totiens fieri quotiens.d.continetᵗ in.a.erit vt eqle aggregatū ex.d.e.f.totiēs ptineaᵗ i aggregato ex.a.b.c.quotiēs.d.continetᵗ i.a.qꝛ g̊ quotiēs.d.numerat.a.totiēs aggregatū ex.d.e.f.numerat aggregatū ex.a.b.c.patet q sicut.a.est multiplex ad.d.ita aggregatū ex.a.b.c.aggregati ex.d.e.f.quod ē propositum.

Propositio .2.

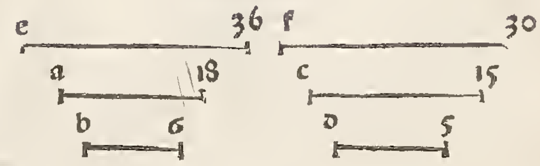
Si fuerint sex quantitates.quaꝝ prima ad scdam atqȝ tertia ad quartā eque multiplices.quinta vero ad secundam atqȝ sexta ad quartā eque multiplices: totum prime z quinte ad scdam.totumqȝ tertie z sexte ad quartam eque multiplicia esse conueniet.



¶Sint sex quantitates.a.prima.b.secunda.c.tertia.d.quarta.e.quinta.f.sexta. Sitqȝ.a.z.c.eque multiplices ad.b.z.d.iteqȝ.e.z.f.sint eque mltiplices ad easdē dico q sicut totū aggregatū ex.a.z.e.ē multiplex ad quātitatē.b.ita totū aggregatū ex.c.z.f.est multiplex ad quantitatē.d.Nam qꝛ numerus ꝯm quē.b.continetᵗ in.a.est equalis numero.ꝯm quē.d.continetur in.c.Similiter quoqȝ numerus ꝯm quē.b.continetᵗ in.e.est equalis numero ꝯm quē.d.continetᵗ in.f.erit per cōmuneȝ sciaȝ que est: si equalibus equalia addanᵗ z cetera.numerus ꝯm quē.b.continetur in aggregato ex.a.z.e.equalis numero ꝯm quē.d.continetᵗ in aggregato ex.c.z.f. quare sicut aggregatū ex.a.z.e.est multiplex ad.b.ita aggregatū ex.c.z.f.ē multiplex ad.d.quod est propositum.

Propositio .3.

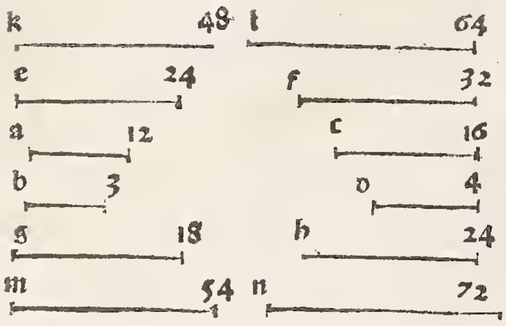
Si fuerint primum secundi z tertiuȝ quarti eque multiplicia: ad primum vero z tertium multiplices sumantur equales erunt: multiplex primi ad secūdū atqȝ multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.



¶Sit sex q̄ntitates.a.prima.b.secūda.c.tertia.d.quarta.e.quīta.f.sexta. Sitqȝ.a.ad.b.z.c.ad.d.iteqȝ.e.ad.a.z.f.ad.c.eq̄ mltiplices.dico q sicut e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.diuidaᵗ enim.e.ꝯm quantitatē.a.sui multiplicis. z.f.ꝯm quantitatē.c.eritqȝ ꝑpter equalitatē partiū.e.ad.a.z partiū.f.ad.c.vt q̄libet ptiū.e.sit ita multiplex ad.b.sicut quelibet ptiū.f.ad.d.Quia ergo sicut prima ps.e.ē multiplex ad.b.ita prima ps.f.ē multiplex ad.d.Iteqȝ sicut scda pars.e.ē mltiplex ad.b.ita secūda.f.ad.d.ergo erit per premissā aggregatū ex duabus primis ptibus.e.ita multiplex ad.b.sicut aggregatū ex duab⁹ p̄mis ptib⁹.f.ad.d z qꝛ rursus tertia ps.e.si sit aliq̄ tertia ps ē ita mltiplex.ad.b.sicut tertia.f.ad.d.erit p eādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus.e.sit ita multiplex ad.b.sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus.f.ad.d. ¶Sitqȝ si plures fuerint partes.e.z.f.componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs

ꝙ sicut.e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premissam totiens sumptã: quot fue rint partes in.e.aut in.f.minus vna:sicq; patet propositum.

Propositio .4.



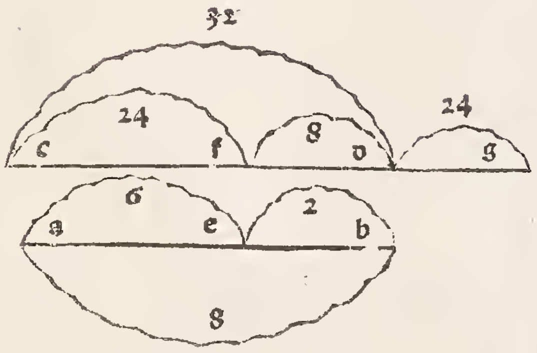
SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii adquar tum: ad primum autez et tertium eque multiplicia assignẽ tur. Itemq; ad secundum et quartum multiplices equa/ les erunt assignate multiplices eodem ordine proportio/ nales.

¶Sit proportio.a.primi ad.b.secũdũ.sicut.c.tertij ad.d.quartum. Sumanturq;.e ad.a.z.f.ad.c.eque multiplicia. Itẽq;.g.ad.b.z.h.ad.d.eque multiplicia :dico ꝙ ꝓportio.e.ad.g.est sicut.f.ad.h.Sumam.k.ad.e.z.l.ad.f.eque multiplicia.itẽq; m.ad.g.z.n.ad.h.eque multiplicia:z quia.e.z.f.sunt eque multiplicia ad.a.z.c: itemq;.k.z.l.eque multiplicia ad .e.z.f .erunt per premissam.k.z.l.eque multi/ plicia ad.a.z.c.per eandem quoq; erunt.m.z.n.eque multiplicia ad.b.z.d. qua/ re per conuersionẽ diffinitionis incontinue proportionalitatis.k.ad.m.z.l.ad.n. similiter se habebunt in addendo diminuendo z equando:q2 ergo.k.z.l.sũt eque multiplicia ad.e.z.f.itemq;.m.z.n.eque multiplicia ad.g.z.h.erit per diffinitio/ nẽ incontinue ꝓportionalitatis ꝓportio.e.ad.g.sicut.f.ad.h.qꝺ est propositum.

Propositio .5.

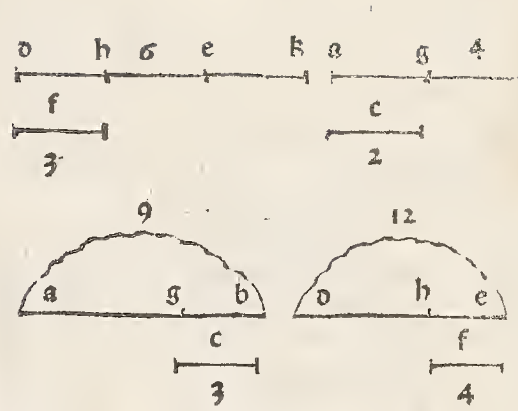
SI fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius minuaturq; ab vtraq; ipsarum ipsa pars erit reliquum re liquo atq; totum toti eque multiplex.

¶Uel sic si aliquota erit reliquũ reliqui tota ps quota totũ toti⁹.Sit q̃ntitas.a.b.tota ps quantitatis.c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.minua/ turq;.a.b. ex quantitate .c.d.z sit residuum.f.c.eritq;.f.d.equalis.a.b .Simili/ ter quoq; minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.sitq; residuum e.a.dico ꝙ quota pars est quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota est quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cũ enĩ f.d.sit equalis.a.b:erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.est multiplex .a.b. ponam itaq;.d.g.ita multiplicem.a.e.sicut .f.d. est multiplex.e.b. eritq; ex prima huius quantitas.f. g.ita multiplex. a.b.sicut.f.d .est multiplex. e.b. z quia sic fuit. c.d. multiplex.a.b.sicut.f.d.fuit multiplex.e.b .erit vtraq; duarum quantitatũ.c. d.f. g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cõmunem scientiam.c .d.z .f.g. sunt equales adinuicem: dempta igitur ab vtraq; earum quantitate.f.d.erit.c.f. equa/ lis.d.g.z quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.z ideo sicut.a.b.e.b.quare z sicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.sicut tota.c.d.totius.a.b. qꝺ est propo/ situm.



Propositio .6.

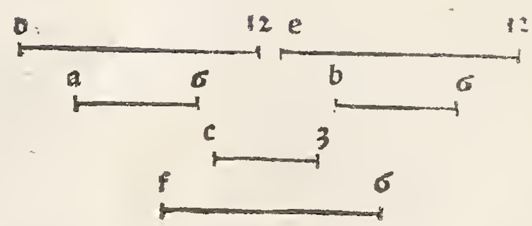
SI fuerint due quantitates ad alias duas eque multipli/ ces.dueq; minores duabus maioribus vtraq; a sua mul tiplice subtrahantur.erunt duo reliqua earundẽ partium eque multiplicia.aut eis equalia.



¶Sint quantitates.a.b.ad.c.z.d.e.ad.f.eque multiplices:subtrahanturqz.c.ex a.b.z.f.ex.d.e.z sint residua:ex a.b.quidé.a.g.ex.d.e.d.h.eritqz.g.b.equalis.c. z.h.e.equalis.f.dico q duo residua.a.g.z.d.h. erunt equalia duabus quantitatibus.c.z.f.aut eis eque multiplicia.Sit ergo primo.a.g.equalis.c.dico q.d.h.est equalis.f.Sumam enim quantitatem.e.k.equalem.f.eritqz per premissas ypotheses vt tociens.f.sit in.h.k.quotiens.c.in.a.b. quare sicut.a.b.est multiplex.c.ita h.k.est multiplex.f.sed sic erat etiam.d.e.erat multiplex eiusdem.f.erit igitur per cōem scientiam.h.k.equalis.d.e. dempta igitur cōmuni earum quantitate.h.e. erit.d.h.equalis.e.k.quare equalis.f.quod est propositū.¶Si autem.a.g.sit multiplex.c.ponam vt.e.k.sit eque multiplex.f.eritqz vt prius vt tociens.f.sit in.h.k quotiens.c.in.a.b.Sed tociens erat etiam in.d.e.erit igitur vt prius.d.e.equalis h.k.z.d.h.e.k.quare sicut.a.g.est multiplex.c.ita.d.h.est multiplex.f.q est propositum. Aliter idem cum sm eundem numerum contineat quantitas.a.b.quantitatem.c.sm q quantitas.d.e.quantitaté.f.demptaqz ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus secundum q.a.g.continet.c.z sm q.d.h.continet.f.patet quantitates.a.g.z.d.h.esse equales aut eque multiplices quantitatibus.c.z.f.

Propositio .7.

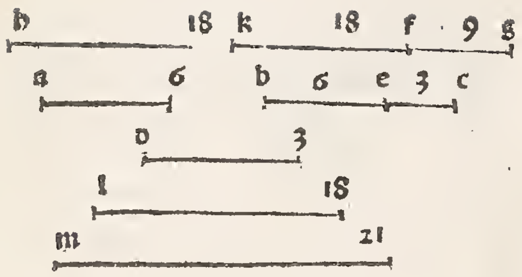
Si due quantitates equales ad quamlibet cōparentur earum ad illam erit vna proportio .itemqz ad illas proportio illius vna est.



¶Sint due quantitates.a.b.equales.que comparentur ad quamlibet tertiaz vt ad.c.dico q eadem est proportio.a.ad.c.z.b.ad.c.itēqz eadem.c.ad.a.z.c.ad.b.Primum sic probatur:cum enim.c.sit cōsequens ad.a primam z ad.b.tertiam ipsa erit in ratione secunde z quarte.Sumā igitur.d.ad.a primam:z.e.ad.b.tertiam eque multiplices: z sumam.f.quamlibet ex multiplicibus.c.que est secunda z quarta:z quia.a.z.b.quarū sunt eque multiplices .d.z.e. posite sunt equales erit:vt si.d.diuidatur sm quantitatem.a.z.e.secundū quantitatem.b.q partes vtrobiqz sint numero z q̄ntitate equales: numero quidam per ypothesim pter equalitatem multiplicationis vtrobiqz :quantitate auté per hāc cōem scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem sūt equalia sibiinuicem sunt equalia:quia igitur prima ex partibus.d.est equalis prime ex partibus.e. z secunda:secunde:z cetere ceteris.Suntqz tot partes in.d.quot sunt in.e.erit per primam huius.d.equalis.e.quare per cōem scientiam: si due quātitates equales cōparentur ad aliam tertiam:aut ambe quantitates.d.z.e:sunt similiter maiores.f. aut similiter minores:aut sibi equales:igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis:que est proportio.a.prime ad.c.secundam:eadé est.b.tertie ad.c.quartā qd est propositum.¶Secundum eodé modo probabis ordine cōuerso:vt.c.ponatur prima z tertia.a.vero secunda .b.quarta .Cum vero quantitas.f.que est eque mltiplex prime z tertie sit aut similiter maior quātitatibus .d.z.e.que sūt eque mltiplices secunde z quarte:aut similiter minor aut eis equalis:erit per eandem diffinitionem proportio.c. prime ad.a.secundā :sicut.c.tertie ad.b. quartam quod est propositum secundum.

Propositio .8.

SI due quantitates inequales ad vnā quantitatem propor tionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionē. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

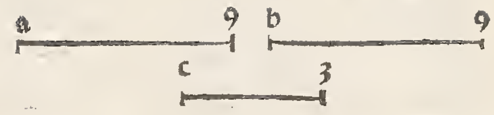


¶Sint due quantitates inequales.a.⁊.b.c. sitq̄ maior .b.c. ⁊ pro/portionentur ad eandem quantitatem que sit.d. dico ꝙ maior est proportio. b.c. ad.d.q̃z.a.ad.d.⁊ ꝙ econtrario maior est.d.ad.a.q̃z.d.ad .b.c. Primū sic pro/batur:ponam.e.b.equalem.a.⁊ multiplicabo totiens.e.c.ꝙ proueniat quantitas maior.d.sitq̄.f.g.⁊ sumam.k.f.ita multiplicem.b.e.⁊ similiter.b.ita multiplicē. a.sicut.f.g.est multiplex.e.c.eritq̄ per primam huius. b.ita multiplex .a.sicut.k. g.est multiplex.b.c.erit etiam.b.equalis.k.f.propter hoc ꝙ earum submultiplices que sunt.a.⁊.b.e.posite sunt equales: ponam quoq̄ ꝙ.b.nō sit minor.d. sed equa lis:aut maior:totiens enim multiplicabo vnāquēq̄ trium quantitatum.e.c.b.e.⁊ a.equaliter:ꝙ.f.g.multiplex.e.c.proueniat maior.d.⁊ ꝙ.b.multiplex.a.nō proue niat minor eadem:deinde totiens multiplicabo.d.quod proueniat quantitas ma ior.b:sitq̄.m.prima quātitas multipliciū.d.q̄ sit maior.b. Sub qua sumā maxi/mam multiplicem.d.aut sibi equalem :si. m.est prima in ordine multiplicium .d. que sit.l.eritq̄ ut.l.non sit maior.b.⁊ constabit.m.ex.d.⁊.l. propter id qḋ omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici ⁊ simplo: vt triplum ex duplo: ⁊ simplo.excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo.¶ Quia ergo.b.ē equalis.k.f.non erit.k.f.minor.l.itaq̄.k.f.⁊.d.nō efficient minus q̃z.l. ⁊.d. qua re non efficient minus q̃z.m.⁊ quia.f.g.est maior.d.erit.k.g.maior q̃z.m. ¶In/telligo igitur quantitatem.b.c.primam.d.secundam.a. tertiam.d. quartam: ⁊ q̄ ad primam ⁊ tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k.g. ⁊.b. Similiter quoq̄ ad secundam ⁊ quartam eque multiplicia:immo idem in ratione duorū qḋ est.m.⁊ addit.k.g.multiplex prime super.m.multiplex secunde: non addit autem b.multiplex tertie super.m.multiplex quarte:erit per diffinitionem maioris im p/portionalitatis maior proportio.b.c.prime ad.d.secundā q̃z.a.tertie ad.d. quar/tam qḋ est primum. ¶Secundū probabis per eandem diffinitionem conuerso or dine: vt.d.sit prima ⁊ tertia.a.secunda.b.c.quarta:addit enim.m.multiplex pri/me super.b.multiplicem secunde. Non addit autem.m.mnltiplex tertie super.k.g. multiplicem quarte:quare maior est proportio.d.ad.a.q̃z.d.ad.b .c. quod est se/cundum. ¶Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitio/nis maioris improportionalitatis: q̃z posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secūdam q̃z ter tie ad quartam.qnin contingat aliqua eque multiplicia ad primam ⁊ tertiam re/periri:que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde ⁊ quarte: inuenie tur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte.hec autem multiplicia sic reperiemus :sicut demonstrabi/mus infra supra.12.huius.

Propositio .9.

SI fuerit aliquaꝝ quantitatum ad vnam quantitatem proportio: vna ipsas esse eq̄les. Si vero vnius ad eas proportio vna ipsas equales esse necesse est.

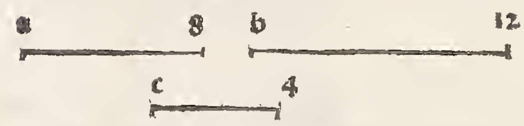
¶Sit duarum quantitatum.a.⁊.b.proportio vna ad.c.dico eas eē equales.⁊ si ecōuerso fuerit eadem proportio.c.ad vtrāqȝ earū:adhuc dico eas esse equales.hec est conuersa.7. Primum sic patet.si enim non sunt equales:sed altera earum maior:vtpote.a.erit per primam partē.premisse maior proportio.a.ad.c.q̄ȝ.b.ad.c.quod est contra ypothe. Secundum quoqȝ patet:q2 si.a.est maior.b.erit per secundam partem premisse maior proportio.c.ad.b.q̄ȝ ad.a.quod est etiam contra ypothesim.



Propositio .10.

SI fuerit vni⁹ ad quātitatē vnā aliquā ꝓportio maior quātitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandeȝ proportio maior minorem esse necesse est.

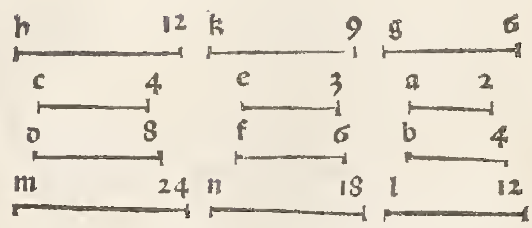
¶Quod si fuerit maior proportio.a.ad.c.q̄ȝ.b.ad.c.dico.a.esse maiorem.b.⁊ si fuerit maior.c.ad.b.q̄ȝ.c.ad.a.adhuc dico.a.esse maiorē b.hec est conuersa.8.Primum patet per primam partem.7.⁊ per primam.8.nam per primam partem septime:non erit.a.equalis.b.nec etiam minor per primam octaue.Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.



Propositio .11.

SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales ipsas quoqȝ ꝓportiones sibi inuicē equales eē necesse ē.

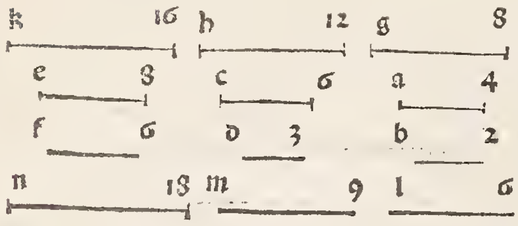
¶Proportionem hāc quā euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones:que eidē sunt equalia sibi quoqȝ sunt equalia: ꝓut de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur.Sit ergo vtraqȝ duarum proportionum que sunt.a.ad.b.⁊.c.ad.d.equalis proportioni que est.e.ad.f.dico proportiones que sunt.a.ad.b.⁊.c.ad.d.sibi inuicem esse equales.Sumam enim.g.ad.a.⁊.b.ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplices. Itemqȝ.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad.f.eque multiplices:⁊ quia per ypothesim proportio.c.ad.f.est sicut.a.ad.b.⁊ similiter sicut.c.ad d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptā si.k.addit super.n.ꝙ.g.addit super.l.⁊.b.super.m.⁊ si.k.minuit ab.n.ꝙ.g.minuat ab.l.⁊.b.ab.m.⁊ si.k.est equalis.n.quod.g.sit equalis.l.⁊.b. equalis. m. quia igitur.g.ad.l.⁊.b.ad.m.similiter se habent in addendo diminuendo ⁊ equando: mediantibus.k.⁊.n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a.ad.b sicut.c.ad.d.quod est propositum.

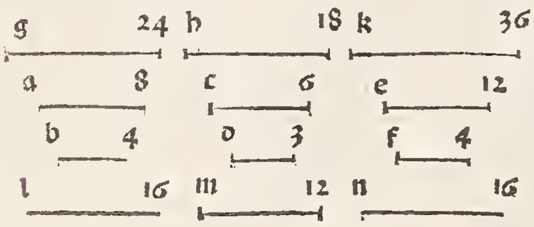


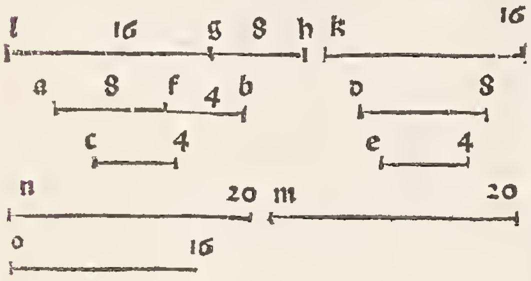
Propositio .12.

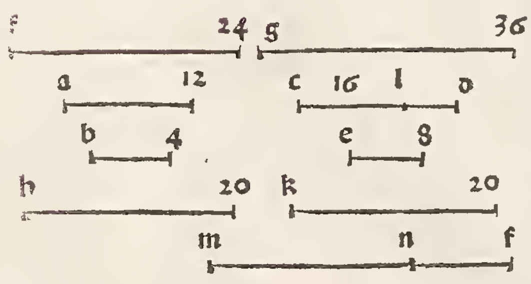
SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum. tertij vero ad quartum maior q̄ȝ quinti ad sextū erit proportio primi ad secundum maior q̄ȝ quinti ad sextum.

¶Sicut in precedēti ꝙ hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est in q̄ntitatibus:videlȝ ꝙ si due q̄ntitates fuerit sibi inuicē







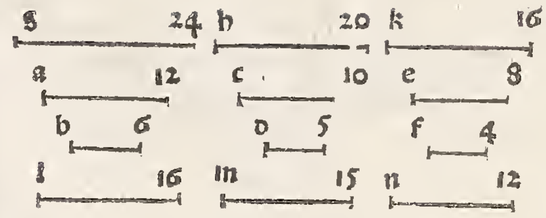


eq̃les quacunq̃ fuerit vna eaꝝ maior eadẽ maior erit ꝛ reliqua. ¶ In proportioni bus tamen hoc demonstratur: vt si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.vero ad.d. sit maior q̃z.e.ad.f.erit quoqz.a.ad.b.maior q̃z.e.ad.f. Sumã enim.g.ad.a.ꝛ.h. ad.c.ꝛ.k.ad.e.eque multiplices. Itemqz.l.ad.b.ꝛ.m.ad.d.ꝛ.n.ad.f.eque multi/ plices: ꝛ quia per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.ꝛ maior q̃z.e.ad.f erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si.h.addit sup m.ꝛ.g.addat super.l.ꝛ per conuersionem diffinitionis maioris improportiona/ litatis ꝙ non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.h.ꝛ.m.si.g. addit super.l.nõ est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioris im/ proportionalitatis maior proportio.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod est propositũ. ¶ Si/ mili quoqz modo ꝓbabis ꝙ si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝛ.c.ad.d.minor q̃z.e.ad.f. erit.a.ad.b.minor q̃z.e.ad.f.cum enim sit.c.ad.d.minor q̃z.e.ad.f.erit.e.ad.f. maior q̃z.c.ad.d.per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionali tatis.si.k.addit super.n.non est necesse ꝙ.h.addat super.m.sed si.h.non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g.addat super.n.per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio e.ad.f.q̃z.a.ad.b.ergo econuerso: minor erit.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod ẽ ꝓpositum ¶ Ex modo autem demõstratiõis octaue hui⁹ ꝛ hac: fiet manifestũ ꝙ si fuerit pri/ me quatuor quantitatum ad secundã maior proportio q̃z tertie ad quartam cõtin/ get reperire aliqua eque multiplicia prime ꝛ tertie. que cũ cõparabuntur ad aliq̃ eq̃ multiplicia secũde ꝛ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scđe. non autem multiplex tertie super multiplex quarte: qđ sic patet: Sit enĩ maior pro portio.a.b.ad.c.q̃z.d.ad.e.ponam ergo vt sit proportio.a.f.ad.c.sicut.d.ad.e. eritqz per hanc.12.ꝛ per.10.a.f.minor.a.b.ꝛ sit minor in quantitate.f.b. quã mul tiplicabo totiens ꝙ proueniat quãtitas maior.c.que sit.g.h.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatẽ non minorem.e.que sit.k.tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.h.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritqz per primam huius.l.h.ita multiplex.a.b.sicut.k.d. Deinde ponam ꝙ.m sit prima quantitas multiplex.e.que sit maior.k.ꝛ ponam.n.ita multiplicem.c.sicut.m.est multiplex e.eritqz per premissas ypotheses ꝛ conuersionem diffinitionis incontinue propor tionalitatis quantitas.n.prima multiplicium.c.que erit maior.l.g.nec erit.l.g. minor.c. Sumam ergo sub.n.maximã multipliciũ.c.aut sibi equalem si forsan.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitqz.n.ex.o.ꝛ.c.quia ergo.l.g.non est minor.o.ꝛ.g.h.est maior.c.erit.l.h.maior.n.quare cum.k.sit minor.m.patet propositum. ¶ Conuersam quoqz huius demonstrare possumus. videlicet ꝙ si cõ tingit reperire aliqua eque multiplicia prime ꝛ tertie: quarum multiplex prime ad/ dat super aliquod multiplex secũde: ꝛ multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̃z tertie ad quartam: qđ sic pro/ batur. Sint quatuor quãtitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintqz.f. ad.a.ꝛ.g.ad.c.d.eque multiplicia. Similiter.h.ad.b.ꝛ.k.ad.e.eque multiplicia: ꝛ addat.f.super.h.non addat autem.g.super.k.dico ꝙ maior est proportio.a.ad b.q̃z.c.d.ad.e. Si enĩ equalis per conuersionem diffinitionis incontinue propor tionalitatis addet.g.super.k.qđ est contra ypothe. Si autẽ minor sit.c.l.ad.e. sicut.a.ad.b.eritqz per huius.10.c.l.minor.c.d.ꝛ sit minor ĩ quãtitate.l.d. Ponã igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l.ꝛ.n.p.multiplex.l.d.sicut.f.est multiplex.a.

eritq; per primā huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtraq; igit̄ duarū quantitatum.m.p.⁊.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sūt eq̄les. Nam hec illatio demōstrata est in.7.huius :⁊ quia.g.non est maior.k.nō erit m.p.maior eadem.sed per conuersionē diffinitionis incōtinue ꝓportionalitatis m.n.est maior.k.eo ꝙ.f.est maior.b.ergo.m.n.est maior.m.p.qđ est impossibile quare relinquitur propositum.

Propositio .13.

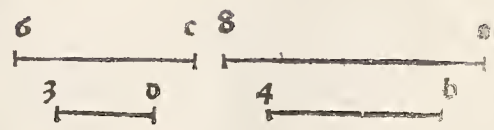
Si fuerint quotlibet quantitatū ad totidem alias proportio vna erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omniū pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.



¶ Qđ primo proposuit de multiplicib⁹:hic proponit de omnib⁹proportionibus:vñ hec est cōmunior illa:eo ꝙ omnis multiplicitas est proportio:nō autē econuerso.Sit igitur.a.ad.b.⁊.c.ad.d.⁊.e.ad.f.vna proportio :dico ꝙ que est proportio.a.ad.b.eadem est cōpositi ex.a.c.e.ad cōpositū ex.b.d.f. Sumā.g ad.a.⁊.h.ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplicia. Itemq;.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad.f.eq̄ multiplicia:eritq; per primā huius cōpositum ex.g.h.k. ita multiplex cōpositi ex a.c.e.sicut.g.est multiplex.a.Similiter per eandē cōpositum ex.l.m.n.erit ita multiplex cōpositi ex.b.d.f.sicut.l.ē ml'tiplex.b.⁊ ꝑ cōuersionē diffinitionis incōtinue ꝓportionalitatis.bis sūptā si.g.addit sup .l.h.addit sup.m.⁊.k.super.n. ⁊ si minuit minuit : ⁊ si equat equat:ergo per cōmunē scientiam si.g.addit sup.l. compositū ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n.⁊ si minuit minuit :⁊ si equat equat:ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a .ad.b.ē sicut cōpositi ex.a.c.e.ad compositū ex.b.d.f.quod est propositū.

Propositio .14.

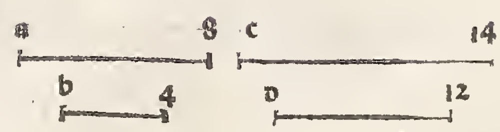
Si fuerint quatuor quantitates proportionales .fueritq; maior prima tertia necesse est secundā.quarta esse maiorem. Qđ si minor ⁊ minorē. Si vero equalis ⁊ equalē ēe.



¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ si.a.est maior.c.b.erit maior.d.⁊ si minor minor.⁊ si equalis equalis.Si enim.a.sit maior c.erit per primā partē.8. huius maior proportio.a.ad.d.q̄;.c .ad.d. quare maior erit.a.ad.d.q̄; ad.b.ergo per secūdā partē.10.huius.b.erit maior.d.qđ ē propositum.Qđ si.a.sit minor.c.erit per primā ptē.8.minor proportio.a.ad.d.q̄;.c.ad d.quare maior erit.a.ad.b.q̄; ad.d.per secūdā ergo ptem.10.b.erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primā partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d sicut ad.b.itaq; per secūdā ptē:9.b.erit equalis.d.sicq; patet propositum.

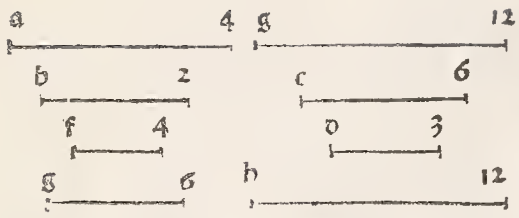
Propositio .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate.erit ipsarum multipliciū atq; sub multiplicium vna proportio.



¶ Sint.c.ad.a.⁊.d.ad.b.eque multiplices: dico ꝙ que ē proportio a.ad.b.eadē est.c.ad.d.diuidat̄.c.ſm quātitatē.a.⁊.d.ſm quātitatē b.⁊.sūtq; tot partes.c.quot.d.⁊ quia quelibet pars.c.ad q̄;libet partem.d.se habet sicut.a.ad.b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qđ est propositum.

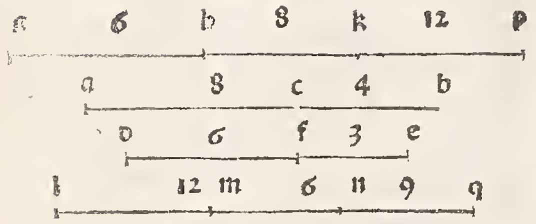
Propoſitio .16.



SI fuerit quatuor quantitates proportionales. ꝑmutatim quoqꝫ proportionales erunt.

¶ Sit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.⁊ iſte eſt modus arguēdi.qui dicit̃ ꝓportionalitas permutata. cu/ius demonſtratio ſic patꝫ. Sumā.e.ad.a.⁊.f.ad.b.eque multiplices itemqꝫ.g.ad.c.⁊.h.ad.d.eque multiplices:eritqꝫ per premiſſam.e.ad.f.ſicut.g.ad h.quare p.14.ſi.e.addit ſupra.g.⁊.f.addit ſuper .h. ⁊ ſi minuit minuit: ⁊ ſi equat equat:per diffinitioné igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.quod eſt propoſitū.Neceſſe eſt aūt vt in ꝑmutata proportionaltate ſint omnes quatuor quantitates eiuſdem generis.

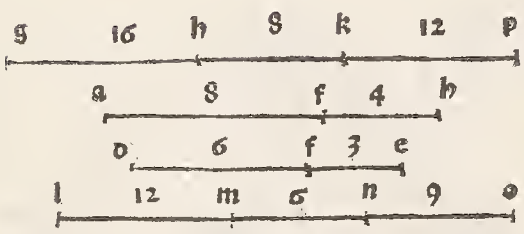
Propoſitio .17.



SI fuerint quantitates coniunctim proportionales: eaſdē diſiunctim quoqꝫ proportionales eſſe.

¶ Demonſtrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas ꝑmu/tata:demonſtrat illū qui dicit̃ proportionalitas diſiuncta.Sit itaqꝫ ꝓportio .a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. dico ꝙ erit.a.c.ad.c.b.ſicut d.f.ad.f.e. Sumā enim.g.h.ad.a.c.⁊.h.k.ad.c.b.itemqꝫ.l.m.ad.d.f.⁊.m.n.ad f.e.eque multiplices:eritqꝫ per primam huius.g.k.ita multiplex.a.b.ſicut.g.h.eſt multiplex.a.c.⁊.l.n.ita multiplex.d.e.ſicut.l.m.eſt multiplex .d.f. ⁊ ideo per pre/miſſas ypotheſes.g.k.ē ita mltiplex.a.b.ſicut eſt.l.n.d.e.ponā iterū.k.p.ad.c.b. ⁊.n.q.ad.f.e.eque multiplices:eruntqꝫ per ſecundā.h.p.ad.c.b.⁊.m.q.ad.f.e.eq̃ multiplices per conuerſioné igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. ſi g.k.addit ſuper.h .p.l.n.addit ſuꝑ.m.q.⁊ ſi minuit minuit:⁊ ſi equat equat.dem ptis itaqꝫ cōmunibus.h.k.⁊.m.n.erit per cōmunem ſcientiam:vt ſi.g.h.addit ſu per.k.p.ꝙ.l.m.addit ſuper.n.q.⁊ ſi minuit minuit:⁊ ſi equat equat. ergo ꝑ diffi nitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.c.ad.c.b.eſt ſicut. d.f. ad.f. e.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .18.



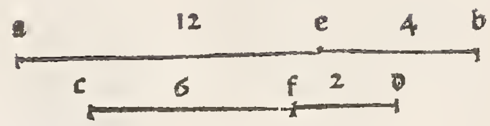
SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales.coniun ctim quoqꝫ proportionales erunt.

¶ Demonſtrat modū arguendi qui dicit̃ proportionalitas coniun/cta ⁊ eſt modus conuerſus prioris.Ad cuius demonſtrationem reſu matur diſpoſitio premiſſe.⁊ maneāt omnes eius ypotheſes:excepto ꝙ pōnatur eſſe proportio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.dico ꝙ erit proportio.a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.f.e.ſequit̃ enī ex hac ypotheſi ⁊ alijs ypotheſibus premiſſe de multiplicibꝰ equaliter ſūptis per cōuerſioné diffinitōis incōtinue ꝓportiōalitatis ſi.g.h.addit ſuper.k.p.ꝙ.l.m.addat ſuꝑ.n.q.⁊ ſi minuit minuat:⁊ ſi equat equat ergo poſitis cōmunibus.h.k.⁊.m.n.ſequit̃ per cōem ſciam ſi.g.k.addit ſuꝑ .h.p. ꝙ.l.n.addat ſuꝑ.m.q.⁊ ſi minuit minuat:⁊ ſi equat equat:quare per diffinitioné incōtinue proportionalitatis erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. qđ ē ꝓpo ſitū.Aliter idē indirecte ſic.Cū ſit ꝓportio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.nō ē. a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f.ſit ergo ꝓportio.d.e.ad aliquā aliā quantitaté ſicut. a.b. ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.ſi enī eſſet ei equalis cōſtaret propoſitū.

Sit itaqꝫ primo maior ⁊ sit.e.g. eritqꝫ p premissam.a.c.ad .c.b. sicut.d.g.ad.g:
quare.d.g.ad.g.ē.sicut.d.f.ad.f.c.Sequit̄ igit̄ p.14.ꝙ cū.d.g.prima sit mior.d.f.
tertia erit.g.e.scđa minor.e.f.quarta:sed erat positū ꝙ esset maior.Sit ergo pro/
portio.d.c.ad minorē.e.f.que sit.e.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritqꝫ p p̄missā. a.c.ad.c.
b.sicut.d.b.ad.b.e.q̄re p.11 .d.b.ad .b.e.sicut.d.f.ad.f.e.⁊ qr.d.b.p̄ma ē maior
d.f.tertia erit p.14.e.b.scđa maior.e.f.tertia: ꝙ quia est īpossibile.sequit̄ ꝓpositū.

Propositio .19.

Si a duobus totis due portiones abscindantur.fueritqꝫ totum ad totū quantum abscisum ad abscisum:erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

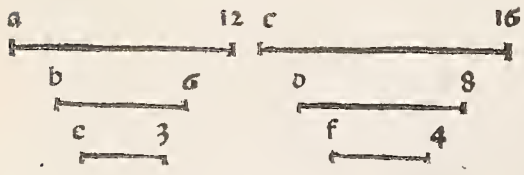


¶Quĩ quinta ꝓponit de multiplicibus. hec ꝓponit vniuersaliter de omnibus proportionibus.vnde est illa tanto cōmunior quāto multiplicitate ꝓportio.Sint igitur due quātitates.a.b.⁊.c.d.a quibus abscindant̄ due que sint.b.e.⁊.d.f.sitqꝫ ꝓportio totius.a.b.ad totā.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f. abscisam.dico ꝙ eadem erit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est toti⁹.a.b.ad totam.c.d.cū eni sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a. b.ad. b.e. sicut c.d.ad.d.f.⁊ disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.⁊ iterū permutatim.a.e. ad c.f.sicut.e.b.ad.f.d.⁊ quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositū. ¶Ex hac aūt.19. ⁊ permutata ꝓportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit̄ proportionalitas euersa.vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico ꝙ erit.b.a .ad.a.e. sicut c.d.ad.c.f.quia cū sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutatim.a.b. ad.c.d: sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur pmutatim b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qđ est propositum. ¶Conuersa quoqꝫ ꝓportionalitas q̄ꝫ ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti.pōt hic quoqꝫ demōstrari indirecte ex pmutata ꝓportionalitate ⁊ .9. huius vt si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.b.ad. a.sicut.d.ad.c.sin autē sit.d.ad.c. sicut.b.ad.a.⁊ qr.a.ad.b.ē sicut.c.ad.d.erit pmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.⁊ quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoqꝫ pmutatim.b.ad.d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.d.ad.c.si igitur.e.non sit equale c.accidet impossibile ⁊ contrariuꝫ secunde partis.9. si autem equalis erit.b. ad.a. sicut.d.ad.c.quod est propositum.

Propositio .20.

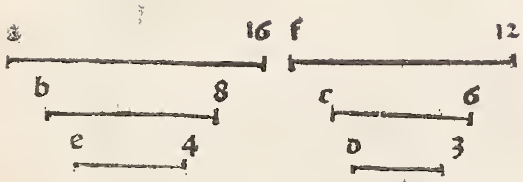
Si fuerint quotlibet quantitates alieqꝫ secundū earum numerum quarum queqꝫ due priorum secundū proportionem duarum postremarum necesse est improportionalitate quidā equalitatis vt si fuerit prima prioꝝ vltima maior. ⁊ posteriorum primā vltima esse maioreꝫ.Qđ si minor ⁊ minorem. Si vero equalis ⁊ equalem.

¶Demōstraturus euclides modū arguendi qui dicit̄ eq̄ ꝓportionalitas siue q̄ntitates duoꝝ ordinū directe siue puersim ꝓportionent̄:p̄mittit duo añcedētia ad demōstrādū ꝓpositū necessaria:p quoꝝ p̄mū demōstrat̄ eq̄ ꝓportōalitas cū q̄ntitates duoꝝ ordinū directe ꝓportionāt̄:p ƀm aūt cū ꝓportionāt̄ puersim ꝓponit aūt hec duo añcedētia de q̄ntitatib⁹ duoꝝ ordinū numero eq̄lib⁹ quecūqꝫ fuerit. Vtr eni sumptis vtrobiqꝫ quātitatib⁹ scđm quecunqꝫ numerum veritatem habet. nō ē



autē neceſſe ut demōſtrrem⁹ ea niſi ſolū i trib⁹ hoc eni oio ſufficiēs ē ad ꝓpoſi/tū. de plꝰibus aūt q̇buſqꝫ patebit ꝑ equā ꝓportiōalitatē cū ipſa demōſtrata fuerit. ¶ Sint igiꝰ tres quātitates. a. b. e. ſumanꝰqꝫ tres alie q̄ ſint. c. d. f. ꝛ ſit ꝓportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ꝛ. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. dico ꝙ ſi. a. eſt maior. e. c. erit maior. f. ꝛ ſi minor minor: ꝛ ſi equalis equalis. Si eni eſt maior erit per primā ꝑtē. 8. maior proportio. a. ad. b. q̄ꝫ. e. ad. b. quare per. 12. maior erit. c. ad. d. q̄ꝫ. e. ad. b. ꝛ q꞉ per cōuerſam ꝓportionalitatē. e. ad. b. ē ſicut. f. ad. d. erit. c. ad. d. maior q̄ꝫ. f. ad. d. itaqꝫ per primā ꝑtē. 10. c. eſt maior. f. qꝺ eſt propoſitum. Qꝺ ſi. a. ſit minor. e. ꝑ eaſdem ꝛ eodē modo ꝓbabiꝰ. c. eſſe minorē. f. erit eni minor proportio. a. ad. b. q̄ꝫ. e. ad. b. ꝑ primā ꝑtē. 8. ꝛ ideo per. 12. ꝛ ꝑ cōuerſam ꝓportionalitatē minor erit. c. ad d. q̄ꝫ. f. ad. d. ꝛ ideo ꝑ primā ꝑtem. 10. erit. c. minor. f. qꝺ eſt propoſitum. Si autem a. ſit eq̄le. e. erit ꝑ primā ꝑtē. 7. ꝓportio. a. ad. b. ſicut. e. ad. b. ꝛ ideo ꝑ ſcđam. 11. ꝛ cōuerſam ꝓportionalitatē erit. c. ad. d. ſicut. f. ad. d. quare per primā ꝑtē. 9. c. ē eq̄/lis. f. quod eſt propoſitum. ¶ Quidā aūt hanc cōcluſionē demonſtrauerūt eā per ꝓportionalitatem permutatim hoc modo. ꝓportio. a. ad. b. eſt ſicut. c. ad. d. ergo ꝑmutatim. a. ad. c. ſicut. b. ad. d. ꝛ q꞉ rurſus. b. ad. e. ſicut. d. ad. f. erit permutatim b. ad. d. ſicut. e. ad. f. ſed erat. b. ad. d. ſicut. a. ad. c. ergo per. 11. erit. a. ad. c. ſicut. e ad. f. itaqꝫ per. 14. ſi. a. prima eſt maior. e. tertia. erit. c. ſecūda. maior. f. quarta: ꝛ ſi minor minor: ꝛ ſi equalis equalis: quod ē ꝓpoſitum: ¶ Iſti autē errauerunt i ſua demonſtratione: q꞉ ſi eſſet intentio euclidis ſic demonſtrare nō oporteret ipſū premittere hanc concluſionē ꝓ antecedēte ad equā ꝓportionalitatem: ſi enim rurſus fiat vna permutatio ꝓportionalitatis ad quā deuentū eſt que eſt eſſe. a. ad. c. ſi/cut. e. ad. f. ſequitur ꝙ ſit. a. ad. e. ſicut. c. ad. f. ꝛ hoc eſt equa ꝓportionalitas. Preterea eorum concluſio non ſequitur: niſi omnes quantitates amboꝝ ordinū fuerit generis vnius. Si enim. a. b. e. ſint linee. ꝛ. c. d. f. ſuperficies: aut corpora: aut tem/pora: non erit tunc permutare proportiones: peccant igitur vniuerſaliter dictū ꝑ/ticulariter demonſtrantes.

Propoſitio. 21.



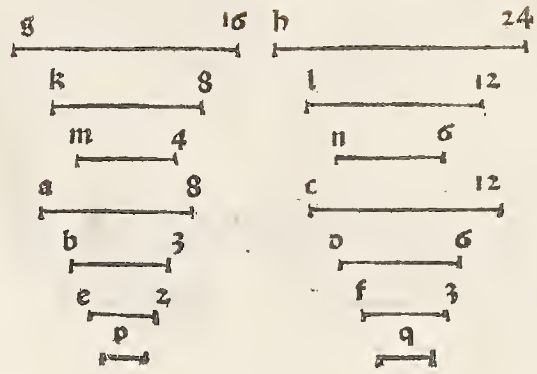
Si fuerint quotlibet quantitates alieqꝫ ſecundum earum numerum quarum queqꝫ due ex prioribus quibuſqꝫ duabus ex poſterioribus peruerſim comparate ſecūdū pro/portionem earum fuerint. neceſſe quoqꝫ ē vt ſi fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima vltima ma/ior. ꝛ poſteriorum prima vltima eſſe maiorem. ſi autem minor ꝛ minorem. Si vero equalis ꝛ equalem.

¶ Secundū antecedens ſint tres quātitates. a. b. e. ſumanꝰqꝫ alie tres que ſunt. f. c. d. ꝛ ſit proportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ꝛ. b. ad. e. ſicut. f. ad. c. dico ꝙ ſi. a. ē. maior. e. f. erit maior. d. ꝛ ſi minor minor: ꝛ ſi equalis. equalis: hic autē probatur per eaſdē ꝛ eodē modo quo precedens: ſi enī. a. ſit maior. e. erit maior proportio. a. ad b. q̄ꝫ. e. ad. b. quare maior. c. ad. d. q̄ꝫ. e. ad. b. ꝛ ideo maior q̄ꝫ. c. ad. f. maior igiꝰ f. q̄ꝫ. d. per ſecundā partem. 10. quod eſt propoſitum. qꝺ ſi. a. ſit minor. e. erit tan/dem minor. c. ad. d. q̄ꝫ ad. f. quare per eandem partem eiuſdē. f. erit minor. d. Si autem. a. ſit equalis. e. ſequitur ut ſit proportio. c. ad. d. ſicut. c. ad. f. igitur per ſe/cundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod eſt propoſitum.

Propositio .22.

SI fuerint quotlibet quantitates alieqȝ secundum earum numerum quarum queqȝ due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

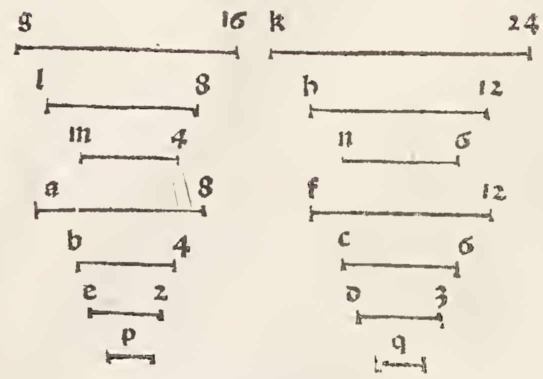
¶ Demonstratis antecedentibus ad equã proportionalitatẽ. hic demonstrat eam: ⁊ primo cum quantitates duorum ordinũ sunt directe proportionales. Nõ est aũt necesse vt demõstraret̃ nisi cũ in vtroqȝ duoꝝ ordinũ sunt tantũ tres quantitates. Per hoc enĩ euidenter sequitur cum in vtroqȝ ordine fuerint quatuor quantitates ⁊ deinceps: ⁊ ideo etiã nõ oportuit eius añs demõstrari nisi solũ cũ in vtroqȝ ordine sunt etiã tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b e. sumant̃qȝ tres alie que sunt. c. d. f. ⁊ sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico ꝙ erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. sumã enĩ. g. ad. a. ⁊. h. ad. c. eq̄ multiplicia. Itemqȝ. k. ad. b. ⁊. l. ad. d. eque ⁊ rursus. m. ad. e. ⁊. n. ad. f. eque. eritqȝ p 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. ⁊. k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per. 20. si. g. est maior. m. erit h. maior. n. ⁊ si minor minor: ⁊ si equalis equalis. igitur per diffinitionẽ incõtinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. ẽ sicut. c. ad. f. qd ẽ propositũ. ¶ Põt quoqȝ hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. ⁊. h. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. ⁊. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta vt prius. ¶ Qd si fuerint quantitates plures tribus in vtroqȝ ordine: vtpote quatuor additis. p. ⁊. q. ita ꝙ sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublatis igitur b. ⁊. d. erunt tres quantitates. a. e. p. ⁊ alie tres. c. f. q. vt proponitur: quare. a. ad. p sicut. c. ad. q. sicqȝ demõstratur de. 4. per tres sublato vno medio. Eodẽ modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus medijs: ⁊ de. 6. per. 5. sublatis tribus: ⁊ sic de ceteris.



Propositio .23.

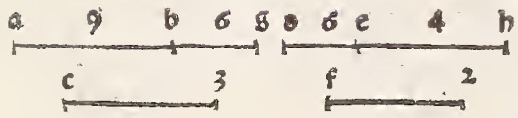
SI fuerint quotlibet quantitates alieqȝ secundum earum numerum quarum queqȝ due secundũ proportionẽ duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportiones erunt.

¶ Demonstrat equam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinũ indirecte siue pversim proportionatis. Nec ẽ necesse ꝙ demonstret̃ nisi cum in vtroqȝ duoꝝ ordinũ sunt tantũ tres quantitates: p hoc enĩ euidẽter sequit̃ quecũqȝ ponant̃ ĩ vtroqȝ ordine sicut ĩ premissa de directe proportionatis demõstratũ ẽ. Sint igit̃. 3. q̄ntitates. a. b. e. sumãt̃qȝ alie. 3. q̄ sint. f. c. d. ⁊ sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico ꝙ erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. sumã enĩ. g. ad a. ⁊. h. ad. c. ⁊. k. ad. f. eque multiplicia. Itẽqȝ. l. ad. b. ⁊. m. ad. e. ⁊. n. ad. d. eque: eritqȝ per quartã. g. ad. l. sicut. h. ad. n. ⁊ per 15. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per 21. si. g. addit super. m ⁊. k. addit sup. n. ⁊ si minuit minuit: ⁊ si equat equat: ergo per diffinitionem incõtinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. ẽ sicut. f. ad. d. qd ẽ propositũ. ¶ Potest quoqȝ ⁊ hoc demõstrari p. 15. hui⁹ sũptis. g. l. m. ad. a. b e. ⁊. k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. h. ad. n. ⁊. l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonstrantur hec ⁊ premissa secundm primum modum. ¶ Qd si plures tribus fuerint quantitates in vtroqȝ ordine: vtpote q̄tuor additis. p. ⁊. q. ita ꝙ sit. a. ad. b. sicut



d.ad.q.⁊.b.ad.e.ſicut.c.ad .d.⁊.e.ad.p.ſicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p. ſicut.f ad.q.erit enim per predemonſtrata.a.ad.e.ſicut.c.ad.q. Sublatis igitur. b.⁊.d. erunt tres quãtitates.a.e.p.⁊ alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.ſicut.f. ad.q.Sic igitur demonſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodẽ modo de/monſtrabis de.5.per quatuor ſublatis duobus medijs.⁊ de.6.per.5.ſublatis tri/bus:⁊ ſic in ceteris.

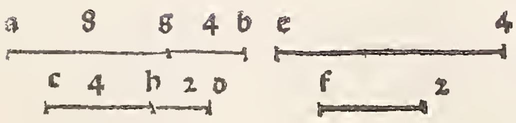
Propoſitio .24.



SI fuerit proportio primi ad ſecundũ tanq̃ tertii ad quartum.proportio vero quinti ad ſecundũ. tanq̃ ſexti ad q̃rtum:erit proportio primi ⁊ quinti pariter acceptorum ad ſecundum tanq̃ ſexti ⁊ tertii pariter acceptorum ad quar/tum.

¶ Qđ ſcđa propoſuit de multiplicibus hec proponit vniuerſaliter de omnibꝰ pro/portionibus.vnde eſt illa tanto cõmunior quãto multiplicitate proportio ⁊ ſe ha/bet ad illam:quemadmodum. 13.ad primam.Sit igitur proportio.a.b.ad.c. ſicut d.e.ad.f.⁊ itẽ.b.g.ad.c.ſicut.e.h.ad.f.dico ꝙ proportio.a.g.ad.c. eſt ſicut.d.h. ad.f.erit enim per conuerſam proportionalitatem.c.ad.b.g.ſicut.f.ad.e.h.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.ſicut.e.d.ad.e.h.ergo coniun/ctim per.18.a.g.ad.g.b.ſicut.d.h.ad.h.e.itaq; per.22.erit in equa proportionali/tate.a.g.ad.c.ſicut.d.h.ad.f.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .25.



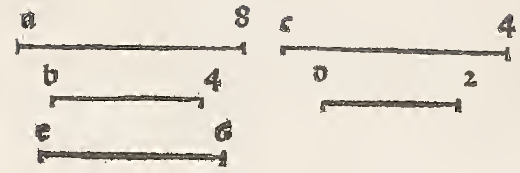
SI fuerint quantitates proportionales:fueritq; prima ea/rum maxima.⁊ vltima minima. primam ⁊ vltimã pariter acceptas ceteris duabus maius eſſe neceſſario cõproba/tur.

¶ Qđ hic proponitur nõ habet locum niſi cum omnes quatuor quã/titates ſint eiuſdem generis. Sint igitur quatuor quantitatũ eiuſdẽ generis pro/portio.a.b.ad.c.d.ſicut.e.ad.f.ſitq;.a.b.maxima:neq; oportet ponere ꝙ.f.ſit mi/nima:quia ipſum ex hoc ſequitur ꝙ.a.b.poſita eſt maxima. vnde non poſuit hoc auctor in concluſione tanq̃ poſitionem:ſed potius tanq̃ precedentis poſitiõis cõ/cluſionem.dico ꝙ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.⁊.f.q̃ ex. c.d.⁊.e Cum enim.a.b.ſit maior.e.abſcindam ex.b.a.g.b.equalem.e. ¶ Similiter quoq; quia.c.d.eſt maior.f.abſcindam ex.c.d.h.d.equalem.f.eritq; propter ypotheſim a.b.ad.c.d.ſicut.g.b.ad.h.d.quare per.19.a.g. reſiduum ad. c.h. reſiduum ſicut tota.a.b.ad totũ.c.d.ſ.a.b.ad.c.d .Cũ ergo.a.g.ſe habet ad.c.h.ſicut.a.b.ad.c d. ſed.a.b.ẽ maior.c.d.quare.a.g.maior eſt.c.h.additis igitur vtriq; duabꝰquan/titatibus.g.b.⁊.h.d.erit per cõmunem ſcientiam aggregatum ex.a.b.⁊.h.d. ma/ius aggregato ex.c.d.⁊.g.b.⁊ quia.d.h. poſita eſt equalis. f.⁊.g. b.e. maius erit aggregatum ex.a.b.⁊.f.quã aggregatum ex.c.d.⁊.e.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .26.

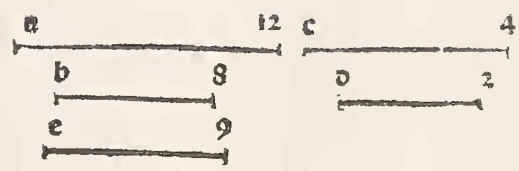
SI fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad ſecun/dam maior quam tertie ad quartam. erit conuerſiꝫ econ/trario ꝓportio ſcđe ad primã minor q̃ quarte ad tertiam. Sit ꝓportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d.dico ꝙ erit ecõuerſo mõ ꝑrio minor ꝓportio.b.ad.a.q̃.d.ad.c.ſi ei ẽ eadẽ.b.ad.a.q̃ ẽ.d.ad.c.erit

ecõuerso.a.ad.b.vt.c.ad.d.ſʒ nõ ē imo maioꝛ:At vero ſi ē.b.ad.a.maioꝛ q̃ʒ d.ad c.ſit.e.ad.a.vt.d.ad.c.eritqʒ ex.12.e.ad.a.mioꝛ q̃ʒ.b.ad.a.q̃re ex pma parte.10.e ē mioꝛ.b.Ideoqʒ ex ſcda parte.8.maioꝛ erit ꝓportio.a.ad.e.q̃ʒ.e.ad.b.ꝛ qꝛ p conuerſam proportionalitatem.a.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit ex.12.proportio.c.ad.d.maioꝛ q̃ʒ.a.ad.b.ſed erit minoꝛ:relinquitur ergo propoſitũ.¶ Poſſumus quoqʒ ſi libet aſtruere propoſitum oſtenſiue:manifeſtum enim eſt ex prima parte.10.ꝙ illa quantitas cuius ad.b.eſt.eadem proportio que eſt.c.ad.d.eſt minoꝛ.a.eo ꝙ ponitur maioꝛ proportio.a.ad.b.q̃ʒ.c.ad.d.illa ergo quantitas ſit.e. cum ſit igitur proportio.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit econuerſo.b.ad.e.vt.d.ad.c. Conſtat autem ex ſecunda parte.8.ꝙ proportio.b.ad.a.minoꝛ eſt q̃ʒ proportio.b.ad.e.itaqʒ per 12.proportio.b.ad.a.eſt minoꝛ q̃ʒ.d.ad.c.qd volumus.



Propoſitio .27.

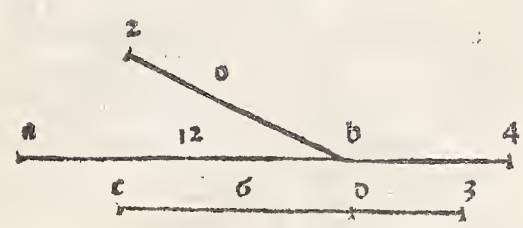
SI fuerit quatuoꝛ quantitatum maioꝛ proportio prime ad ſecundam.q̃ʒ tertie ad quartam. erit permutatim maioꝛ proportio prime ad tertiam, quam ſecunde ad quartam. ¶ Sit hic quoqʒ proportio.a.ad.b.maioꝛ q̃ʒ.c.ad.d.dico ꝙ erit permutatim maioꝛ proportio.a.ad.c.q̃ʒ.b.ad.d.eadem enim non erit quia tunc quoqʒ eſſet permutatim.a.ad.b. ſicut.c. ad.d. neqʒ minoꝛ. Nam ſi hoc ponatur:ſit itaqʒ.e.ad.c.vt.b.ad.d.eritqʒ ex.12.maioꝛ ꝓportio.e.ad.c.q̃ʒ.a.ad c.quare ex prima parte.10.e.eſt maioꝛ.a.Itaqʒ per primam partem.8.proportio e.ad.b.eſt maioꝛ q̃ʒ.a.ad.b.ꝛ quia poſitum eſt vt ſit.e.ad.c.ſicut.b.ad.d. erit permutatim.e.ad.b.ſicut.c.ad.d.ex.12.igitur maioꝛ erit proportio.c.ad.d.q̃ʒ.a.ad b.ſed poſitum erat oppoſitum:verum eſt ergo propoſitũ:¶ Oſtẽſiue quoqʒ idem quẽadmodum in premiſſa:ſumpta enim eſt.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit ex prima parte 10.e.minoꝛ.a.quare ex prima parte.8.maioꝛ erit.a.ad.c.q̃ʒ.e.ad.c.ſed ex permutata proportionalitate eſt.e.ad.c.vt.b.ad.d.igitur ex.12.a.ad.c.eſt maioꝛ q̃ʒ.b. ad.d.quod eſt propoſitum.



Propoſitio .28.

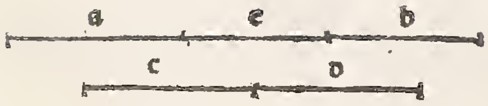
SI fuerint quatuoꝛ quantitates quarum prime ad ſecundã ſit maioꝛ proportio q̃ʒ tertie ad quartam.erit quoqʒ coniunctim maioꝛ proportio prime ꝛ ſecunde ad ſecũdam q̃ʒ tertie ꝛ quarte ad quartam.

¶ Sit maioꝛ proportio.a.ad.b.q̃ʒ.c.ad.d.dico ꝙ maioꝛ erit totius a.b.ad.b.q̃ʒ totius.c.d.ad.d.quia ipſa neqʒ erit equalis neqʒ minoꝛ.Si enĩ equalis:tunc erit diſiunctim.a.ad.b.vt.c.ad.d.Si autem eſt minoꝛ:ſit.e.b.ad.b. vt.c d.ad.e.eritqʒ ex.12.maioꝛ proportio.e.b.ad.b.q̃ʒ.a.b. ad.b. itaqʒ ex prima parte.10.e.b.eſt maioꝛ q̃ʒ.a.b.ꝛ per cõceptionem.e.maioꝛ q̃ʒ.a. quare ex prima parte.8. maioꝛ eſt proportio.e.ad.b.q̃ʒ.a.ad.b.ſed.e.ad.b. eſt vt.c.ad.d. per diſiunctam proportionalitatem:eo ꝙ erat.e.b.ad.b.vt.c.d.ad.d. ergo per.12.c. ad.d.eſt maioꝛ q̃ʒ.a.ad.b. hoc autem eſt contra ypothe. ¶ Idem etiam oſtenſiue: cum enim propoſitum ſit ꝙ maioꝛ ſit proportio.a.ad.b.q̃ʒ.c.ad.d. ſit proportio.e.ad.b.vt.c.ad.d.eritqʒ ex prima parte decime.e.minoꝛ.a.



Ideoq3 ex cōmuni scientia.e.b.erit minor.q̄3.a.b. quare ex prima parte.8. maior erit proportio.a.b.ad.b.q̄3.e.b.ad.b.At vero proportio.e.b.ad.b.est per coniun ctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est vt sit.e.ad.b.tanquā c.ad.d.igitur ex.12.maior est.a.b.ad.b.q̄3.c.d.ad.d.quod est propositum.

Propositio .29.



Si fuerit quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundam sit maior proportio q̄3 tertie & quarte ad quartam. erit quoq3 disiunctis proportio prime ad secundam maior q̄3 tertie ad quartam.

¶Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̄3.c.d.ad.d.dico q erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior q̄3.c.ad.d.alioquin erit equalis vel minor.qd si equalis erit per coniunctam proportionalitatem.a.b.ad.b.ut.c.d.ad.d. si autem minor erit maior.c.ad.d.q̄3.a.ad.b.ergo per premissam maior erit.c.d.ad.d.q̄3.a.b.ad.b.quod est inconueniens:quia positum est q minor.verum est ergo qd dicitur. Qd etiam ostensiue astruemus hoc modo ponemus enim ut proportio.e.b.ad.b.sit tanq̄3 proportio.c.d.ad.d.eritq3 ex prima parte.10.e.b.minor q̄3.a.b. quare ex communi scientia.e.est minor q̄3.a.minor igitur est ex prima parte.8.proportio.e.ad.b.q̄3 sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad.b.est sicut.c.ad.d. ex disiuncta proportionalitate:itaq3 ex.12.proportio.a.ad.b.est maior q̄3 sit.c.ad.d. quod est propositum.

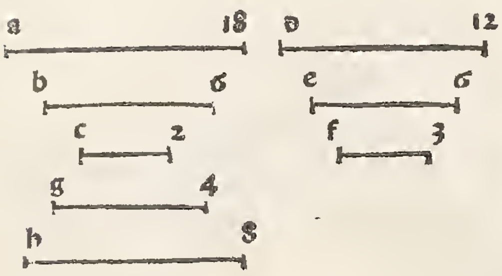
Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundā sit maior proportio q̄3 tertie & quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime & secūde ad primam q̄3 tertie & quarte ad tertiam.

¶Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̄3.c.d.ad.d. dico q euersim minor erit proportio.a.b.ad.a.q̄3.c.d.ad.d.erit enim disiunctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̄3.c.ad.d. Itaq3 per.26.erit econuerso minor. b.ad.a. q̄3.d.ad.c.quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̄3.c.d. ad.c. qd est propositum.

Propositio .31.



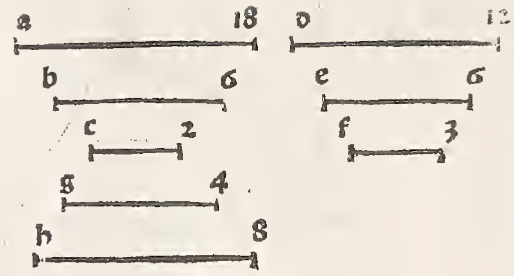
Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq3 tres in alio fueritq3 prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam.itemq3 secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit quoq3 prime priorum ad tertiā maior proportio q̄3 prime posteriorum ad tertiam.

¶Sint tres quātitates.a.b.c.itēq3 alie tres.d.e.f.sitq3 maior proportio.a.ad.b.q̄3 d.ad.e.itēq3 maior.b.ad.c.q̄3.e.ad.f.dico q maior erit proportio.a.ad.c.q̄3.d.ad f.sit eni.g.ad.c. ut.e.ad.f.eritq3 ex p̄ma pte.10..g.minor.b.q̄re ex scdā pte.8.proportio.a.ad.g.ē maior q̄3.a.ad.b.m̄lto maior ergo ē proportio.a.ad.g.q̄3.d. ad.e sit itaq3.b.ad.g.vt.d.ad.e.eritq3 ex p̄ma pte.10.a.maior.b.q̄re ex p̄ma pte.8.p/

portio.a.ad.c.maior est q̃3 proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem:sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.z.g.ad.c.vt e.ad.f.igitur ex. 12.proportio.a.ad.c.est maior q̃3.d.ad.f. quare constat proposi tum

Propositio .32.

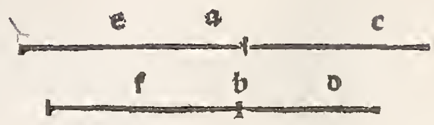
SI fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq3 tres in alio fueritq3 proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemq3 prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit maior proportio prime priorum ad tertiã quam prime posteriorum ad tertiam.



¶Sint enim tres quantitates in vno ordine.a.b.c. Itemq3 tres in alio.d.e.f.quẽ admodum in premissa:sitq3 maior proportio.b.ad.c.q̃3.d.ad.e.z maior.a.ad.b. q̃3.e.ad.f.dico q maior erit.a.ad.c.q̃3.d.ad.f.sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritq3 g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a. ad.g. q̃3 ad.b: per secundam partem.8.igitur multo maior est.a.ad.g.q̃3.e.ad.f.sit itaq3. b. ad g.vt.e.ad.f.eritq3.a.maior.b.ex prima parte.10.quare proportio.a. ad.c. maior est q̃3.b.ad.c.ex prima parte.8.At vero ex.23.proportio.b.ad.c.est tanquã.d.ad f.eo qđ est.g.ad.c.vt.d.ad.e.z.b.ad.g.vt.e.ad.f.igitur ex.12.maior est proportio.a.ad.c.q̃3.d.ad.f.quod est propositum.

Propositio .33.

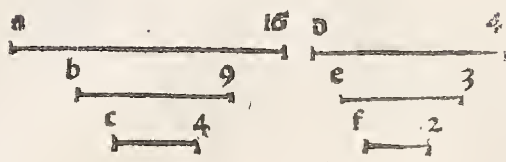
SI fuerit proportio totius ad totũ maior: q̃3 abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̃3 totius ad totum.



¶Sint due quantitates.a.z.b.a quibus abscindantur.c.z.d.z residua sũt.e.z.f.sitq3 maior proportio.a.ad.b.q̃3.c.ad.d.dico q maior erit proportio.e.ad.f.q̃3.a.ad.b.erit enim ex.27. permutati maior proportio a.ad.c.q̃3.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio. a. ad.e.q̃3. b.ad.f. igitur rursus ex.27.permutatim minor erit.a.ad.b.q̃3.e .ad.f. quod est propositum.

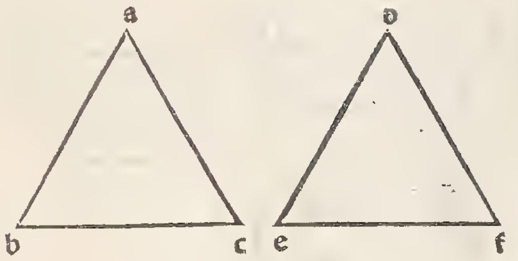
Propositio .34.

SI quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq3 cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃3 alicuius subsequentis ad suaz. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃3 alicuius subsequentiu3 ad suam comparem aut etiam q̃3 omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas:minor autem q̃3 prime ad primam



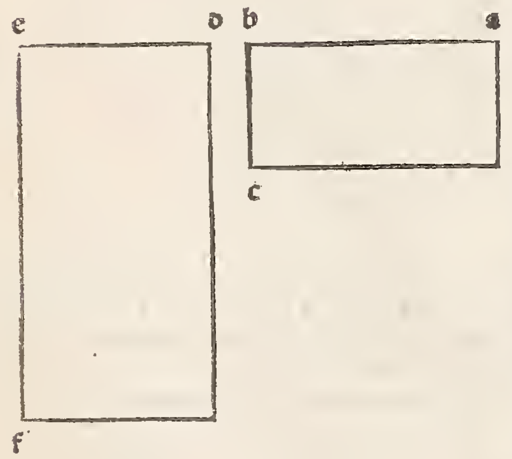
Sit.3.q̃ntitates.a.b.c.relate ad totidẽ alias q̃ sit.d.e.f.sitq3 maior.pportio.a.ad d.q̃3.b.ad.e.z.b.ad.e.sit maior q̃3.c.ad.f.dico q.pportio.a.b.c.piter acceptar. ad.d.e.f.piter acceptas. ẽ maior q̃3.b.ad.e.vl' maior q̃.c. ad.f.z etiã maior.q̃3.b

ꝛ.c.pariter acceptaꝝ ad.e.ꝛ.f.pariter acceptas:ꝛ ꝙ ipsa est minoꝛ q̃ȝ.a.ad. d.cū sit eni.a.ad.d.maioꝛ q̃ȝ.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maioꝛ q̃ȝ.d.ad.e.ꝛ coniunctim.a.b.ad.b.maioꝛ q̃ȝ.d.e.ad.e.ꝛ iterum permutatim. a.b.ad. d.e.maioꝛ q̃ȝ.b.ad.e.quare per p̄missam.a.ad.d.est maioꝛ q̃ȝ.a.b.ad .d.e. eodēq̧ modo ꝓbat̄ maioꝛē ēe.b.ad.e.q̃ȝ.b.c.ad.e.f.itaq̧ maioꝛ ꝓpoꝛtio ē.a.ad.d.q̃ȝ.b.c.ad.e f.q̄re permutatim maioꝛ est. a.ad.b.c.q̃ȝ.d.ad.e.f.ꝛ coniunctim maioꝛ.a.b.c.ad b.c.q̃ȝ.d.e.f.ad.e.f.ꝛ iterum permutatim maioꝛ.a.b.c.ad.d.e .f.q̃ȝ.c.b .ad.e.f. quare per p̄missam maioꝛ est.a.ad.d.q̃ȝ.a.b.c.ad.d.e.f. quod est ꝓpositum. Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.



Superficies similes dicūt̄ q̄rū anguli vnius angulis alterius equales.lateraq̧ equos angulos continentia pꝛopoꝛtionalia.

℄ Ut si trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono de. .f.fueritq̧ angulus.a.equalis angulo.d.ꝛ angulus.b.equalis angulo.e.ꝛ ꝓpoꝛtio.a.b.ad.d.e.sicut a.c.ad.d.f.ꝛ.b.c.ad.e.f.ipsi erunt similes.

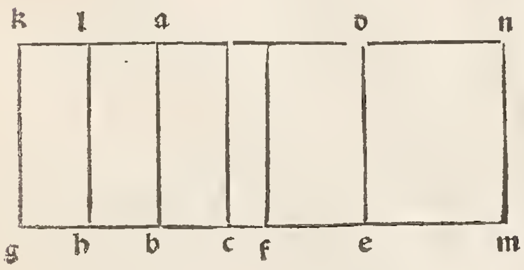


Superficies mutuoꝝ laterum sūt inter quarum latera incontinua pꝛopoꝛtionalitas retrālitiue habetur.

℄ Ut si duoꝝ quadrilaterum.a.b.c.d. e.f.pꝛopoꝛtio .a.b.lateris pꝛimi.ad. d.e.latus secundi fuerit sicut pꝛopoꝛtio. e.f. lateris secundi. ad.b.c.latus pꝛimi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuoꝛum laterum siue mutekesia. ℄ Linea dicitur diuidi secundū pꝛopoꝛtionē habentē mediū ꝛ duo extrema quando eadem est pꝛopoꝛtio totius ad maioꝛem sui sectionē que ē maioꝛis ad minoꝛem.

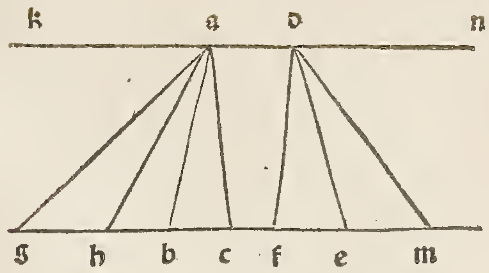
Pꝛopositio .1.

Si duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram .quanta sua basis ad basim alterius.



℄ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eē ꝓpoꝛtionē eoꝝ:sicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo paralellograma sup lineā vnam que sit.g.m.erūtq̧ propter hoc ꝙ sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarū sit altera .k.n.deinde ex linea.g.m.sumā.g.c.multiplicē ƀm quēcumq̧ numerū voluero.a.d.b.c.ꝛ diuidā eā in ptes equales.b.c.in punctis.h.ꝛ. b.a quibus ꝛ punto.g. ducā equidistantes linee.a.b.que sūt.g.k.ꝛ.h.l.ꝛ cōplebo supficies equidistantiū laterū.k.h.ꝛ.l.b.eritq̧ vnaq̧q̧ earū p.36.pꝛimi equalis.a.c. q̄re sicut linea.g.c.ē multiplex linee.b.c.ita supficies.c.k.superficiei.a.c.Siliter quoq̧ ad lineā.e.f.sumā ex linea.g.m.lineā.f.m.multiplicē ƀm quēcūq̧ numerū voluero e.f.ꝛ cōplebo superficiē equidistātium laterum ducta linea.m.n.equidistāter linee d.e.eritq̧ superficies .n.f. ita multiplex superficiei .d.f.sicut linea .m.f. linee.e. f.ꝛquia per.36. pꝛimi si linea.g.c.est maioꝛ linea.f.m.superficies.k.c.est maioꝛ superficie.n.f.et si minoꝛ minoꝛ .et si equalis equalis erit per diffinitionē icōtinue

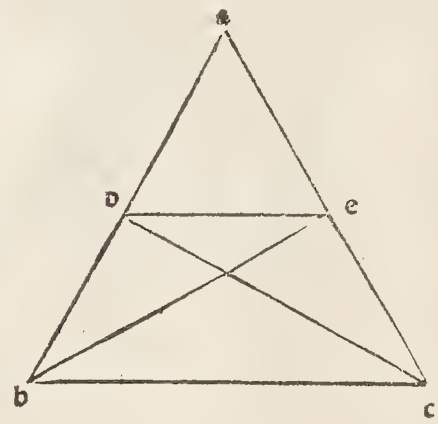
proportionalitatis eadem pportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficiei.a.c. ad superficié.d.f.quod est propositum. ¶De triangulis equalis altitudinis idem probabis: z eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus eaz quas ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.



Propositio .2.

SI linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans: eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero pportionaliter secet eá reliquo latere equidistare necesse est.

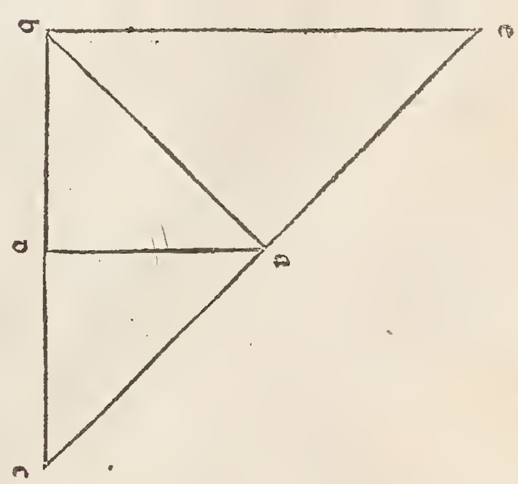
¶Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.z.a.c.secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qd est.b.c. dico q erit pportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c.z econuerso si fuerit pportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eq distans linee.b.c.protrabam cui duas lineas.e.b.z.d.c.eritqz per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qd ipsi sunt ambo sup lineá. d.e. inter lineas equidistantes.itaqz per scdam parté.7.quinti: pportio trianguli.a.d. e.ad vtrúqz illorum erit vna: sed pportio ei9 ppremissá ad triangulú.e.d.b. é sicut linee.a.d.ad lineá.d.b.z ad triangulú.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineá.e.c.Nam ipe cum vtroqz illoz est equalis altitudinis: quare erit pportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qd est primum. ¶Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a.d.e.vtrúqz illoz proportio vna: quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicé equales: z quia ipsi sunt super eandé basim.videlicet lineam.d.e.z ex eadem pte erit p 39.primi: linea.d.e.equidistans linee.b.c.qd est secundum.



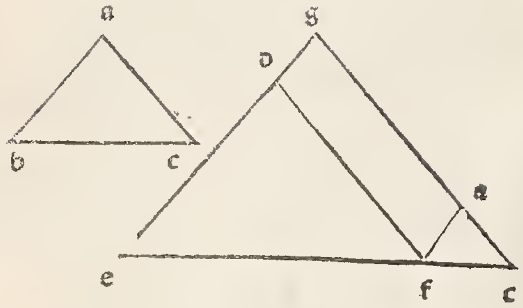
Propositio .3.

SI ab aliquo angulorum trianguli lineá recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsi9 basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distingnit reliquis trianguli lateribus pportionales fuerint lineam illam angulú p equalia diuidere necessario cóprobat.

¶Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.diuidat linea. a.d.p equalia :dico q proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.z ecóuerso: protrabam enim.b.e. equidistantem.a.d.z producá.c.a.quousqz concurrat cú.b.e:in puncto.e.eritqz per primam parté.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d. z per scdam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.e. a.est equalis.a.b.z ideo p primá partem.7.quinti proportio.e.a. ad.a.c.é sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c. é sicut.b.d.ad.d.c.ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ¶Secunda pars que est conuersa prime ptis probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissá.e.a.ad.a.c.é sicut b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c. ergo per primá partem.9.quinti.e.a.z.a.b.sunt equales. quare per.5.primi duo anguli.e.z.e.b.a sunt equales.igitur per primá z secundá partem.29.primi angulus.b.a.d.é equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.



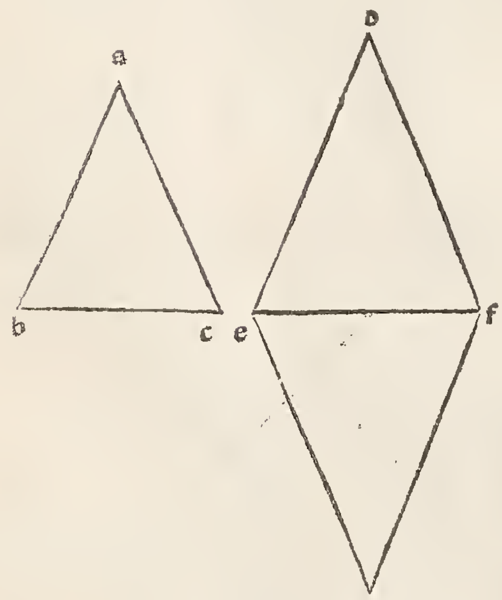
Propoſitio .4.



Omnium duorum triangulorum quoꝝ anguli vnius an/
gulis alterius ſunt equales: latera equos angulos reſpici
entia ſunt proportionalia.

¶ Sunt duo trianguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. ſitqꝫ angulus. a. eq̃/
lis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo. e. ⁊ angulus. c. angulo. f. dico ꝙ
ꝓportio. d. e. ad. a. b. ⁊. d. f. ad. a. c. eſt ſicut. e. f. ad. b. c. ponā enim ambos trian/
gulos ſuꝑ lineā vnā que ſit. e. c. ita ꝙ duo anguli vnius qui erunt ſuꝑ hanc lineam
ſint equales duobus alterius qui erunt ſuper eandē. non quidē medius medio aut
extremus extremo. ſed medius vnius extremo alterius. ⁊ ponā duos eoꝝ̃ medios
angulos in eodē pũcto coire. ſitqꝫ. a. f. c. ipſe idē triangul⁹ q̃ erat. a. b. c. ⁊ qꝛ angu/
lus. a. f. c. ē eq̃lis angulo. e. ⁊ angulus. d. f. e. ãgulo. c. ꝑ ypotheſiꝫ: erit ꝑ primā par
tem. 28. primi linea. a. f. equidiſtans. d. e. ⁊. d. f. equidiſtans. a. c. cõplebo igitur ſu/
perficiem equidiſtantium laterum que ſit. g. f. eritqꝫ per. 34. primi. g. a. equalis. d.
f. ⁊. g. d. equalis. a. f. quia. ergo per ſecũdum huius. g. a. ad. a. c. ſicut. e. f. ad. f. c. et
per eandem. e. f. ad. f. c. ſicut. e. d. ad. d. g. erit per. 7. quinti. d. f. ad. a. c. ⁊ per ean/
dem. e. d. ad. f. a. ſicut. e. f. ad. f. c. quod eſt propoſitum.

Propoſitio .5.



Omnium duorum triangulorũ quorũ cunctorũ laterũ ſe
ſe reſpicientiũ ē proportio vna anguli lateribus ꝓportio
nalibus contenti equi ſibi inuiceꝫ eſſe probantur.

¶ Hec eſt conuerſa prioris nec fecit ex ea ⁊ premiſſa vnā cõcluſionem
ſicut fecit in ſecunda ⁊ tertia huius: qꝛ nec eadē figuratione nec eiſdē
medijs demonſtratur quibus p̃cedens. Sint itaqꝫ duo trianguli. a. b. c. d. e. f. ſitqꝫ
proportio. a. b. ad. d. e. ⁊. a. c. ad. d. f. ſicut. b. c. ad. e. f. dico ꝙ angulus. a. ē equalis
angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo. e. ⁊ angulus. c. angulo. f. conſtituā ſuper lineam. e.
f. in oppoſita ꝑte trianguli. d. e. f. angulũ. f. e. g. equalem angulo. b. ⁊ angulũ. e. f. g
equalem angulo. c. eritqꝫ per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per pre
miſſam proportio. a. b. ad. e. g. ⁊. a. c. ad. f. g. ſicut. b. c. ad. e. f. quare. a. b. ad. d. e:
ſicut ad. e. g. ⁊. a. c. ad. d. f. ſicut ad. f. g. igitur per ſecundam partem none quinti
d. e. eſt equalis. e. g. ⁊ per eandem. d. f. equalis. f. g. quare per. 8. primi: duo trian/
guli. d. e. f. ⁊. g. e. f. ſunt equianguli: quare ergo triangulus. g. e. f. eſt etiam equian
gulus triangulo. a. b. c. conſtat propoſitum.

Propoſitio .6.

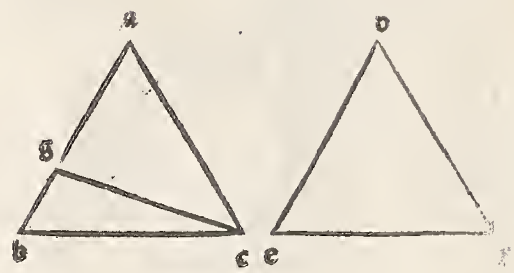
Omnes duo trianguli quorum vnus angulus vni⁹ vni an
gulo alterius eq̃lis. lateraqꝫ illos duos equos angulos
continentia proportionalia ſunt inter ſe inuicem equian/
guli.

¶ Maneat prior diſpoſitio. ⁊ ſit ſolũ angulus. b: equalis angulo. d.
e. f. ⁊ proportio. a. b. ad. d. e. ſicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triãgulos. a. b. c. d
e. f. eſſe equiangulos: cum enim ſit per. 4. huius propter ypotheſes p̃miſſe conclu/

sionis.a.b.ad.e.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per se cundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g.quia ergo duo latera.d.e.z.e.f. trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.z.e.f.trigoni.g.e.f.z angulus.e. vnius angulo.e.alterius:quia vterqz est equalis angulo.b.ipsi erunt per quartam primi equianguli z quia.e.g.f.est etiam equiangulus.a.b.c.patet propositum.

Propositio .7.

Si fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis:duoqz suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti:duorum vero demum reliquorum vterqz aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.

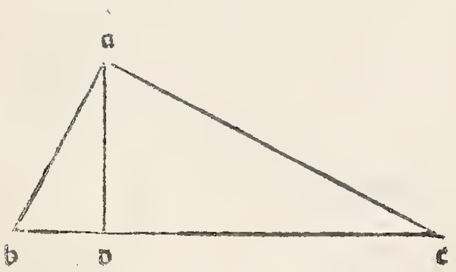


¶Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitqz angulus.a.equalis angulo.d.z proportio a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.z vterqz duorum angulorum.b.z.e.aut neuter sit minor recto:dico eos esse equiangulos.Si eni angulus.c.vnius est equalis angulo.f. alterius:patet propositū per premissam.Sin autem sit.c.maior fiatqz angulus. a.c g.equalis eidem:eritqz per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d. e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sz sic fuit.b.c ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.z.b.c.sunt equales .ergo per quintā primi angulus b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duorū angulorum.b .z.e. fuerit minor recto:accidet duos angulos vnius trianguli nō esse minores duobus rectis: qd esse non potest per.32.primi Qd si vterqz fuerit minor recto:erit āgulus.a.g.c.maior recto per.13.primi:quare z angulus.e.sibi equalis est etiam recto maior qd ē contra ypothe.quare destructo opposito remanet propositū: oportet aūt vtrūqz angulorum reliquorum aut neutrū esse minorem recto.possibile enim est in eodem triangulo vt in triāgulo.a.b.c.lineam.g.c.eē equalē.b.c .z iō erit.a.c.ad vtrāqz earum vna proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c. z.a. b.c. equianguli quāuis vnus angulus vnius sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angulus.a.z proportio linee.a .c.put est latus magni ad.a.c.prout est latus pui sicut b.c.latus magni. ad.g.c. latus parui . vtraqz enim equalis : z hoc est ꝓpter hoc qꝛ angulus.g.minoris est maior recto:z angulus.b.maioris minor.Nam in omni triangulo duum equalium laterum vterqz angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Propositio .8.

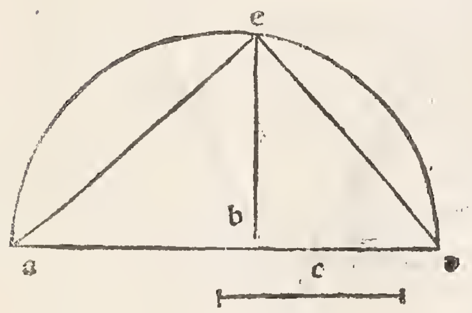
Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fiet duo trianguli partiales toti triangulo z sibi inuicem similes.Unde etiam manifestum est quia in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemqz vtrūqz latus inter totam basim atqz sibi conterminalē basis portionem.

¶Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusqz angulus.a.rectus a quo ducatur. a.d.



perpendicularis ad basim. dico q vterq3 duorum triangulorum partialium qui sũ a.b.d.a.d.c. similis est totali triangulo.a.b.c. ⁊ vnus eorum alteri. ē enim vterq3 ipsorum equiangulus totali per.32.primi.eo q vterq3 est orthogonius ⁊ in vno angulo cõmunicat cum totali: quare ⁊ sibi inuicem sunt equianguli. ita q angulus b.est equalis angulo.d.a.c. ⁊ angulus.b.a.d.angulo.c. ⁊ duo anguli qui sunt.ad d.sibi inuicem ⁊ angulo.a.totali equales: quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia.sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qḋ est propositum: vtrũq3 corel'.ex his euidenter apparet.

Propositio .9.



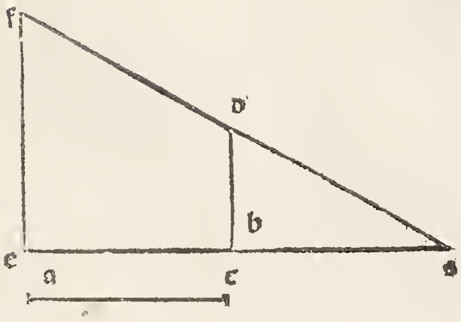
Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

¶Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earuʒ alteri sitq3 tota ex eis composita.a.d.ita q.b.d.sit equale.c.⁊ super totam describo semicirculum.a.e.d.⁊ produco .e.b.vsq3 ad circumferentiam perpendicularem ad lineam.a.d.dico lineam.b.e.esse quē querimus: produco enim lineas.e.a.⁊.e.d.eritq3 per.30.tertij angulus.e.totalis rectus: quare per primam partē corel'.premisse ꝓportio.a.b.ad.b.e.sicut.b.e.ad.b. d. qḋ est propositum.

Propositio .10.

Duabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

¶Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.quibus volo tertiam in cõtinua proportionalitate subiungere: coniũgo lineam.c. angulariter vt cõingit cuʒ linea.a.b.sitq3.a.d.sibi equalis. ⁊ produco lineā.a.b.vsq3 ad.e.donec fiat.b.e.equalis.a.d.⁊ protracta linea.b.d.a puncto.e.duco lineā sibi equidistantemq3 ⁊ lineam.a.d.produco quousq3 concurrant in puncto. f.dico igitur lineam.d.f.esse quē querimus.est enim per secundā huius proportio.a.b. ad.b.e.sicut.a.d.ad.d.f.sed.a.b.ad.b.e: est sicut.a.b.ad.a.d. per.2.ptē.7.quinti: quare.a.b.ad.a.d.sicut.a.d.ad.d.f.qḋ est propositum. Qḋ si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam.ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secũdam: ex prima ⁊ secũda fiat linea vna ⁊ toti cōposite tertia: angulariter adiungat̃ ⁊ a cõmuni termio prime ⁊ secunde: ducatur linea ad extremitatē tertie: ⁊ ab altero termino secũde ducat̃ huic linee equidistans: quousq3 concurrat cum tertia in cõtinuuʒ rectumq3 protracta: eritq3 per secundam huius linea q̃3 hec equidistās abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b.secunda.b.e. tertia.a.d.erit quarta.d.f.

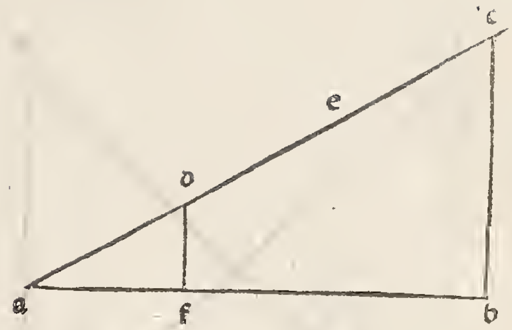


Propositio .11.

Ab assignata linea quotamcũq3 iubearis partem abscindere.

¶Sit.a.b.linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere: coniungo ei angulariter vt contingit lineam inde finite quantitatis que sit .a.c.a qua reseco tres equas portiones.

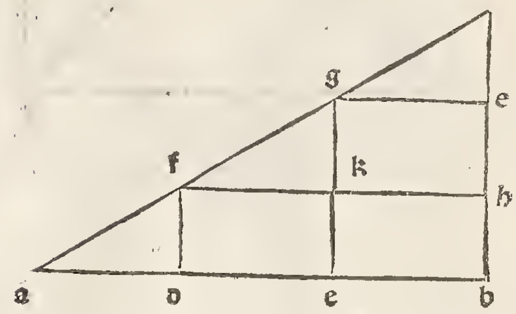
que sint a.d.d.e.ꝛ.e.c.ꝛ produco lineas .c.b.ꝛ.d.f.sibi equidistátes.dico.a.f.esse tertiam.a.b.est enim per secundam huius proportio.c.d.ad.d.a.sicut.b.f.ad.f.a quare coniunctim.c.a.ad.d.a.sicut.b.a.ad.f.a.cum igitur.c.a.sit tripla.ad. d.a. patet.a.f.esse tertiam.a.b.quod est propositum.



Propositio .12.

Duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

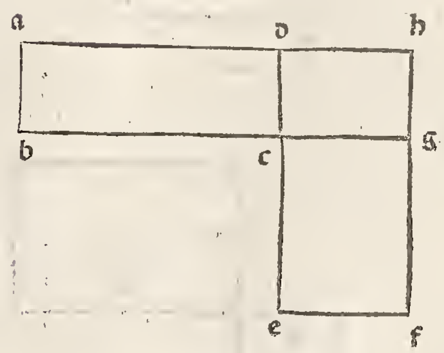
¶ Sint duo linee quas angulariter vt continget coniungam.a.b.ꝛ.a c.sitqꝫ.a.b.diuisa in tres vel qualescũqꝫ portiones signatis i ea punctis.d.ꝛ.e.volo secundũ easdem portiones diuidere lineam.a.c.cum igitur ipsas angulariter cõiũxero.protrahã lineã.b.c.ꝛ equidistantes.ei.d.f.ꝛ.e.g dico istas equidistantes diuidere lineam.a.c.in partes proportionales partib⁹.a. b.protraham enim.f.b.equidistantẽ.a.b.que secet.e.g.in puncto.k.eritqꝫ per secundã huius proportio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.ꝛ.c.g.ad.g.f.sicut.b.k.ad.k f.quare ꝛ sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.ꝛ scđam partem.7.quinti qđ est ꝓpositũ Oportet autem secũdam huius totiens repetere quot erunt partes linee.a.b. minus vna. At vero.34.primi.ꝛ septimi quinti minus duabus.



Propositio .13.

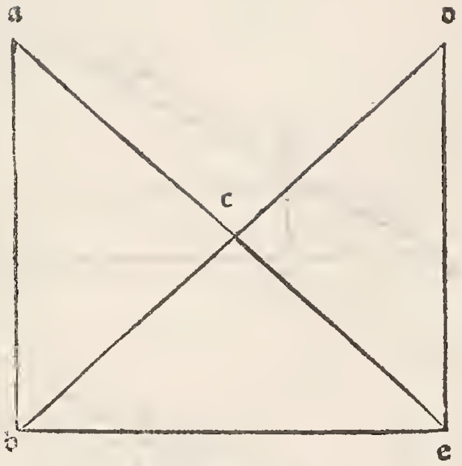
Si due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia eẽ Si vero latera duos equos angulos cõtinẽtia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

¶ Sint due superficies.a.b.c.d.ꝛ.c.e.f.g.equidistantium laterum ꝛ equales. sitqꝫ angulus.c.vnius equalis angulo.c.alterius.dico ꝓportionẽ.b.c.ad.c.g.esse sicut e.c.ad.c.d.ꝛ si ꝓportio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad .c.d. ꝛ predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illas duas superficies equidistantiũ laterũ esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum.c.vnius cum angulo.c.alteri⁹ ita ꝙ duo latera earum que sunt.b.c.ꝛ.c.g.fiant linea vna :eruntqꝫ similiter duo reliqua latera.d.c.ꝛ.c.e.linea vna.alioquin sequeret̃ per presentem ypothe.que est angulum.c.vnius:esse equalem angulo.c.alterius.ꝛ per.15.primi:partem eẽ equalem toti.cõplebo itaqꝫ sup̃ficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.ꝛ.f g.quousqꝫ concurrant in.h.eritqꝫ per primam partem.7.quinti vtriusqꝫ superficiei.a.c.ꝛ.c.f.ad superficiem.c.h.proportio vna:ꝛ quia per primam huius ꝓportio superficiei.a.c.ad sup̃ficiẽ.c.h.sicut linee.b.c.ad lineam.c. g. ꝛ superficiei. c.f. ad eandem superficiem.c.h.sicut e.c.ad.c.d.manifesta ẽ prima pars proposite cõclusionis.Scđa ps sic pꝫ.p primã eni huius ẽ proportio.b.c.ad. c.g. sicut.a. c.ad c.h.ꝛ.e.c.ad.c.d.sicut.c.f.ad eandẽ.c.h.ꝛ qꝛ positũ ẽ ꝙ proportio.b.c.ẽ ad.c.g.sicut.e.c.ad.c.d.erit vtriusqꝫ duaꝝ sup̃ficierũ.a.c.ꝛ.c.g.ad sup̃ficiẽ .c.h. vna proportio.ergo per primã partem.9.quinti.a.c.est equalis.c.f.sicqꝫ patet scđa pars.



Propositio .14.

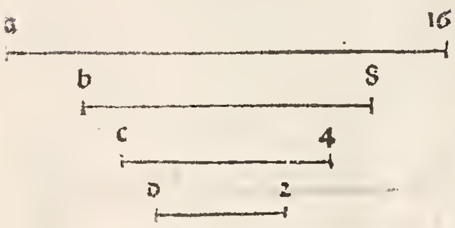
Si duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alteri⁹ equalis eq̃les fuerint:latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cõtinentia fuerint mutekesia duo trianguli eq̃les



esse comprobantur.

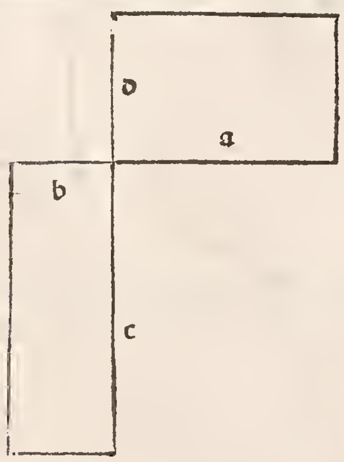
¶Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales:sitq3 angulus.c.vnius equalis angulo c.alterius:dico proportionem.a.c.ad.c.e.esse sicut.d.c.ad.c.b.⁊ si fuerit ꝓportio a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illos du/os triangulos esse equales:coniungam enim eos angulariter ita q̄ latera.a.c.⁊.c.e.fiant linea vna.eruntq3 similiter.b.c.⁊.c.d.linea vna.aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi:⁊ protraham lineam.b.e.eritq3 per primam ptem 7.quinti vtriusq3 dictoꝝ trianguloꝝ ad triangulum.c.b.e.proportio vna:⁊ q2 per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut.a.c.ad.c.e.⁊ secundi eorum ad eū dem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars ꝓposite conclusionis.¶Secunda pars ecōuerso probatur.q2.a.c.ad.c.e.est sicut primi trianguli ad triangulū.b.c.e ⁊.d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius:⁊ quia positum est vt sit a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.erit vtriusq3 dictorum triangulorum ad triangulū.b.c.e.vna proportio:quare per primam ptem.9.quinti ipsi sunt equales.sicq3 patet secunda pars.

Propositio .15.



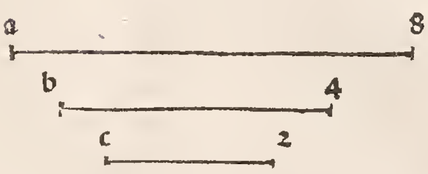
Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima ⁊ vltima rectangulum continetur:equū erit ei qd̄ sub dua bus reliquis. Si vero qd̄ sub prima ⁊ vltima continetur equū fuerit ei qd̄ sub duabus reliquis continetur rectā/gulum:quatuor lineas proportionales esse conuenit.

¶Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales:Sitq3 proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̄ superficies contenta sub.a.⁊.d.equalis est superficiei contente sub.b ⁊.c.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.d.est equalis sup̄ficiei contente sub.b.⁊.c.di co q̄ proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.Fiant eni superficies contenta sub.a.⁊.d ⁊ superficies cōtenta sub.b.⁊.c.Si ergo est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.latera il larum superficierū erunt mutekesia.sed ⁊ anguli ab eis contenti equales:q2 vtraq3 est rectoꝝ angulorū:quare per scd̄a3 partē.13.huius ipsi sunt equales quod est pri mum.¶Scd̄m patet per primam partem eiusdē.si enim ipse sunt equales.q2 oēs anguli earum sunt recti:latera earum erunt mutekesia:quare proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.quod est secundum.



Propositio .16.

Si fuerint tres linee proportionales qd̄ sub prima ⁊ ter/tia rectangulu3 continetur:equū erit ei qd̄ a secunda qua drato describitur. Si vero qd̄ sub prima ⁊ tertia contine tur equum est ei quadrato qd̄ a secunda producitur:ipse tres linee proportionales erunt.

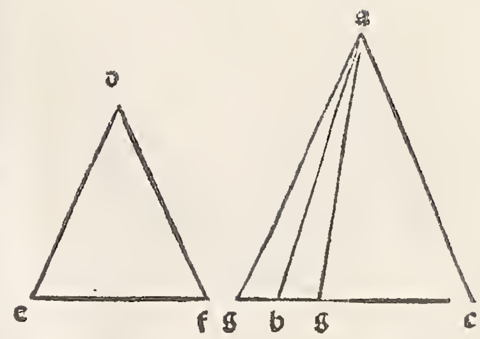


¶Sit proportio linee.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico q̄ superficies contenta sub.a.⁊.c.equalis est quadrato.b.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.c.est equalis quadrato.b.dico q̄ proportio.a.ad.b.est sicut.b.ad.c.hoc autem est eui/dens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita q̄.b.sit in ratione se/cunde ⁊ tertie.

Propositio .17.

SI fuerint duo triāguli similes proportio alterius ad alterū est tanq̄ proportio cuiuslibet sui lateris ad suū relatiuū lat⁹ alteri⁹ duplicata. Manifestū etiā ex hoc q̄ omnium triū linearū cōtinue proportionaliū quāta ē prima ad tertiā tanta erit supficies cōstituta sup primā ad supficiē cōstitutā sup scđam. cū fuerit ei similis in lineatione ⁊ creatione.

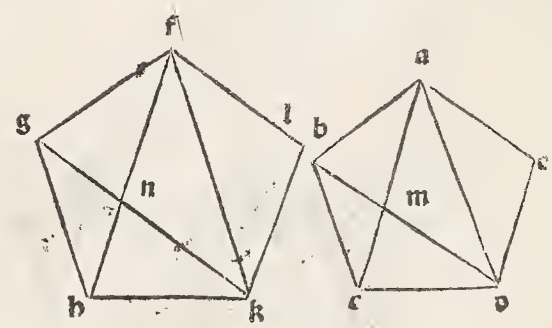
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. ⁊. d. e. f. similes erūtq̄ p diffinitionē equianguli ⁊ laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo e. ⁊ angulus. c. angulo. f. eritq̄ proportio. a. b. ad. d. e. ⁊. a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q̄ proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. ē sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. Subiūgat̄ enim ſm doctrinā. 10. huius duabus lineis. b. c. ⁊. e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. ptracta aut resecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor ⁊ producatur linea. g. a. eritq̄ per scđam partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id qđ proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. ⁊ angulus. c. equalis angulo. f. quare per scđam partem. 7. quinti trianguli. a. b. c. ad vtrūq̄ illorum erit vna proportio: sed per primā huius proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut b. c. ad. g. c. At vero proportio. b. c. ad. c. g sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ḡ proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. ē sicut proportio. b. c. ad. d. f. duplicata qđ est propositum. Si autē. c. g. sit equalis. b. c. erit per scđam ptem. 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autē proportio cōponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotienscūq̄ sumpta. Istam eandē passionē possemus eodē modo ⁊ per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterū similibus sumpta solū. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autē eam. q̄ per sequentem demōstratur vniuersaliter de omnibus supficiebus similib⁹. Quare p corel. q̄ vniuersaliter proponitur de omnibus supficiebus similibus nōdū patet nisi de triangulis. s; demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic ⁊ non in sequente quia est corel. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.



Propositio .18.

OMnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq̄ numero equales. Estq̄ proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata

¶ Sint gratia exempli duo penthagoni. a. c. d. f. b. k. siles. dico q̄ ipsi sunt diuisibiles in triangulos siles numero eq̄les. ⁊ q̄ proportio alterius eorum ad alterū ē sicut. a. b. ad. f. g. proportiō duplicata. ducāt̄ ei linee due. a. c. ⁊. a. d. itēq̄ f. b. ⁊. f. k. eritq̄ p presentē ypothe: ⁊ p. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangulus triangulo. f. g. b. ⁊ triangulus. a. e. d. triangulo. f. l. k. Similiter quoq̄ per hāc cōem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa sunt: erit triangul⁹. a. c. d. equiangulus triangulo. f. b. k. Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli. ⁊ laterū proportionaliū: ⁊ q̄ trianguli in quos diuidunt̄ sunt adinuicē equianguli: vt pbatum est. erunt etiā ⁊ siles p. 4. huius ⁊ diffinitionē similiū supficierū: quare cum ipsi sint numero equales patet primū. ¶ Scđm sic. ptrahant̄. b. d. que secet. a. c. i puncto

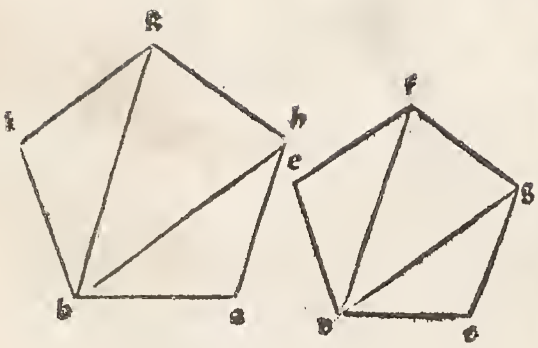


m.ɀ.g.k.que secet.f.h.in puncto.n.eritq̃ triangulus.b.c.d.equiangulus triangu lo.g.h.k.per.6.huius ɀ presenté ypoth.quare ɀ triangulus.a.b.m.triangulo .f.g. n.ɀ.a.m.d.f.n.k.ergo ꝑ.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.est sicut.a.m.ad. f.n.ɀ a.m.ad.f.n.sicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.sicut.m.d.ad.n. k.ergo ꝑmutatim.b.m.ad.m.d.sicut.g.n.ad.n.k.sed per primã huius.a.b.m.ad a.m.d.ɀ.b.c.m.ad.c.m.d.sicut.b.m.ad.m.d.ɀ per eandé.f.g.n.ad.f.n.k.ɀ.g.n h.ad.h.n.k.sicut.g.n.ad.n.k.ergo ꝑ.13.quinti.a.b.c.ad.a.c.d.sicut.f.g.h. ad.f. h.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.a.c.d.ad.f.h. k.eadé rõne ꝓbabis q̃ ɀ sicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo ꝑ.13.ꝑmi quiti toti⁹ péthagoni ad totũ péthagonũ sicut.a.b.c.ad.f.g.h.per ꝑmissam igitur est proportio penthagoni.a.c.d.ad pen/ thagonũ.f.h.k.sicut ꝓportio.a.b.ad.f.g.duplicata qḋ est ꝓpositũ:ex quo rursus patet correl.precedentis.¶Aliter põt demõstrari scḋm:cũ eni trianguli i quos pe thagoni diuidunt sint adinuicem similes: erit per precedétem proportio.a.b.c.ad f.g.h.sicut.b.c.ad.g.h.duplicata.ɀ.a.c.d.ad.f.h.k.sicut.c.d.ad.h. k.duplicata. ɀ.a.e.d.ad.f.l.k.sicut.d.e.ad.k.l.duplicata.q̃ igitur omnes hec ꝓportiões du/ plicate sunt equales propter hoc qḋ positũ est simplas esse equales:erit ꝑ.13.quin/ ti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut lateris vnius ad suum relati/ uum.latus alterius proportio duplicata.

Propositio .19.

Supra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

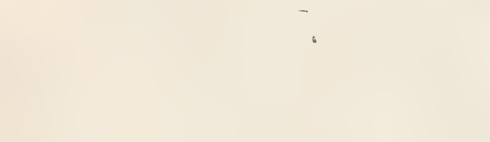
¶Sit data linea.a.b.supra quã volo constituere superficiem similẽ date supficiei que sit penthagona:ɀ sit.c.d.e.f.g. diuido hunc pétha gonũ in triangulos ductis lineis.d.f.ɀ.d.g.ɀ sup punctũ.a.cõstituo angulum equalé angulo.c.ducta linea.a.h.ɀ super punctũ.b.constituo alium an/ gulum:qui sit.a.b.h.equalé angulo.c.d.g. ꝓtracta linea.b.h.quousq̃ cõcurrat cũ a.h.in pũcto.h.eritq̃ per.32.primi angulus.a.h.b.equalis angulo .c.g.d. ɀ ideo per.4.huius latera duoꝝ trianguloꝝ.g.c.d.ɀ.h.a.b.ꝓportionalia:facio quoq̃ an gulum.h.b.k.ducta linea.b.k.equalé angulo.g.d.f.ɀ angulum.k.h.l. ducta linea h.e.equalé angulo.f.e.d.ɀ angulum.h.b.k.ducta linea.b.k.equalé angulo.d.g.f. ɀ angulum.h.k.l.ducta linea.k.l.equalé angulo.d.f.e.eritq̃ perfectus penthago/ nus qui cõstituend⁹ erat sup lineã.a.b. est eni equiangulus dato penthagono ꝓ/ pter equalitaté anguloꝝ trianguloꝝ in quos est vterq̃ diuisus sed ɀ laterũ ꝓpor/ tionaliũ propter ꝓportionalitaté laterum ipsorũ trianguloꝝ que ex.4. huius eui/ denter apparet:quare per diffinitionem similium superficierũ penthagonus con/ stitutus super lineam.a.b.est similis penthagono dato qḋ est propositum.



Propositio .20.

Si fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶Sit vterq̃ penthagonorum.a..b.c.d.e.f.similis penthagono.g.h k.dico eos esse similes sibi inuicem.Est enim vterq̃ eorum equian/ gulus péthagono .g.h.k.per cõuersioné diffinitõis siliũ superficieꝝ: quare sunt equianguli adinuicé.Similiter quoq̃ ꝑ cõuersioné eiusdé diffinitionis

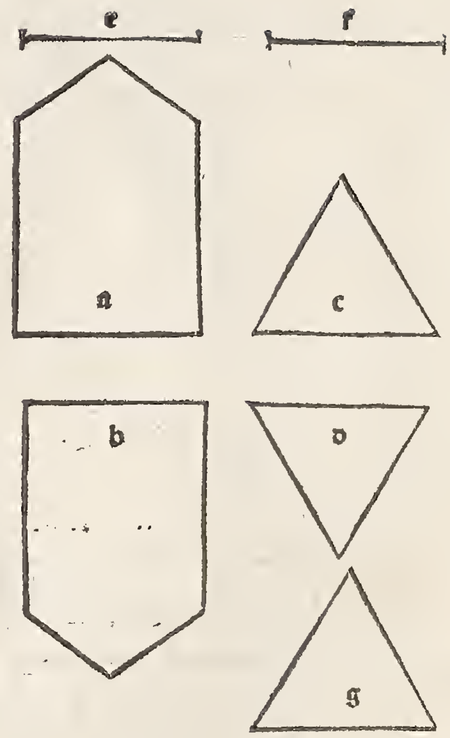


proportio.a.b.ad.g.b.sicut.a.c.ad.g.k.ꝛ.g.b.ad.d.e.sicut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera penthagonorum.a.b.c.ꝛ.d.e.f.continentia equos angulos esse proportionalia.per diffinitionem itaqꝫ similium superficierum ipsi sunt similes adinvicem.quod est propositum.

Propositio .21.

SI fuerint quotlibet linee proportionales atqꝫ sup binas ꝛ binas similes superficies designentur:ipse quoqꝫ superficies erunt proportionales.Si vero super binas ꝛ binas similes superficies constitute fuerint ꝓportionales:ipsas quoqꝫ lineas proportionales esse necesse est.

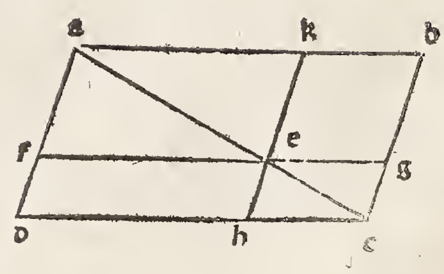
¶Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d.sitqꝫ proportio.a.ad.b. sicut.c. ad d.dico ꝙ si superficies similes constituantur super.a.ꝛ.b.vtpote duo penthagoni similes ꝛ alie similes constituantur super.c.ꝛ.d. vtpote duo trianguli similes: erit proportio penthagonorum sicut triangulorum.Qꝺ si fuerint penthagoni similes ꝛ similiter etiā trianguli similes:fueritqꝫ proportio penthagoni ad penthagonum:sicut trianguli ad triangulū:dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.Subiungat̃ enim lineis.a.ꝛ.b.e.ꝛ lineis.c.ꝛ.d.f.in continua ꝓportionalitate:sicut docet.10.huius.eritqꝫ per.22.quinti ꝛ per equā ꝓportionalitatē.a.ad.e.sicut.c.ad.f. quia ergo per correl'.17.huius proportio penthagonorum: ē sicut.a.ad.e.ꝛ triangulorum sicut.c.ad.f.erit proportio penthagonorum sicut triangulorum:ꝛ hoc est primū.¶Scdm sic patet.Sint duo penthagoni similes ꝛ duo trianguli siles. sitqꝫ proportio penthagonorum sicut triangulorum.dico ꝙ proportio. a. ad.b. ē sicut c.ad.d.Sit enim.c.ad.g.sicut.a.ad.b.hoc enim qualiter fiat.dictum est supra.10 huius .ꝛ super.g.fiat sicut docet.19.huius.superficies similis illi que est constituta super lineam.c.eritqꝫ per premissam similis ei que constituta est super lineam.d. eritqꝫ etiam per primam partem huius.21.que proportio penthagoni.a. ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum.g.sed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d.ergo per secundam partem.9.quinti triangulus. d.est equalis triangulo.g.Et quia sunt similes:erit linea.g.equalis linee.d.per primam partem.17.huius cum super lineas.c.d.ꝛ.g.sint trianguli:vel per secundam partem 18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule:equalitas enī nō ꝓducit̃ ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex eqli.erit itaqꝫ c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.



Propositio .22.

CUncte superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti paralellogramo atqꝫ sibi inuicem sunt similes.

¶Sit vt in paralellogramo.b.d.cuius diameter.a.c. consistant superficies.g.h.ꝛ.f.k.equidistātiū laterū.circa diametrū.dico eas eē siles toti palellogramo ꝛ sibi inuicē.ē eni p scdaꝫ hꝰ.b.g.ad.g.c.ꝛ.d.h.ad.h.c.sicut.a.e ad..e.c.ergo coniunctiꝫ.b.c.ad.c.g.ꝛ.d.c.ad.c.h.sicut.a.c.ad.c.e. qre p.11.huiꝰ b.c.ad.c.g.sicut.d.c.ad.c.h.sed etiam sicut.a.b.ad.e.g.cū.a.b.sit eqlis.d.c.ꝛ.e. g.h.c.eodē modo erit .a.d.ad.e.h.sicut.a.b.ad.e.g.ꝛ.d.c.ad.h.c.quia ergo ista

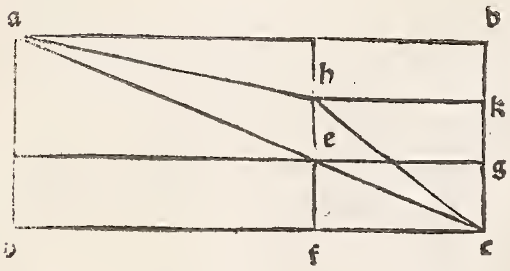


paralellograma sunt equiangula constat per diffinitionẽ similium superficierꝝ.g.b. esse siſe.b.d.Siſi quoqꝫ modo ꝓbat̃.f.k.eẽ siſe eidẽ.ꝓpt̃ hoc ꝙ.b.a.ad.a.k.⁊.d.a ad.a.f.ẽ sicut.c.a.ad.a.e.ꝑ scðaꝫ hui⁹ ⁊ cõiũctã ꝓportionalitatẽ:q̃re ꝑ.20.hui⁹.f.k ẽ etiã siſe.g.b.sicqꝫ pꝫ totũ.

Propositio .23.

SI in suo spacio palellogramũ partiale distinctum toti paralellogramo simile.atqꝫ scðm suũ illius esse fuerit:circa eiusdem diametrum consistit.

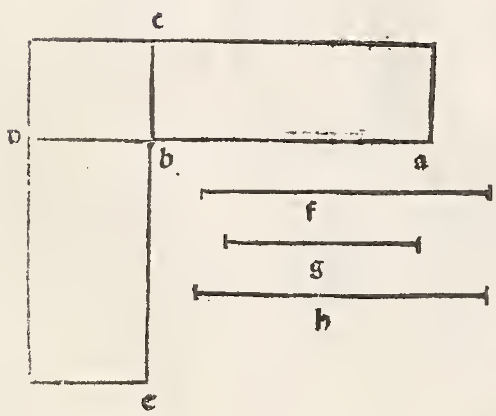
¶ Sit ut in paralellogramo.b.d.sit distinctum paralellogramũ.f.g. qð sit sibi simile.⁊ scðm suũ eẽ.i.participans cũ eo in angulo.c. dico ꝙ paralellogramũ.f.g.consistit circa diametrũ paralellogrami.b.d.⁊.est hec conuersa precedentis.producã enĩ.a.e.c.que si fuerit diameter paralellogrami.b.d.cõstat propositum.Sin autem sit.a.h.c.diameter eius.⁊ ducat̃.h.k.equidistans.f.c.eritqꝫ per premissam paralellogramũ.f.k.simile palellogramo.b.d.ergo per conuersionẽ diffinitionis similium superficierꝝ ꝓportio.b.c.ad.k.c.ẽ sicut.d.c.ad.f.c. sed per eandẽ cõuersionẽ dicte diffinitionis ꝓportio.b.c.ad.g.c.ẽ sicut.d.c.ad.f.c propter id qð palellogramum.f.g.positum est simile paralellogramo.b.d.ergo per 11.quinti proportio.b.c.ad.g.c.est sicut.b.c.ad.k.c.vtraqꝫ enĩ est sicut.d.c.ad.f.c quare ꝑ secũdã ptẽ none quinti.g.c.est equalis.k.c.pars videlicet toti quod ẽ impossibile.Erit igitur.a.e.c.diameter palellogrami.b.d.quod est propositum.



Propositio .24.

OMnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis ꝓportio alterius ad alteram ẽ que ꝓducitur ex duab⁹ proportionibus suoꝝ lateꝝ duos equos angulos ꝯtinentium

¶ Sint due supꝼicies equidistantiũ laterũ.a.c.⁊.e.d.sitqꝫ angul⁹.b. vnius equaſis angulo.b.alterius. dico ꝙ ꝓportio vnius ad alterã ꝓducta est ex proportione.a.b.ad.b.d.⁊.c.b.ad.b.e.disponã enim has duas supꝼicies penitus sicut disposui eas in..13.huius.adiuncto ad vtrãqꝫ palellogramo.c.d.⁊ ponam ut ꝓportio linee.f.ad lineã.g.sit sicut.a.b.ad.b.d.⁊.g.ad.h.sicut.c.b.ad.b.e.qualiter enĩ hoc fiat.dictum est supra.10.huius:eritqꝫ per primã huius.⁊.11.quinti.a.c. ad.c.d.sicut.f.ad.g.⁊.c.d.ad.d.e.sicut.g.ad.h.quare ꝑ.22.quinti erit in equa ꝓportionalitate.a.c.ad.d.e.sicut.f.ad.h.⁊ quia.f.ad.h.producitur ex.f.ad.g.⁊.g. ad.h.vt dictũ ẽ in fine expositionis.11.diffinitõis q̃nti.erit ut.a.c.ad.d.e.ꝓducat̃ ex eisdẽ:q̃re cõstat ꝓpositũ.



Propositio .25.

DAte supꝼiciei similem alijqꝫ ꝓposite equalem designare.

¶ Sint ꝓposite due supꝼicies rectilinee.A.penthagona.B.exagona. volo facere vnã supꝼiciem siſem.a.⁊ equalẽ.b.vtrãqꝫ ꝓpositaꝝ superficieꝝ resoluo in triangulos.A quideꝫ ĩ triangulos.c.a.d.B.vero ĩ triangulos.e.b.f.g.⁊ supꝑ basim superficiei.a.que sit.h.k.cõstituo secũdũ doctrinã.44.primi superficiẽ equidistantium laterum rectangulam equalem c.que sit.h.l.⁊.l.m.equalem.a.⁊.m.n.equalem.d.ut sit tota superficies equidistãtium laterum.h.n.constituta super basim.h.k.equalis penthagono.a. Eodem modo super lineam.k.n.que est ꝫm latus huius superficiei constituo aliã superficiem rectangulã eq̃lem exagono.b.q2 facio.k.o.equalem.e.⁊.o.p.equalẽ.b.⁊.p.q equalẽ.f.⁊.q.r.equalem.g.vt sit tota rectangula superficies.n.r.equalis exagono.

b.⁊ pono per.9.huius lineam.s.t.proportionalē inter lineam.b.k.⁊ lineā.k.r.⁊ super eam scōm doctrinam.19.huius constituo superficiem.v.similem superficiei a.dico ipsā esse quā querimus ⁊ equalem superficiei.b.cum enī tres linee.b.k.s.t.⁊.k.r.sint continue proportionales.⁊ super primā ⁊ secūdā sint constitute superficies similes videlicet.a.⁊.v.erit per correl.17.huius.a.ad.v.sicut.b.k.ad.k.r.quare per primam huius sicut.b.n.ad.n.r.⁊ ideo per primam partem septime q̄n ti sicut.a.ad.n.r.⁊ propter hoc per secundam partem eiusdem sicut.a.ad.b.itaqꝫ per scōam.partē.9.quinti.v.est equalis.b.qḋ est propositum. ¶Qḋ etiā possum⁹ ex pmutata ꝓportionalitate facile ꝓbare.quia cum sit.a.ad.v.sicut.b.n.ad.n.r.erit permutatim.a.ad.b.n.sicut.v.ad.n.r.⁊ quia.a.est equalis.b.n.erit.v.equalis n.r.quare.v.est etiā equalis.b.per hanc cōmunē scientiam:quecunqꝫ vni ⁊ eidem sunt equalia inter se sunt equalia.Nō est autē necessariū vt superficies.b.l.l.m.⁊.m.n.equidistantium laterum equales triangulis.c.a.d.aut sup̄ficies.k.o.o.p.p.q.⁊.q.r.equales triangulis.e.b.f.g.sint rectangule.sed ut angulus extrinsec⁹ superficiei.l.m.sit equalis angulo intrinseco superficiei.l.b.⁊ extrinsecus.m.n.intrinseco.m.l.Similiter quoqꝫ ut extrinsecus superficiei.k.o.sit equalis intrinseco superficiei.b.n.⁊ extrinsecus.o.p.intrinseco.k.o.sicqꝫ de ceteris.Cum enī sic fuerit erit vnaquaqꝫ linearum.k.n.⁊ sibi opposita.b.m.itemqꝫ.b.r.⁊ sibi opposita.n q.linea vna per vltimam partem.29.primi:⁊ per.14.eiusdem:quotiens oportuerit equaliter repetitas:propter id qḋ omnes superficies.b.l.l.m.⁊.m.n.Itemqꝫ.k o.o.p.p.q.⁊.q.r.sunt equidistantium laterum ⁊ angulus extrinsec⁹ cuiusqꝫ sequētis est equalis intrinseco eā p̄cedentis:quare due sup̄ficies.b.n.⁊.n.r.erunt equidistantium laterū ⁊ inter lineas equidistantes.⁊ equalis altitudinis.Cetera ergo argue vt prius:

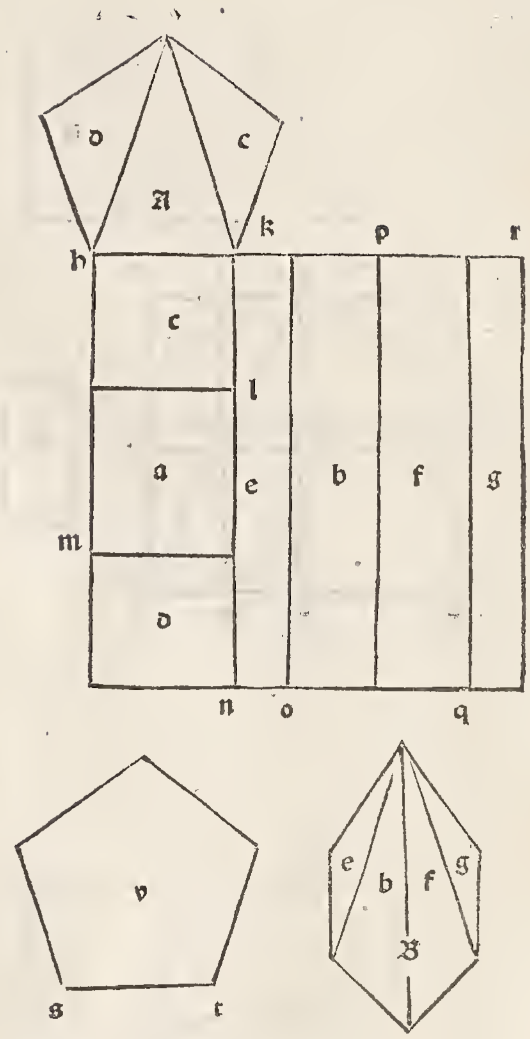
Propositio .26.

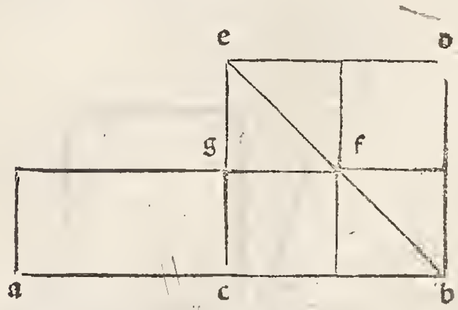
Super dimidiū date linee palellogramū designatum maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee sil'e ⁊ sup diametruꝫ consistens super dimidium collocati.

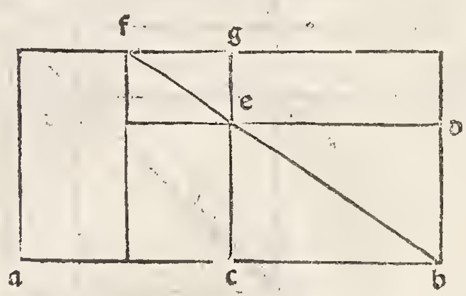
¶Sit data linea.a.b.sup cuius dimidiū.c.b.cōstituat̄ palellogramū c.d.cuius diameter.b.e.⁊ ad lineā.a.b.applicet̄ palellogramū.a.f.cuius vnū lat⁹ secet.e.c.in puncto.g.ita ꝙ ad cōplementū totius linee.a.b.desit sup̄ficies.f.b.q̄ sit similis sup̄ficiei.c.d.⁊ consistēs circa diametrū eius:dico tunc ꝙ palellogramū c.d.est mai⁹ palellogramo.a.f.Est enī p primā huius.a.g.equale.g.b.⁊ p.43.primi.c.f.equale.f.d.ergo per hāc cōmunē scientiam:si equalibus equalia addas.⁊c.erit gnomo cōstans ex tribus palellogramis q̄ sunt.c.f.f.b.⁊.f.d.eq̄lis palellogramo.a.f.quare palellogramū.c.d.ē maius palellogramo.a.f.i palellogramo.e.f.qḋ ē propositū.Idē etiā cēt si sup̄ficies.a.f.fieret altior sup̄ficie.c.d.vt videre potes in secunda figura i qua etiā per primā huius.a.g.ē equale.g.b.dēptis itaqꝫ vtriqꝫ duobus supplemētis superficiei.f.b.excedet palellogramū.c.d.palellogramum.a.f.in palellogramo.f.e.

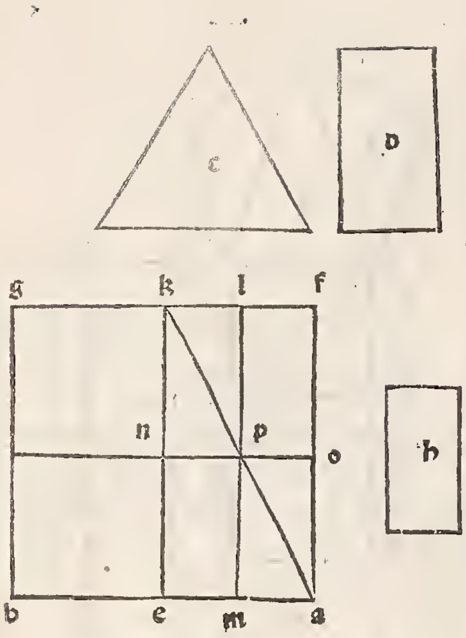
Propositio .27.

Trilatera superficie ꝓposita equū ei sup quēlibet assignatā lineā palellogramū designare cui desit ad cōplēdā lineam alij sup̄ficiei ꝓposite sil'e palellogramū qḋ scōm eiusdē sitū esse paralellogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.





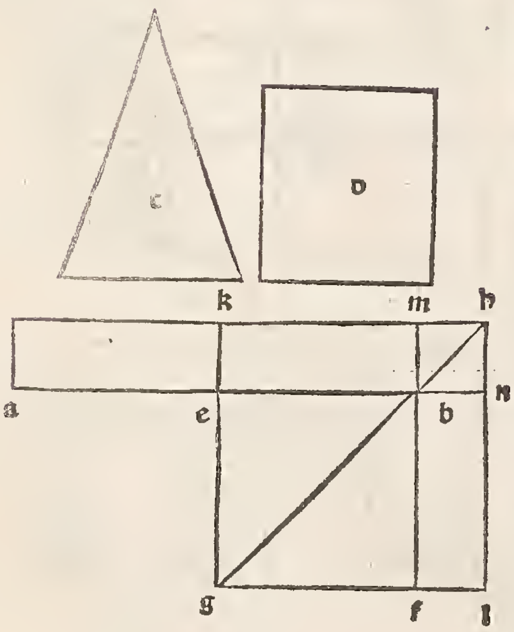




¶ Sit assignata linea.a.b.⁊ propositus triangulus.c.propositūq; palellogramum d.volo super lineam.a.b.designare palellogramū equale triangulo.c. ita ꝙ desit ad cōplendam lineam.a.b.paralellogramū simile.d.⁊ sit ita conditionatū. ꝙ tri/angulus.c.non sit maior palellogramo simili.d.collocato sup dimidiū linee.a.b. alioquin ad impossibile laborarēt per premissam. Diuido igitur lineā.a.b.per e/qualia in puncto.e.⁊ secundum doctrinam.19.huius.super eius medietatem.e.b constituo paralellogramu;.e.f.simile.d. ⁊ complebo super totam lineam.a.b.pa/ralellogramū.b.g.quia igitur.c.non est maior paralellogramo. e.f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis.erit palellogramū.e.g.quale intendit p.36.p̄mi coadiuuāte p̄ma pte.9.⁊ p diffinitionē siliū supficierū ⁊.20.hui⁹. Si aūt mior sit mior in superficie aliq̄ cui eq̄lis ⁊ silis.d.fiat s̄m doctnā;.25.huius que sit h.eritq;.h.similis.e.f.per.20.huius.quare per conuersionem diffinitionis equian gula sibi ⁊ proportionalium laterum:protrabam igitur in palellogramo.e. f.dia/metrum.b.k.⁊ resecabo latera.k.f.⁊.e.k.superficiei.e.f.ad mensurā laterum sup/ficiei.h.protractis lineis.l.m.⁊.n.o.equidistantibus lateribus superficiei.e. f.se/cantib⁹ se in pūcto.p.vt supficies.k.p.sit equalis ⁊ similis supficiei.h.eritq; p.23. huius punctū.p.in diametro.k.b.protracta itaq;.o.n.vsq; ad.a.g.dico paralello gramū.a.p.esse q̄le ꝓponit̄.Deest eni sibi ad cōplemētū linee.a.b.pallelogramū p.b.qđ per.22.⁊.20.huius est simile palellogramo.d. Sed ipsū etiā palellogramū a.p.est equale triangulo.c.Est enim per primā huius.a.n.equale.n.b. ergo p.43. primi: ⁊ hanc cōmunem scientia;:si equalibus equalia addas.⁊c.paralellogramū a.p.est equale gnomoni.n.b.l.⁊ quia iste gnomo est equalis triangulo.c. propter id qđ paralellogramū.e.f.positum fuit esse maius triangulo.c.in paralellogramo h.qđ est equale paralellogramo.k.p.patet ꝓpositum.

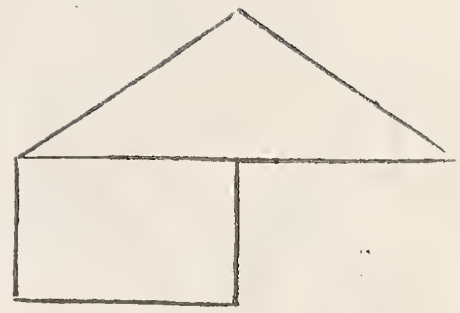
Propositio .28.

Super datam lineam date superficiei trilatere equum pa/ralellogramum constituere .qđ addat super cōpletionem date linee superficiem equidistantium lateru; date super/ficiei equidistantium laterum similem.



¶ Sit vt prius data linea.a.b.⁊ datus triangulus.c.datumq; para/lellogramum.d.volo super lineam.a.b.constituere palellogramū equale triangu/lo.c.qđ addat super totam lineā.a.b.palellogramū simile.d.diuido lineam. a.b.p equalia in puncto.e.⁊ super eius medietatem.e.b.facio.e.f.similem.d. s̄m qđ do/cet.19.huius. ⁊ s̄m doctrinam .25.huius.facio.k.l.cui⁹ diametrū.g.h. similem.d ⁊ equalem duabus superficiebus.e.f.⁊.c.eritq; per.20.huius.k.l.similis.e.f. sup/posita igitur superficie.k.l.supficiei.e.f.ita ꝙ ābe cōmunicēt in angulo.g.erit per 23.huius superficies.e.f.consistens circa diametrum superficiei.k.l.quare pūctū b.est in diametro.g.h.cōplebo igitur palellogramū.a.h.qđ dico esse quale ꝓpo/nitur.qđ cōstat ꝓtractis linea.f.b.vsq; ad.m.⁊ linea.e.b.vsq; ad.n.Est enim per primam partem huius.a.k.equale.k.b.⁊ ideo per.43.primi ē etiā eq̄le.n.f. addi/to ergo vtriq;.e.b.erit p cōe; sciam.a.h.equale gnomoni. e.h.f. sed iste gnomo ē equalis triangulo.c.quia paralellogramū.k.l.positum fuit equale duab⁹ superfici ebus.c.⁊.e.f.ergo palellogramū.a.h.ē eq̄le.c.⁊ addit ad cōplemētū linee.a.b.pa lellogramū.m.n.ꝙ p.22.⁊.20.h⁹ ē sile palellogramo.d. q̄re ꝯstat pfectū esse quod

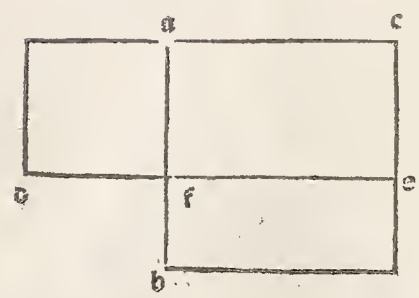
volumus. Possumus aūt ad lineā datā adiungere palellogramū equale nō solū triatlere superficiei posite. sed ⁊ cuilibet rectilinee figure proposite quecunqꝫ ipsa fuerit cui desit ad cōplendā lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut docꝫ premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante premissam. vel ꝙ addat ad cōplendam lineam superficiē equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit cōclusio presens. propositam enim superficiem cui equale paralellogramū debet ad lineā datam adiungi. qḋ addat aut diminuat ad completionem linee paralellogramū simile paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ⁊ ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. hoc autem qualiter fiat: ⁊ si scire volueris. require. 25. huius. dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum cōstituemus quē si. 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ⁊ superficiei proposite: huic ergo triangulo si equale paralellogramū ad lineam datam adiunxeris qḋ addat ad complementum linee aut minuat paralellogramū simile paralellogramo dato secundum ꝙ docet hic et premissa: quod propositum erat te pfecisse non dubites.



Propositio .29.

Quamlibet lineam propositam secundū proportionem habentem medium. duoqꝫ extrema secare.

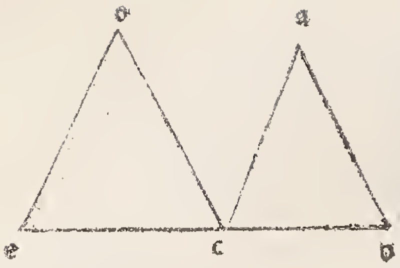
¶ Sit proposita linea. a. b. qꝫ volo diuidere secundū proportionem habentem medium ⁊ duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c. ⁊ ad eius latus. a. c. adiungo ꝫm qḋ docet premissa paralellogramū c. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad cōplementū linee. a. c. paralellogramū. a. d. ꝙ sit simile. b. c. sitqꝫ latus palellogrami. c. d. qḋ equidistat. a. c. d. e. ⁊ secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineā. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est enī a. d. quadratum propter id qḋ est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed ⁊. f. e. est equalis. a. b. propter id qḋ est equalis. a. c. per. 34. primi: ⁊ quia. c. d. equale. b. c. dempto vtrūqꝫ. c. f. erit. a. d. equale. e. b. ⁊ angulus. f. vnius angulo. f. alterius. ergo per. 13. huius latera sunt mutekesia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ⁊ q2. e. f. est equalis. a. b. ⁊. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. ꝫm qḋ docꝫ. 11. secundi: sitqꝫ. e. b. qḋ continetur sub tota. a. b. ⁊ eius parte. f. b. ita ꝙ. f. e. sit equalis. a. b. ⁊. a. d. sit quadratum. a. f. est itaqꝫ per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. qḋ restat arguere ut prius: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum qḋ docet. 11. secundi. qḋ fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partē 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundā ad. f. b. tertiā per diffinitionem itaqꝫ diuisa est. a. b. vt proponitur.



Propositio .30.

Si fuerint duo trianguli super vnū angulū ꝯstituti quorū duo latera angulū illuꝫ continentia duobus alijs eorum lateribus equidistēt. fuerintqꝫ illa quatuor latera scđm equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super vnā lineam rectam cōstitutos esse necesse est.

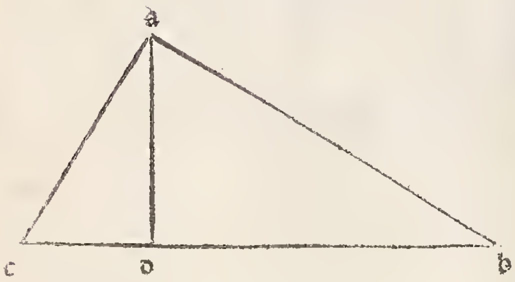
¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. ꝯstituti sup angulū. a. c. d. sitqꝫ. a. c. equidistās



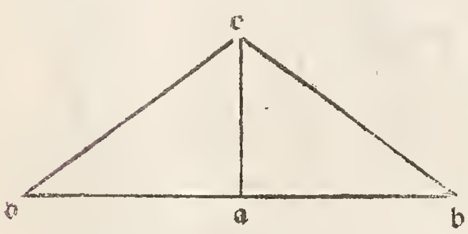
d.e.z.d.c.a.b..z sit proportio.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico q due bases eorum.b.c.z.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d .quia vterqz eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per presenté ypothe.z.6.huius ipsi trianguli sunt equianguli. z angulus. b. est equalis angulo d.c.e.z angulus.a.c.b.angulo.e.quare per .32.primi:tres anguli qui sunt. ad.c. sunt equales duobus rectis:ipsi eni equant tribus angulis vtriuslibet duorum triangulorum:ergo p.14.primi.b.e.est linea vna:quod est propositum.

Propositio .31.

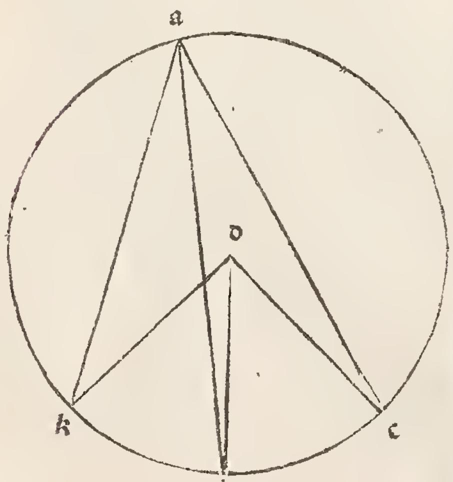
In omni triangulo rectangulo superficies lateris q subtenditur angulo recto equalis est superficiebus duorũ laterum angulum rectum continentium pariter acceptis.cũ fuerint similes ei in lineatione z creatione:



¶ Qd proponit penultia primi de superficieb⁹ quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tãto vniuersalior quãto superficies laterata q̃drato.¶ Sit itaqz triangulus rectangulus.a b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico q superficies constituta super latus.b.c .est equalis duabus superficiebus constitutis super.a.b.z.a.c. cũ omnes tres superficies fuerint similes in figura z situ:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c. eritqz per secundã partem correl.8.huius proportio.b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c. z.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaqz super quãlibet triũ linearum.b.c.c.a.z.a b.fiat supficies similis alijs in figura z situ.erit per correl.17.huius proportio superficiei cõstitute sup.b.c pmã.ad cõstitutã sup.c.a.scdaz sicut.b.c.pme ad.d.c.tẽiã z ité eiusdé supficiei cõstitute sup b.c.pmã ad cõstitutã sup.a.b.scdaz sicut.b.c. pme ad.d.b.tẽiã p idé correl.q̃re p cõuersã proportionalitaté supficiei.a.c.ad supficié.c.b sicut.c.d.ad.c.b.z silr supficiei.a.b.ad sfficié.b.c.sicut .b.d.ad sfficié.b.c.z ponat a.c pmaz.c.b.scda z q̃rta z.c.d.supficies tẽia.z.a.b. supficies quita. z.b.d. supficies sexta.z arguat p .24.quiti qd proportio superficiei constitute super.b.c. ad. duas supficies constitutas super.c.a.z.a.b.simul.é sicut.b.c.ad.c.d.z .d.b.simul quia igitur .b.c.est equalis duabus lineis.c.d.z.d.b.simul sumptis .erit superficies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.z.a. b.simul sũptis:qd est propositũ.¶ Cõuersam quoqz huius possumus facile demonstrare per modũ demõstrationis vltime primi.sit eni triangul⁹.a.b.c. sitqz superficies constituta sup.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas lineas.a.b.z.a.c.sibi similibus.dico q angulus.a.est rectus:ponã enim angulũ.c.a. d.rectũ.z lineã.a.d.eq̃lé.a.b.z claudo sfficié ducta linea.d.c.eritqz p hãc.31.supficies cõstituta sup .c.d.eq̃lis duab⁹ cõstitutis sr duas lieas.c.a.z.a.d.sibi silib⁹.q̃re etiã cõstitute sup.b.c.sibi sili.hec eni posita é eq̃lis duabus cõstitutis sup.a.b.z.a c.sibi silibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus. a. é rectus qd est propositum.



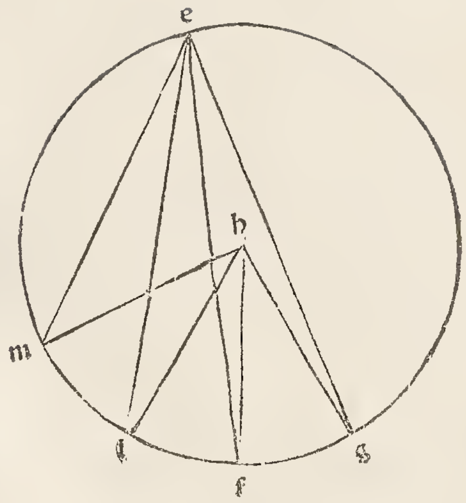
Propositio .32.



Si in circulis equalibus supra centrũ siue supra circũferẽtiam anguli consistant .erit angulorum proportio tanq̃ proportio arcuũ illos angulos suscipientium.

¶ Sint circuli.a.b.c.cuius centrũ.d.z.e.f.g.cuius centrũ.h. eq̃les: sup quoꝝ centra fiant duo anguli.b.d.c.z.f.h.g.z sup eoꝝ circũferẽtias alij duo qui sint.b.a.c.z.f.e.g.dico q proportio anguloꝝ tã eoꝝ q̃ sũt sup cẽtra

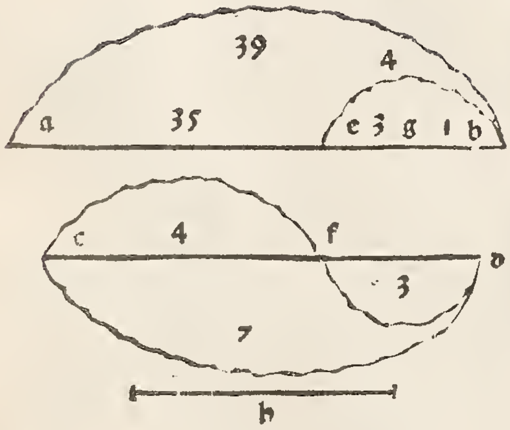
q̃ꝫ eoꝛum qui ſuper circūferentias: eſt ſicut arcus.b.c.ad arcum.f.g.cōtinuabo eni illis duobus arcubus alios arcus equales.ſiue ſcdm eundē numerum: ſiue ſecundū diuerſos: ſitqꝫ arcus.k.b.equalis.b.c.ꝛ vterqꝫ duoꝛum arcuum.l.m.ꝛ.f.l.equalis f.g.ꝛ pꝛoducam lineas.k.d.k.a.m.h.l.h.m.e.ꝛ.l.e. eruntqꝫ per.26.tertij anguli qui ſunt ad.d.adinuicem equales. Similiter quoqꝫ ꝛ qui ſunt ad.h.adinuicē equales. Idem etiam de his qui ſūt ad.a.ꝛ de his qui ſūt ad.e. ſicut igiť arcus.k.c. eſt multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c.ꝛ angulus.k.a.c.anguli.b.a c.ſimiliter ſicut arcus.m.g.eſt multiplex arcus.f.g.ita angulus.m.h.g.anguli.f.h. g.ꝛ angulus.m.e.g.anguli.f.e.g.ſed ſi arcus.k.c.eſt equalis arcui. m.g. angulus k.d.c.eſt equalis angulo.m.h.g.ꝛ angulus.k.a.c.angulo.m.e.g. ꝛ ſi maioꝛ maiores.ꝛ ſi minoꝛ minoꝛes per.26.tertij.per diffinitionem itaqꝫ incontinue pꝛopoꝛtionalitatis pꝛopoꝛtio arcus.b.c.ad arcum.f.g.eſt ſicut anguli.b.d.c. ad angulū f.h.g.ꝛ ſicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g.quod eſt pꝛopoſitum. Idem intelli ge in eodem circulo. Explicit liber ſextus. Incipit liber ſeptimus.



Vnitas eſt qua vna queqꝫ res vna dicitur. ¶ Numerus eſt multitudo ex vnitatibus cōpoſita ¶ Naturalis ſeries numeroꝛum dicitur in qua ſecundū vnitatis additionem fit ipſoꝛum computatio. ¶ Differentia numeroꝛum appellatur numerus quo maioꝛ habūdat a minoꝛe. ¶ Numerus pꝛimus diciť qui ſola vnitate metitur. ¶ Numerus compoſitus dicitur quē alius numerus metitur. ¶ Numeri contra ſe pꝛimi dicunť.qui nullo numero excepta ſola vnitate numerantur. ¶ Numeri adinuicem compoſiti ſiue cōmunicantes dicuntur .quos alius numerus q̃ꝫ vnitas metitur.nulluſqꝫ eoꝛum eſt ad aliū pꝛimus. ¶ Numerus per alium multiplicari dicitur.qui totiens ſibi coacervatur. quotiens in multiplicante eſt vnitas. ¶ Pꝛoductus vero dicitur qui ex eoꝛum multiplicatione creſcit. ¶ Numerus alium numerare dicitur qui ſecundū aliquē multiplicatus illū ꝓducit. ¶ Pars ē numerus numeri minoꝛ maioꝛis cum minoꝛ maioꝛem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. ¶ Denominās eſt numerus ſecūdū quē pars ſumiť in ſuo toto. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. ¶ Pꝛima.ſimpla numeri pars eſt vnitas. ¶ Quando duo numeri partem habuerint cōmunem tot partes maioꝛis dicetur eſſe minoꝛ.quotiens eadem pars fuerit in minoꝛe.tote vero quotiens ipſa fuerit in maioꝛe. ¶ Numeri ad numerum dicitur pꝛopoꝛtio minoꝛis quidem ad maioꝛem in eo quod ē maioꝛis pars vel partes. Maioꝛis vero ad minoꝛem ſecundū ꝙ eū continet ꝛ eius partem vel partes. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri cōtinue ꝓpoꝛtionales diceť ꝓpoꝛtio pꝛimi ad tertiū ſicut pꝛimi ſcdm duplicata ad q̃rtū vero triplicata. ¶ Cū cōtinuate fuerit eedē vel diuerſe ꝓpoꝛtiones diceť ꝓpoꝛtio pꝛimi ad vltimū ex omnibꝰ cōpoſita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel partes: prout maior superfluit. ¶ Similes siue vna alij eadem dicūtur proportiones que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maiorē. Minor autem que minorem. ¶ Numeri vero quoꝝ ꝓportio vna: ꝓportionales appellantur. ¶ Termini siue radices dicunt̄ quibus in eadē ꝓportione minores sumi īpossibile est. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vł multiplices. ¶ Quolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorem. ¶ Seriem numerorum in infinitum posse procedere. ¶ Nullu numeꝝ in infinitū posse diminui. ¶ Cōmunes animi cōceptiones sunt decē. ¶ Omnis pars minor est suo toto. ¶ Quicunq; eiusdē siue equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoq; erūt eq̄les. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorū eque multiplices fuerint equales: ⁊ ipsi etiam erunt equales. ¶ Omnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. ¶ Omnis pars est minor que maiorē habet denominationē: maior vero que minorem. ¶ Quilibet numerus totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. ¶ Quicunq; numer⁹ in vnitatem ducitur. seipsum producit. Unitas quoq; in quēcūq; ducta producit eundem. ¶ Quicunq; numerus numerat duos: numerat quoq; cōpositum ex illis. ¶ Quicunq; numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Quicunq; numerus numerat totum ⁊ detractum: numerat residuum.

Propositio .1.

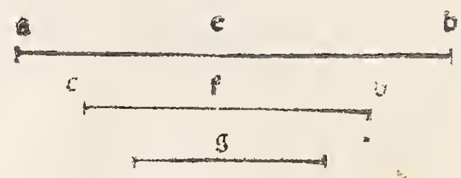


SI a maiore duorum numeroꝝ minor detrahatur. donec minus eo supersit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: Iteq; a reliquo primo reliquū secundū quousq; minus eo supersit: atq; in huiusce modi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui autem relictum numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

¶ Sint duo numeri. a. b. ⁊. c. d. c. d. minor detrahaturq;. c. d. ex. a. b. quotiens potest: ⁊ sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrahatur ⁊ ipse. e. b. ex. c. d. quotiens potest. sitq; residuū. f. d. sed ⁊. f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest: ⁊ si residuum. g. b. q sit vnitas. dico tunc duos numeros. a. b: ⁊. c. d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. h. ⁊ quia. h. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimā cōceptionē: ⁊ quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per vltimā cōceptionē. ergo ⁊. c. f. per penult. quare ⁊. f. d. per vltimā. ergo ⁊. g. e. per penult. ergo ⁊. g. b. p vlt. ⁊ quia. g. b. est vnitas. sequit̄ numerum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a. b ⁊. c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Qđ si duo numeri. a. b. ⁊. c. d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status anteq̄; ad vnitatem ꝑueniatur. Et est istud conuersum eius q auctor proponit. Si autē in hac mutua

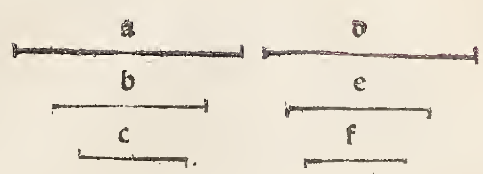
detractionē fuerit status anteq̄3 perueniatur ad vnitatem:sit vt.g.b.sit numerus que detrahatur ab.f.d.ꝛ nihil sit residuū.igitur.g.b.numerat.f.d.ergo p penul'. concept.numerat ꝛ.e.g.ꝛ quia etiam numerat se ipsū numerabit p antepenul'. cōcept.totum.e.b.ergo per penul'.numerat.c.f.sed ostensum est prius ꝙ numerat.f d.ergo per antepenul'.numerat totum.c.d.quare p penul'.numerat.a.e.ꝛ q2 ostēsum est prius ꝙ etiā numerat.e.b.sequitur per antepenul'.vt etiam numeret. a.b. quia igitur numerus.g.b.numerat vtrūq3 duoꝝ numeroꝝ.a.b.ꝛ.c.d.numeri.a.b ꝛ.c.d.sunt cōpositi:nō igitur contra se primi qđ est contra ypothe. ¶ Per hanc ergo viam propositis quibusq3 duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi.si enim tali facta mutua detractione perueniat' ad vnitatem.ipsi sunt contra se primi.Si autem sit status anteq̄3 perueniat' ad vnitatē ipsi sunt compositi.

Propositio 2



Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cōmunem eos numerante inuenire. Ān manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numeꝝ maximum ambos numerantem. ¶ Sint duo numeri cōpositi.a.b.ꝛ. c.d.minoꝛ.c.d. q2 ḡ numerat eos cōmuniter aliquis numerus p diffinitionē. volo inuenire maximū numerū eos cōmuniter numerātē. ẜm modū ꝛ similitudinē prioris:minuo miorē de maiori quoad possum.videlicet.c.d.de.a.b.ꝛ sit residuū.c.b. itemq3.e.b.de.c.d.quoad possum.ꝛ sit residuū.f.d.ꝛ quia huius diminutio nō pōt fieri īfinities per vltimā petitionem:nec pōt etiā ad vnitatē peruenire in proposito per precedentē.quia tunc essent numeri ꝓpositi cōtra se primi. qđ est contra ypoth .sit ut cū detraxero.f.d. ex.e.b.quoad potero ꝙ nihil sit residuū.dico tunc.f.d.esse maximū numerum numerantē.a.b.ꝛ.c.d.Qđ eni numeret eos patet per penul'.ꝛ antepenul'. cōcep. alternatim quotiens opoꝛtuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedētis.Numerat eni.f.d.e.b.q2 cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil fit residuū ergo ꝛ.c.f.per penul'.cōcep.ergo ꝛ.c.d.p antepenul'.quare ꝛ.a.e.per penul'.igitur ꝛ.a.b.per antepenul'.Qđ aūt nullus maioꝛ.f.d.numeret.a.b.ꝛ.c.d.sic patet. Si enim fieri potest:sit numerus.g.maioꝛ.f.d.numerās vtrūq3 duoꝝ numeroꝝ.a.b. ꝛ.c.d.quia igitur.g.numerat.c.d. numerabit per penul'. concep.a.e. ꝛ q2 numerat.a.b.numerabit per vltimā.e.b.ergo per penul.numerat.c.f.ꝛ quia etiam numerat.c.d.numerabit per vlt.f.d.maioꝛ videlic3 minoꝛē:quod est impossibile. Ex hoc scđo ꝓcessu liquet coꝛel'.

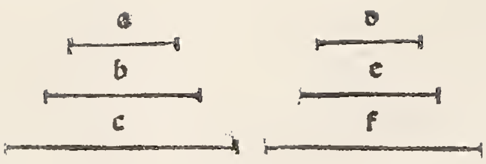
Propositio



Propositis tribus numeris adinuicem cōpositis maximū numeroꝝ eos cōiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̄3 hanc tertiā cōclusionē demōstremus: demōstrandū arbitramur ipsi⁹ aūs:videlicet ꝓpositis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicē compositi. ¶ Sint itaq3 tres numeri.a.b.c.de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi.per primā igitur inquiro an duo primi qui sunt.a.ꝛ. b.sint adinuicē p̄mi:qđ si sic nō erūt.a.b.c.ad inuicē cōpositi.p diffinitionē.Si aūt.a.ꝛ.b.sūt adinuicē cōpositi:sit per precedentem.d.maxim⁹ numerus eos numerās:qui si numerat.c.erūt per diffinitionē.a.b c.adinuice3 compositi.Si autē nō numerat ipsū.s3 ipsi.c.ꝛ.d.quidē sunt contra se primi.nō erunt.a.b.c.adinuicem cōpositi.Nā quicūq3 numeraret eos:numeraret

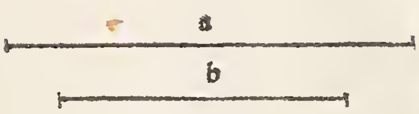
etiam.d.p correl.precedentis.sicq3 essent.d.z.c.cópositi qð est contra ypothe. Si auté.c.z.d.sunt cópositi erunt etiá.a.b.c.adinuicé cópositi. Sit eni per premissá e.maximus numerans.c.z.d.qui etiá p penult.cócep.numerabit.a.z.b.quare per diffinitioné.a.b.c.sunt adinuicé cópositi. ¶Sic quoq3 mõ scietur ppositis quotlibet pluribus q̃3 tribus an omnes sint ad inuicem cópositi. Propositis itaq3 trib⁹ qui sunt adinuicem compositi.qui etiam sint.a.b.c.volo inuenire maximũ numerum numeranté omnes. Sũmo bm doctriná premisse.d.maximũ numeranté.a.z b.qui si numerat.c.ipse est qué querimus.alioquin per correl.precedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat.c.erũt tamé.c.z.d.adinuicem cópositi per ypothe.z correl.precedentis z diffinitioné. sit igitur maxim⁹ eos numerans.e.dico.e.esse maximum numeranté.a.b.c.Qð enim eos numeret patet per hanc vlt.ypothe.que est ipsum esse maximũ numeranté.c.z.d.z per penult.concep.Et q nullus eo maior numeret eos sic patet.sit enim si potest fieri.f.maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cũ numeret.a.z.b.numerabit p correl.premisse.d z quia etiá numerat.c.numerabit p idé correl.c.maior videlicet minorem quod est impossibile.Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerans.a.b.c.qð é propositum.¶Simili quoq3 modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos: vnde nõ oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere:quia idem est modus z ars in tribus z pluribus. Ex vltimo aũt huius demonstrationis processu:possumus etiam istud correl.huic tetrie conclusioni adijcere. Unde manifestum est q omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos:numerat maximum numerantem eos omnes.z etiam maximos numerantes binos z binos eorum.



Propositio .4.

OMnium duorum numerorũ inequalium minor maioris aut pars est:aut partes.

¶Sint duo numeri.a.z.b.b.minor.dico q.b.est pars vel ptes.a. Aut eni.b.numerat.a.aut nõ.si numerat pars eius é p diffinitioné Si nõ numerat ipsum.aut ergo sunt adinuicem primi aut nõ:si non sunt adinuicem primi:habebunt per diffinitionem partem cómune3: que quotiés fuerit in.b:tot partes.a.dicetur esse.b.per diffinitionem.si autem sint adinuicem primi:quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata.patet ide3 per vnitates.



Propositio 5.

SI fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti:erunt primus z tertius pariter accepti tota pars secundi z quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

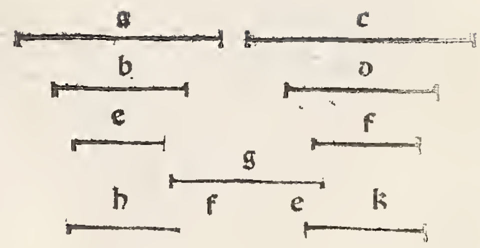
¶Uolens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: parte3 eius qð proposuit per primá quinti de quátitatibus in genere:proponit per hanc quintá huius septimi de numeris. Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitq3.b.tota pars.a.quota.d.c.dico q.b.z.d.pariter accepti sũt tota pars.a.z.c.pariter acceptoz:quota.b.est.a.diuisis eni.a.z.c.scóm quátitaté.b.z.d.argumétare sicut in prima quinti.erit eni ut totidé sunt ptes.a. quot.c.per positioné:z ut aggregatũ ex pma pte.a.z pma.c.sit equale aggregato ex.b.z.d.similiter quoq3 z aggregatũ ex scða pte.a.z scða.c. z q2 hec aggregatio



totiens potest fieri quotiens continetur.b.in.a.sequitur vt numerus equalis aggregato ex.b.z.d.totiens cōtineat in aggregato ex.a.z.c.quotiens. b.continetur in.a.quare constat propositū. Propositio 6

Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes scdi quote tertius quarti:erunt primus z tertius pariter accepti tote partes secundi z quarti pariter acceptorum. quote primus secundi.

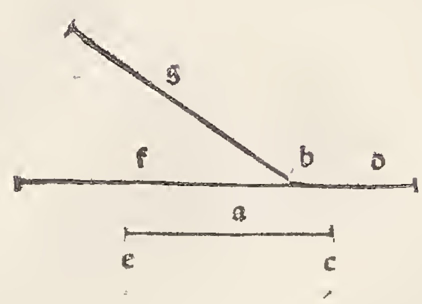
¶Qd ppofuit premissa de parte: pponit ista de partib⁹. Sint itaqz vt prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitqz ut.b.sit tot z tote ptes.a.quot z quote .d. ē.c.dico q.b.z.d.pariter accepti erunt tot z tote ptes.a.z.c.pariter acceptorum: quot z quote.b.est.a.dico aūt tot z totas:qr ptiū pluralitas duobus numeris diffinitur:quoz alter numerator dicit alter denominator:ut cū dicim⁹ tres quinte:ternarius numerat:quinarius denominat. Quia igit.b.est ptes.a. sit vt sint ptes ei⁹ numerate ab.b.z denominate a.k.eritqz similiter p positionē.d.partes.c.numerate ab.b.z denoiate a.k.Una itaqz ptiū.b.sit.e.z vna ptium.d. sit.f. eritqz per ypothe.e.pars.b .denominata ab.b.z pars.a.denominata a.k. Similiter quoqz z.f.erit pars.d.scdm.b.z ps.c.scdm.k.Cōpositus igitur ex.e.z.f. sit.g. eritqz per premissam.g.ps.b.z.d .pariter acceptoz scdm.b. iteqz per candē erit pars. a.z.c pariter acceptoz scdm.k.quare per.16.diffinitionē erunt.b.z.d.pariter accepti ptes.a.z.c pariter acceptorū numerate ab.b.z denoiate a. k.eo q eorum cōmunis pars est.g.minoris sm.b.z maioris sm.k.z quia sic erat.b.a.constat ppositum. ¶Potes autē z per hanc z premissā qd pponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: q si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cōparent fueritqz singule singuloz tota pars aut partes:quota vel quote primus scdi:erunt quoqz omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptoz quota vel quote primus scdi.qd facile probatur p hanc z premissam: quotiens oportuerit repetitas.Et si crederemus esse intentionē euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationē eoz:que hic proponit ex.13.quinti:facile demōstrassem⁹ hanc sextam .Nunc autem qr videt oppositū aliter enī superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere.Necesse habuimus proprijs vti demonstrationibus tanquā ex prioribus nihil sumentes:solis huius septimi contenti principijs:propter qd z petitiones z cōes animi cōceptiones ppositi proprias nō incōuenienter huius septimi principio apposuimus.



Propositio .7.

Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrabaturqz ab ambob⁹ ipsa ps: erit reliquus tota ps reliqui quota totus totius.

¶Qd proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti.de quantitatibus in genere. Sit itaqz ut quota pars est totus.a.totius.b.tot⁹ sit.c.detractus ab.a.d.detracti .a.b. dico q tota erit.e.residuus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b.z hec est quasi cōuersa quinte.Sit enim p petitionē .e.tota ps .g.quota.c.est.d.eritqz p.5.tota ps.a.cōpositi ex .g. z.d.quota est.c.d.quare z quota ē.a.b.igit per scdam cōceptionē cōpositus. ex.g z.d.est equalis.b.dempto itaqz ab vtroqz numero.d.erit.g. equalis.f. quare erit

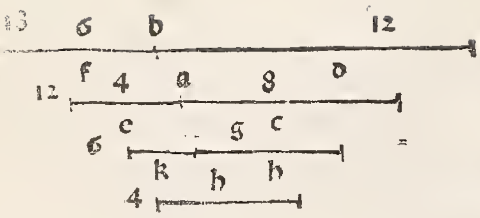


.tota pars.f.quota est.a.b.tota enim erat.e.g.quod est propositum.

Propositio 8

SI a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahatur:erit reliquus reliqui eedē partes qui est totus totius.

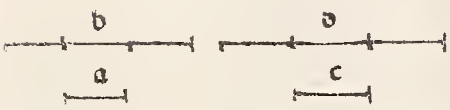
¶ Hec est quasi cōuersa sexte:vt si sit quot ⁊ quote ptes est totus.a.totius.b.tot ⁊ tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.c.residu⁹.a tot ⁊ tote ptes.f.residui.b.quot ⁊ quote ē.a.b.Sit eni.g.vna ptiū.a.⁊.b.vna partium.c.eritq₃ ꝑpter ypoth.g.tota ps.a.quota.b.c.⁊ tota.b.quota.b.d.detrahat̄ igitur.b.de.g.⁊ remaneat.k.eritq₃.k.p pmissā tota pars.e.quota.g.a.⁊ tota.f.p candē quota.g.b.quia igitur.e.⁊.f.habent partē cōmunē que ē.k.erit per.16.diffinitionē.e.ptes.f.tot quidē quota pars est.k.e.⁊ tote quota est.k.f.⁊ quia tot et tote erat.a.b.patet propositum.



Propositio 9

SI fuerint quatuor numeri quoꝝ prim⁹ scdi tota ps quota tertius quarti:erit pmutatim tota ps aut ptes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

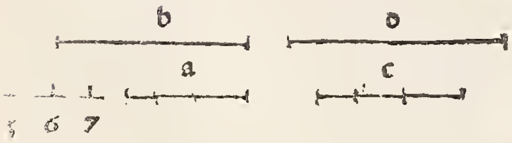
¶ Sit.a.primus tota pars.b.scdi quota.c.tertius.d.quarti.sintq₃ a ⁊.b.minores.c.⁊.d.aliter eni esset econuerso ei qd proponit.dico q quota pars vel ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidant̄ eni.b.quidē ſm quātitatē.a.d.vero ſm.c.eruntq₃ per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d.⁊ q₃ vnaqueq₃ ptium.b.est equalis.a.⁊ vnaq̄q₃.d.c.est autē.a.c.ps aut ptes per presentē ypoth.⁊ per quatuor erit vnaq̄q₃ partium.b.sue cōparis ex partibus.d.ut prima prime scda scde:sicq₃ de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est.a.c.per.5.igitur vel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas:erit tota pars aut ptes b.d.quota vel quote est.a.c.quod est propositum.



Propositio 10

SI fuerint quatuor numeri quoꝝ primus tote ptes secūde quote tertius quarti:erit pmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

¶ Sint quatuor numeri ut prius quoꝝ similiter minores sint.a.et.b.sitq₃.a.tote ptes.b.quote.c.est.d.dico q quota pars aut ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidantur enim minores in partes illas qui sunt.a.⁊.c.eruntq₃ per presentē ypoth.tot partes.a.quot.c.⁊ quia vnaq̄q₃ ex partibus.a est tota pars.b.quota quelibet ex ptibus.c.est.d.hoc eni habemus ex nr̄a ypothe.erit permutatim per premissam:ut quota pars aut ptes ē.b.d.tota vel tote sit vnaq̄q₃ ex partibus.a.sue cōparis ex partibus.c.p quintā igitur vel.6.sub disiunctiōe quotiens oportuerit repetitas:erit tota pars aut ptes.b.d.quota vel quote ē.a.c.quod est propositum.

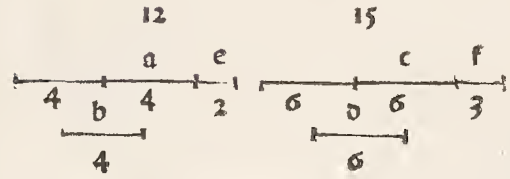


Propositio .11.

SI fuerint quatuor numeri ꝓportionales quoꝝ prim⁹ secūdo ⁊ terti⁹ q̄rto sit maior:erit scd̄s tota pars aut partes primi quota vel quote quart⁹ tertij.Qd̄ si scd̄s fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conuenict.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintq₃.a.⁊.c.maiores:dico q quota ps aut

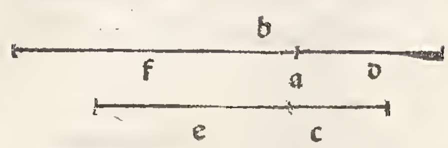
partes est.b.a.tota vel tote est.d.c.ꝛ ecõuerso:erit eni ꝑ conuersionẽ diffinitiõis similiũ ꝓportionũ vt quotiens.b.in.a.totiens sit.d. in.c. ꝛ si qua ps aut ptes.b. superfluunt in.a. tota pars aut ptes.d. supfluant in.c.si itaqꝫ contineat̃ .b.in.a. sine supfluitate ptis:qꝛ totiens sine supfluitate continet̃.d.in.c.erit per diffinitio/ nẽ siliũ ptium:quota ps.b.a.tota.d.c.ꝙ si quotienslibet continet̃.b.in .a.cuꝫ su perfluitate partis:qꝛ totiens continet̃.d.in.c.cũ supfluitate silis ptis distincto .a. ꝭm.b.ut superfluat.e.atqꝫ.c.ꝭm.d.ut superfluat.f.erit tota ps.e.b.quota.f.d. At qꝛ totiens continet̃.b.in dr̃a.a.ad.e.quotiens.d.in dr̃a.c.ad.f. erit ꝑ cõem sciam totiens.e.in.a.quotiens.f.in.c.cũ igit̃.a.ꝛ.b.habeãt.e.ptem cõmunem:siliter.c.ꝛ d.f.sit itaqꝫ.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemqꝫ.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16.dif/ finitionẽ.b.tot ꝛ tote ptes.a.quot ꝛ quote.d.c.Si aũt.b.quotienslibet continet̃ in a.cũ supfluitate quotlibet ptium:qꝛ totiens continet̃.d.in.c.cũ supfluitate totidem ꝛ similiũ ptium:distincto.a.ꝭm.b.vt supfluat.e.siliter.c.ꝭm.d.ut superfluat.f.erit e.tot ꝛ tote ptes.b.quot ꝛ quote.f.d.sumpta itaqꝫ vna ex ipsis argumentandum ut prius:sicqꝫ patꝫ primũ. ¶Scõm sic.sit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d c.dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.si eni est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis ꝭm partes illas patebit totiens esse.b.in.a. quoti/ ens.d.in.c.ꝛ totã partẽ aut ptes.b.superfluere in.a.quotã aut quote.d.supfluunt in.c.ꝑ diffinitionẽ itaqꝫ est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicqꝫ liquet totum.



Propositio .12.

SI a duobus numeris ꝭm suas proportiones duo nume/ ri detrabantur:erit proportio reliqui ad reliquum tanq̃ proportio totius ad totum.

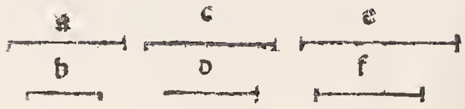
¶Qd proposuit euclides in.19.quinti.de quãtitatib⁹ in genere:pro/ ponit hic de numeris.vt si sit proportio totius.a .ad totum.b.sicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.e.residui.a.ad.f.residuũ.b. sicut.a. ad b.Si enim.a.sit minor.b.erit ꝑ presentẽ ypoth. ꝛ per cõuersionẽ diffinitiõis.c.to ta pars aut ptes.d.quota vel quote est.a.b. per.7.igitur vel.8.erit. e. tota ps aut partes.f.quota vel quote ẽ.a.b.per diffinitionẽ igitur erit ꝓportio vna: qd ẽ pro/ positũ.Qd si.a.sit maior.b.erit per primã ptem ꝓmisse quota pars aut ptes.b.a. tota vel tote.d.c.quare ꝑ.7.vel.8.tota vel tote erit.f.e.itaqꝫ per scdam partẽ pre/ misse.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare constat propositum.Cedunt aũt huic.7.ꝛ.8. hec enim sola ꝙ ambe ille continet.Volunt aũt quidã scdam partẽ huius probare per 19.quinti:sed si hoc intenderet euclides:cum ista ꝓponat particulariter qd illã vni uersaliter vane illa demonstrata in quinto ꝓposuisset hanc hic in septimo : ꝛ quia iterum non demonstrãt eam simplr̃ ꝑ.19.quinti.At vero nec modũ demonstratio nis illius possunt affirmare ad demonstrationẽ huius cum illa demonstret̃ i quan titatibus in genere.ꝑ ꝓportionalitatẽ ꝑmutatã que infra demonstratur in nume/ ris.Existimo autem ꝛ rationabiliter conuinci videtur euclidem quẽ vultũ demon/ stratoris arismetici:gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua precognitione trã/ sire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti tatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstrãda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui q̃



ea per que premisit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quātitatum incōicantium difficilia sunt: principia vero numerorū magis vltro se intellectui applicāt: faciliusq3 q̄3 illa. Egent enī illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.

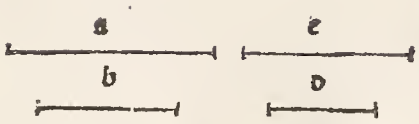
SI fuerint quotlibet numeri pportionales quantus erit vnus añs ad suū ɔsequētē: tanti erūt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.



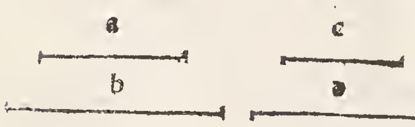
¶ Qd̄ pponit euclides p.13. quinti de quantitatib⁹ ī genere pponit p hanc de numeris: vt si sint. a. b. z. c. d. z. e. f. pportionales dico q̄ q̄ ē pportio. a. ad. b. ea est q̄. a. c. e. pariter acceptoꝝ ad. b. d. f. pariter acceptos. Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit per cōuersionē diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota vel tote. c. d. z. e. f. per. 5. ergo vel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. a. b. tota vel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptoꝝ: quare per diffinitionē pportio vna. Si autem. a. c. e. sint maiores b. d. f. erit per primam partem. 11. quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. d. c. z. f e. per. 5. ergo vel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. b. d. f. pariter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaq3 per scd̄am partem. 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

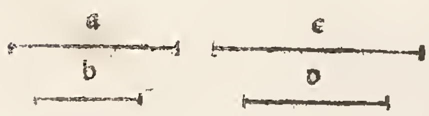
Propositio .14.

SI fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq3 proportionales erunt.



¶ Modū arguēdi qui dicitur proportionalitas permutata quā demonstrauit euclides per. 16. quinti in quātitatibus in genere: pponit hic demonstrandū i numeris: vt Si sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit enī. a. maior. b. aut minor: silr̄ quoq3 et maior. c. aut minor. Sit itaq3 primo minor vtroq3: erit ergo p presentem ypothe. et conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota vel quote. c. d. per. 9. itaq3 vel. 10. erit pmutatim. a. tota pars aut ptes. c. quota vel quote. b. d. quare per diffinitionē proportio vna. Sit igitur. a. maior vtroq3: eritq3 per primam partem 11. vt quota pars aut partes est. b. a. tota vel tote sit. d. c. quare per. 9. vel. 10. tota pars aut ptes erit. b. d. quota vel quote. c. a. igitur per scd̄am partē. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. Sit tertio. a. maior. b. z minor. c. eritq3 p primā ptē. 11. tota pars aut ptes. b. a. quota vel quote. d. c. quare per. 9. vel. 10. quota vel quote est. a. c. tota vel tote erit. b. d. per diffinitionē itaq3 pportio vna: Ultimo quoq3 sit. a. minor. b. maiorq3. c. eritq3 vt tota pars aut partes sit. c. d. quota vel quote est. a. b. per. 9. itaq3 vel. 10. erit tota vel tote. d. b. quota vel quote. c. a. quare per secundā partem. 11. b ad. d. sicut. a. ad. c. sicq3 constat propositum: huic antē cedūt. 9. vel. 10. q2 hec sola qd̄ ambe ille proponit.



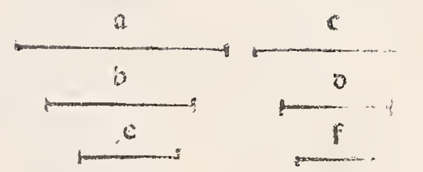


Propositio .15.

SI fuerint quotlibet numeri alijq3 scd̄m eorum numerum omnesq3 duo ex prioribus scd̄m proportionem omnium duoru3 ex posterioribus in proportione equalitatis proportionales erunt.

¶ Modū arguendi qui dicit equa pportionalitas quā demonstrauit euclides p. 22. quinti de quātitatib⁹ in genere pponit hic demōstrādū in numeris

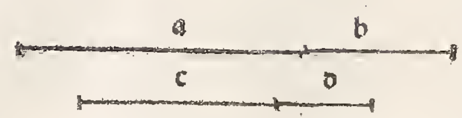
directe ꝓportiõalitatis: equã aũt ꝓportiõalitatẽ quã demõstrauit per.23.quinti: de
quãtitatibus indirecte ꝓportionalitatis non ꝓponit demõstrãdũ i numeris: sed cã
demõstrabim⁹ infra sup.19.huius. Nec est necessariũ ut ꝑdemõstremus i numeris
qd demõstratũ ẽ p.11. quinti de quãtitatib⁹ i genere videlʒ si quotlibʒ ꝓportiões i
numerisfuerint vni eq̃les vel eedẽ ipsas eẽ sibi eq̃les vel easdẽ .hoc eni manifestũ ẽ
per diffinitionẽ ut si.a.ad.c.z.c.ad.f.sit sicut.b.ad.d.erit tam.a.c.q̃ʒ.e.f.tota ps
aut partes.quota vel quote.b.d.aut totiens continebit.a.e.z.e.f.quotiens.b.d.z
tota pars aut partes superfluent.c.in.a.z.f.in.e.quota vel quote. d.in.b. qr ergo
quota pars aut ptes ẽ.a.c.tota vel tote est.e.f.aut quotiens.a.continet. c.totiens
e.f.z quota pars aut partes.c.superfluunt.in.a.tota vel tote.f.in.e.erit per diffi/
nitionẽ.a.ad.c.sicut.e.ad.f.



Sint igitur ut ꝓponitur numeri.a.b.e. z alij totidem
c.d.f.sitqʒ.a.ad.b.sicut.c.ad.d.z.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico q erit in equa ꝓpor/
tionalitate.a.ad.e.sicut.c.ad.f.erit eni per premissam.a.ad.c.sicut.b.ad.d. sed z
b.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.a.ad.c.sicut.e.ad.f.igit̃ per eandẽ.a.ad.e.sicut.c.ad.f
idẽ erit sumptis plurib⁹: sicqʒ cõstat ꝓpositũ.¶ Qm̃ aũt euclides ceteras quatuor
species ꝓportiõalitatis que sunt conuersa: coniũcta: disiuncta: euersa :non ꝓponit
demonstrandas in numeris: cõueniẽs arbitramur eas quas auctor tanq̃ʒ facile de
monstrabiles ꝑtermisit demonstrare: Primũ itaqʒ demonstrabimus conuersã: vt
si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit ecõuerso.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si eni fuerit.a
minor b.tunc quoqʒ erit.c.minor.d.z tota pars aut partes. a.b .quota vel quote
c.d.quare per scd̃am ptem.11.erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si autem fuerit.a.maior.b.
erit quoqʒ z.c.maior.d.z per primam partem.11.b.tota pars aut partes.a.quota
vel quote.d.c.per diffinitionem igitur.b.ad.a.sicut.d.ad.c.

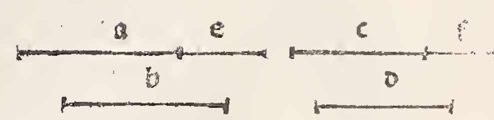


¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere. ¶ Ut si sit.a.b.ad. b.si
cut.c.d.ad.d.erit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit enim permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.
ad.d.z p.12.sicut.a.ad.c.qr ergo.a.ad.c.sicut.b.ad.d.erit ꝑmutati.a. ad.b. sicut
c.ad.d.



¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre
¶ Ut si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. erit eni ꝑmutatim
a.ad.c.sicut.b.ad.d.quare p.13..a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.ꝑmutatim igitur erit.a
b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. ¶ Euersam proportionalitatem restat in nume
ris stabilire. ¶ Ut si sit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad
c.erit eni ꝑmutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.q̃re p.12.sicut.a.ad.c. permutatim
igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c.patet itaqʒ totum. Ex his quoqʒ leue ẽ demon
strare i numeris q euclides ꝓponit p penul̃t.quiti de quãtitatib⁹ i genere videlʒ q

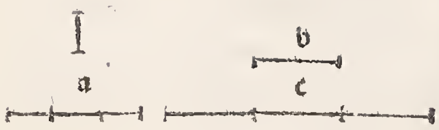
¶ Si proportio primi ad scdm̃ fuerit sicut tertij ad q̃rtũ quinti quoqʒ
ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pa/
riter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.



¶ Ut si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.itemqʒ.e. ad.b.sicut.f.ad.d.erunt.a.z.e. pariter
accepti ad.b.sicut.c.ad.f.pariter accepti ad.d.erit enim per conuersam proportio
nalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut
c.ad.f.ergo coniunctim.a.z.e.ad.e.sicut.c.z.f.ad.f itaqʒ per equã proportiona/
litatem.a.z.e.ad.b.sicut.c.z.f.ad.d.quod est propositum. Eodemqʒ modo pro/
babis ecõuerso .si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itẽqʒ.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit.b. ad.a.
z.e.sicut.d.ad.c.z.f.erit enim per conuersam proportionalitatẽ. a.ad.b. sicut.c.
ad.d.quare per equam.a.ad.e.sicut.c.ad.f.z coniunctim.a.z.e ad.e.sicut. c.z.f.

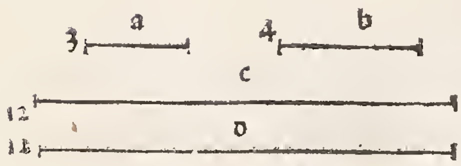
ad.f.igitur ecõuerso.e.ad.a.⁊.e.sicut.f.ad.c.⁊.f.per equã itaq₃ proportionalita/tem erit. b.ad.a.⁊.e.sicut.d.ad.c.⁊.f.qȯ erat ꝓpositũ.Ex hoc quoq₃ manifestũ ē ꝙ si fuerit ꝓportio quotlibet numeroꝝ ad primũ sicut totidem alioꝝ ad scõm.erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad pmũ: ad pmũ sicut aggregati ex oībus añtib⁹ad scõm:ad scõm.itẽq₃ ecõuerso si fuerit ꝓportio pmi ad quotlibet numeros sicut scöi ad totidẽ alios:erit primi ad aggregatũ ex oib⁹ ꝯñtib⁹ ad ipsũ:sicut scöi ad aggregatũ ex oib⁹ ꝯñtib⁹ ad ipsũ. Propositio .16.

SI numeret vnitas aliquẽ numeꝝ quotiẽs quilibet tertius aliquẽ quartũ:erit quoq₃ pmutati ut quotiẽs vnitas numerat tertium totiens secũdus numeret quartum.



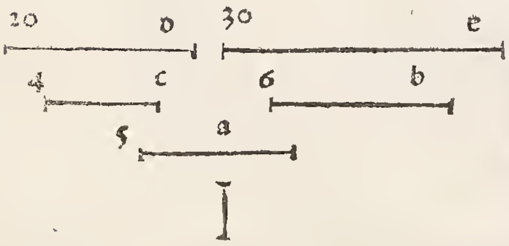
¶Ut si sit vnitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit pmutatim vnitas ad. b.si/cut.a.ad.c.Non supfluit aũt hec demonstrata pmutata ꝓportione: non enĩ ex illa pót cõcludi qȯ hic proponitur.Nã illa demonstrata est de.4.numeris ꝓportionalibus:vnitas vero nõ est numerus p diffinitionẽ:hoc ergo mõ pateat propositum.diuidaᷣ.a.p vnitates ⁊.c.ᵹm quãtitatem.b.eruntq₃ per presentem ypothe.tot ptes.a.quot.c.⁊ quia vnaq̃q₃ partiũ.a .est vnitas ⁊ vnaq̃q₃ ptium.c. est equalis.b.erit ut quotiens vnitas in.b.totiens vnaq̃q₃ ptiũ.a.in sua cõpari ex ptib⁹.c.p modũ itaq₃ demõstratiõis.5.sequeᷣ totiens esse.a.in.c.quotiens vnitas in.b.qȯ est propositum. Propositio .17.

SI duorum numeroꝝ vterq₃ ducatur in alterum :qui in/de producentur erunt equales.



¶Sicut si ex.a.in.b.ꝓueniat.c.⁊ ex.b.in.a.ꝓueniat.d.erunt.c.⁊.d equales:cũ enĩ.b.multiplicatus p.a.ꝓducat.c.erit p cõuersionẽ diffinitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.ergo p premissam erit.a.in.c. quotiens vnitas in.b.⁊ q² totiens est.a.etiã in.d.q² ex.b.in.a.fit.d.sequitur ut totiẽs sit.a.i.c.quotiẽs in.d.p concept.igitur.c.⁊.d.sunt similes. Possumus quoq₃ hanc conclusionem alio modo ꝓponere:si duoꝝ numeroꝝ vterq₃ ducaᷣ in alterũ idẽ numerus vtrobiq₃ ꝓueniet:vt si ex.a.in.b.ꝓueniat.c.idẽ etiã ex.b.in.a. pro/ueniet:q² enĩ ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius p cõuersionẽ diffinitionis.b.in.c.quoti/ens vnitas in.a.Et permutatim p premissam.a.in.c. quotiens vnitas in. b. quia igiᷣ.a.totiens sibi coaceruaᷣ in.c.quotiens in.b.est vnitas:sequiᷣ p diffinitionem ꝙ ex.b.in.a.fit.c. Propositio .18.

SI vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoꝝ inde productorum alter ad alterum:quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.



¶Multiplicet.a.vtrũq₃ duoꝝ nũeroꝝ.b.et.c.⁊ꝓueniãt.d.⁊.e.dico ꝙ erit ꝓportio.d.ad.e.sicut.b.ad.c.sequiᷣ enĩ p cõuersionẽ diffini/tionis eius qȯ est multiplicari ut.b.in.d.⁊.c.in.e.sit quotiens vnitas in.a. quare p diffinitionẽ ꝓportio.d.ad.b.ẽ sicut.e.ad.c.equaliter enĩ eos continent. q² quo/tiens.a.vnitatẽ:ergo permutatim.d.ad.e.sicut.b.ad.c.quod est propositum.

Propositio .19..

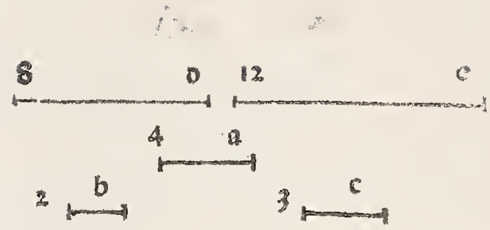
SI duo numeri vnum multiplicent :erit proportio duorũ inde ꝓductoꝝ tanq₃ duorum multiplicantium.

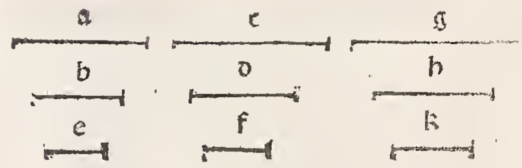
¶Ex conuersione antecedentis premisse concluditur hec eadẽ passio que in premissa:vt si vterq₃ duoꝝ numeroꝝ.b. ⁊.c. multiplicet.a.et

ꝓueniant.d.ꝛ.e.erit.d.ad.c.ſicut.b.ad.c.erit eni ꝑ ante ꝑmiſſā ut ex.a.in.b.ꝛ.c. fiāt.d.ꝛ.e:q̄re ꝑ premiſſā.d.ad.c.ſicut.b.ad.c.qđ ē ꝓpoſitū: ¶ Potes aūt qđ ꝓponit ꝑ hanc ꝛ ꝑmiſſā de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare: ꝙ ſi vnus multiplicet quotlibet erit ꝓductoꝝ ꝛ multiplicatoꝝ vna ꝓportio. Siľr quoq; ſi quotlibet multiplicēt vnū erit ꝓductoꝝ ꝛ multiplicantium vna ꝓportio qđ ꝑ hāc ꝛ premiſſā quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. hic aūt ut ſupra pollitici ſumus demōſtrare volumus equā ꝓportionalitatē in quotlibet numeris duoꝝ ordinū indirecte ꝓportionalitatis quā demōſtrat euclides p.23.quinti ī quantitatibus in genere: dicim⁹ igitur quoniā.

¶ Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoq; in eadem ꝓportione proportionales erunt.

¶ Ut ſi ſit.a.ad.b.ſicut.d.ad.f.ꝛ.b.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit.a. ad.e. ſicut.c. ad.f. ducatur eni.c.in.d.ꝛ.f.ꝛ prouenīant.g.ꝛ.h.eritq; per premiſſam.g.ad.h. ſicut.d ad.f.quare ꝛ ſicut.a.ad.b.ducat̄.itē.f.in.d.ꝛ ꝓueniat.k.eritq; per hanc. 19.g.ad k.ſicut.c.ad. f.ꝛ q2 ex.f.in.d.fit.k. fiet idem ecōuerſo p.10.ex.d. in.f. quia igiť ex c.ꝛ.d.in.f.fiunt.h.ꝛ.k.erit ꝑ hanc.19.h.ad.k.ſicut.c.ad.d.quare ſicut. b.ad.e .et q2 iam oſtenſum eſt ꝙ ē.g.ad.h.ſicut.a.ad.b.erit p.15.a.ad.e.ſicut.g.ad.k.ſed ſic erat etiam.c.ad.f.eſt igitur.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.quod eſt propoſitum. Idem probabis ſi fuerint in vtroq; ordine numeri plures tribus quēadmodum probatur in 23.quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

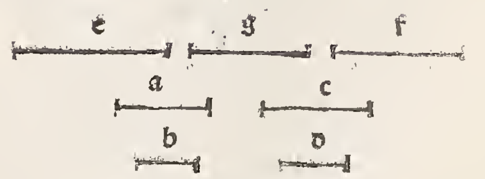




Propoſitio .20.

SI fuerint quatuor numeri proportiōales qđ ex ductu primi in vltimū ꝓducetur equū erit ei qđ ex ductu ſecundi in tertiū. Si vero qđ ex primo ī vltimū ꝓducet̄ equū ē ei qđ ex ſecundo in tertiū: illi quatuor numeri ſūt ꝓportiōales.

¶ Quod propoſuit euclides per.15.ſexti de quatuor lineis ꝓportionalibus: ꝓponit hic de quatuor numeris ꝓportionalibus. verbi gratia. Sit ꝓportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.fiatq; ex.a.in.d.e.ꝛ ex.b.in.c.f.dico ꝙ.e.ꝛ.f.ſunt equales econuerſo: ducatur enim.a.in.b.ꝛ fiat.g.eritq; per.18.g.ad.e.ſicut.b.ad.d. et q2 per.17.ex.b.in.a.fit.g.ꝛ ex eodē.b.ī.c.f.erit p.18.g.ad.f.ſicut.a.ad.c.ſed p.14. eſt.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.ſicut.g.ad.e.eq̄les igiť ſūt.f. ꝛ.e. qđ eſt ꝑmū. Nec oportet ꝑdemōſtrare ſi vni⁹ numeri ad duos ſit vna ꝓportio ꝙ ipſi ſūt eq̄les: aut ſi ipſi ſūt eq̄les ꝙ vni⁹ ad ipſos ſit vna ꝓportio. Si enim eſt vna proportio.g.ad.e.ꝛ ad.f.aut ipſe erit tota pars vel partes.e. quota vel quote idem eſt.f.ꝛ tunc per conceptionem patet.e.ꝛ.f.eſſe eq̄les: aut totiens.g. continebit.e. quotiens.f.ꝛ ſuperfluent in eo tota pars vel partes.e. quota vel quote in eodem ſuperfluent .f.ꝛ tūc etiam per conceptionē patet eos eſſe equales. Qđ ſi ipſi fuerint equales patet per conceptionē ꝙ aut.g.erit tota pars vel partes.e.quota vel quote.f.ꝛ tunc per diffinitionem erit ipſius.g.ad vtrumq; eorum proportio vna: aut equaliter continebit vtrunq; cum ſuperfluitate ſimilium ꝛ tot numero partium: ꝛ tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrunq; proportio vna. ¶ Secundū ſic patet: ſit.e.productus ex.a.in.d.equalis.f. ꝓducto ex.b.in.c.dico ꝙ ꝓportio.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d.ꝛ eſt hec conuerſa prime partis. Sit enim vt prius



g.qui fit ex.a.in.b.z quia.e.z.f.sunt eq̃les.erit.g.ad vtrũqꝫ eorum proportio vna z quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.z ad.e.sicut.b.ad.e.erit.a.ad.c.sicut.b ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Non proponit autem euclides de tribus numeris continue proportionalibus ꝙ ille qui ex ductu primi in tertium ꝓ/ducitur sit equalis quadrato medij.Et si ille qui ex primo in tertium producit̃ fue/rit equalis quadrato medij: ꝙ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis .hoc eñ facile demonstratur per hanc.20.me dio illorum trium numerorum equali assumpto:queãdmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

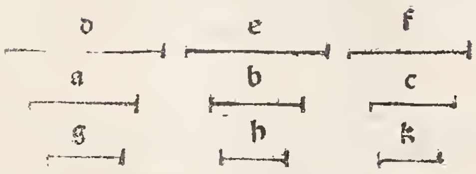
Propositio 21.



Numeri secundũ qualibet proportionem minimi: nume/rant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

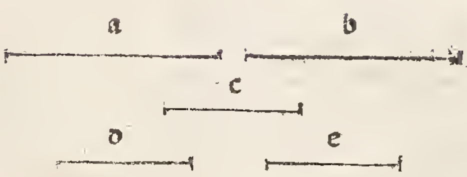
ℭSint. a.z.b. minimi numeri in sua proportione.sitqꝫ.c.ad.d. sicut.a.ad.b.dico ꝙ.a.numerat.c.z.b.d. equaliter.Cum sit enim a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit permutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d. erit igitur.a.c.to/ta pars vel partes quota vel quote.b.d. si itaqꝫ fuerit pars constat propositum: At si partes sit.e.vna partium.a.z.f.vna partium.b.z quia tota pars est.e.c.per ypothe.quota.f.d.erit per diffinitionem proportio.e.ad.c.sicut. f.ad.d. quare ꝑ/mutatim.e.ad.f.sicut.c.ad.d.quare etiam sicut.a.ad.b.non sunt itaqꝫ.a.z.b.mi/nimi sue proportionis:quod est contrarium positis. Similiter quoqꝫ:

ℭQuotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis mini mi numerant omnes in eadem proportione quisqꝫ suum correlatiuũ equaliter.



ℭUt si sint.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintqꝫ in eadem vel eisdem.d.e.f.ita ꝙ sit.d.ad.e.vt.a.ad.b.z.e.ad.f.vt.b.ad.c.dico ꝙ.a. nume rat.d.z.b.e.z.c.f.equaliter:quia enim est.a.ad.b.vt.d.ad.e.erit permutatī.a.ad d.vt.b.ad.e. et quia.b.ad.c.ut.e.ad.f.erit etiam permutatim.b.ad. e.ut.c. ad.f. quare.b.ad.e.z.c.ad.f.sicut.a.ad.d.z quia.a.b.c.sunt minores.d.e. f.erit. b.e.z c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d.Si itaqꝫ pars constat propositũ .At si par tes sit.g.vna partium.a.z.b.vna partium .b.z.k .vna.c.eritqꝫ per presentẽ ypo/the.tota pars.b.e.z.k.f.quota.g.d.quare per diffinitionẽ.h.ad.e.z.k.ad. f.sicut g.ad.d.permutatim igitur erit.g.ad.h.vt.d.ad.e.z.h.ad.k.vt.e. ad. f.quare.g. ad.h.ut.a.ad.b.z.h.ad.k.vt.b.ad.c.quia ergo.g.h.k.sunt minores.a.b.c.z i ea dem proportione sequitur contrarium positi.

Propositio .22

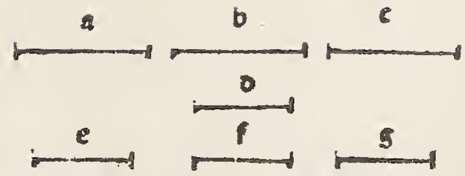


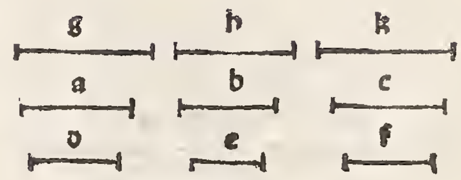
Si fuerint duo numeri scd̃m suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

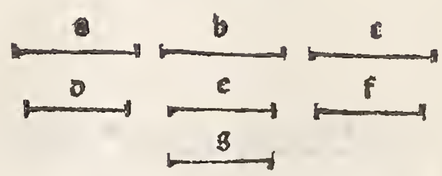
ℭSint duo numeri.a.z.b.scd̃m suaꝫ proportionem minimi. dico ꝙ ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ numeret eos.c.ƀm.d.z.e.erit qꝫ per.18. d.ad.e.sicut.a.ad.b.z quia.d.z.e.sũt minores .a.z.b.se/quitur.a.z.b.non esse sue proportionis minimos:qd̃ ẽ ꝯriũ positioni. Silr̃ quoqꝫ

ℭSi fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum ꝓportionum

siue eadē siue diuerse fuerint mīmi. nullus numerus numerabit oēs.
¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in ꝯtinuatione suaꝝ proportionū: dico ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos. d. a. quidē ſm. e. b. vero ſm. f. ⁊. c. ſm. g. eritq3 p. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. ⁊. f. ad. g. sicut. b. ad. c. q2 ergo. e. f. g. sūt minores a. b. c. ⁊ ſm ꝓportionē eorum nō erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod ē inconueniens. ¶ Quāq3 autē nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret vnus: ductoꝫetenim quolibet numero in aliquez ad se primū ac vtroq3 coꝝ in aliquē tertiū ad vtrunq3 primū: prouenient tres numeri quoꝝ quiq3 duo erunt cōpositi. Null⁹ tamē numerabit oēs. Sint eni. a. b. c. tres numeri quoꝝ quisq3 sit primus ad alios; ducatq3. a. in. b. ⁊. c. ⁊ proueniat. d. ⁊. c. itemq3. b. in. c. ⁊ ꝓueniat. f. dico quosq3 duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos tamē nullus numerabit omnes duos quosq3 p3 esse cōpositos. a. enim numerat. d ⁊. c. b. vero. d. ⁊. f. ⁊. c. e. ⁊. f. Qḋ autē nullus numeret oēs: patebit prius demōstrato ꝙ. a. est maximus numerans. d. ⁊. e. b. quoq3 maxim⁹ numerās. d. ⁊. f. ⁊. c. maximus numerās. e. ⁊. f. hoc aūt sic cōstat: si eni. a. nō ē maxim⁹ numerās. d. ⁊. e. sit itaq3. g. numeretq3. d. ſm. h. ⁊. e. ſm. k. eritq3 p sc̄dam ptē. 20. a. ad. g. sicut. h. ad. b itemq3 p eādē. a. ad. g. sicut. k. ad. c. q2 ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. ⁊. k. minor. c. ⁊ q2. h. ad. k. sicut. b. ad. c. vtraq3 eni ē sicut. d. ad. e. p. 18. bis assumptā. sunt autē: h. ⁊. k. minores. b. ⁊. c. erit p imediate sequētē ⁊ per hāc ypoth. ꝙ. b. ⁊. c. sint ꝯtra se primi reperire minimis minores: qḋ q2 ē impossibile: erit. a. maxim⁹ numerās. d. ⁊. e. Eodēq3 mō ꝓbabiť ꝙ. b. sit maximus numerās. d. ⁊. f. ⁊. c. maxim⁹ numerās. e. ⁊. f. siquis ergo numerat. d. e. f. p correľ. sc̄de ter assūptū ipse numerabit a. b. c. sed quisq3 eorū primus erat ad reliquos. Accidit igiť ipossibile. Siľr quoq3
¶ Quotlibet numeri quos vnus nō numerat sc̄m cōtinuationē suaꝝ ꝓportionū sunt minimi. ¶ Ut si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nullus numerat. dico ꝙ ipsi sunt in continuatione suaꝝ ꝓportionū minimi. Alioquin sint minimi. d. e. f. qui p. 21. numerabunt. a. b. c. quisq3 suū relatiuum equaliter. sit ergo vt sc̄m. g. eritq3 per. 17. vt viceuersa. g. numeret. a. b. c. sc̄m. d. e. f. quare accidit ꝯrium positioni.







Propositio .23.

Quilibet numeri ꝯtra se primi sūt ſm suā ꝓportoēm mīmi.
¶ Hec ē cōuersa p̄misse vt si duo numeri sint. a. ⁊. b. ꝯtra se p̄mi: ipsi erūt ſm suā ꝓportionē minimi: sin aūt sint minimi i eadē ꝓportiōe si possibile ē. c. ⁊. d. cōstat itaq3 p. 21. ꝙ. c. numerat. a. ⁊. d. b. eq̄liter sit igitur vt sc̄m. e. erit per. 17. vt viceuersa. e. numerat. a. ⁊. b. a. quidem secdū. c. ⁊. b. sc̄m. d. non sunt igiť. a. ⁊. b. ꝯ se p̄mi qḋ ē ꝯ ypoth.



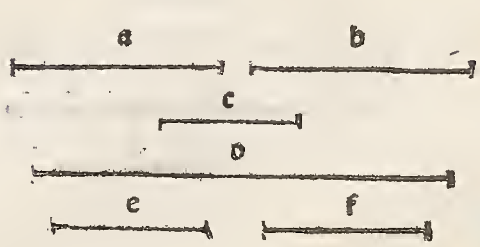
Propositio .24.

Si fuerint duo numeri cōtra se primi. si quis vnū eoꝝ numeret ad alterū eē primus necessario comprobatur.
¶ Sit. a. ⁊. b. ꝯ se p̄mi. c. vero numeret. a. dico ꝙ. c. p̄m⁹ ē ad. b. alioqui nūeret eos. d. q̄ p penuľ. ꝯcept. nūerabit etiā. a. nō sūt ğ. a. ⁊. b. ꝯ se p̄mi. d. eni numerat abos.

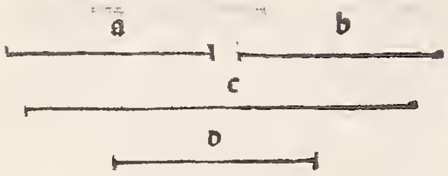


Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad aliū quēlibet primi qui ex ductu vnius in alterū ꝓducetur. ad eundem erit primus.
¶ Sit vterq3 duoꝝ numeroꝝ. a. ⁊. b. primus ad. c. ⁊ ex. a. in. b. sit. d dico ꝙ. d. est primus ad. c. aliter eni numeraret eos. e. d. q̄dā ſm. f.



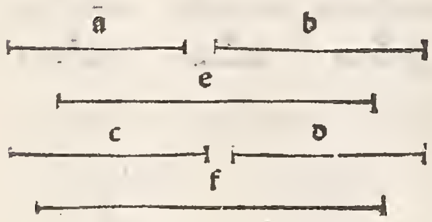
eritq₃ p scđam ptē.20.a.ad.c.sicut.f.ad.b.ꝛ qꝛ.a.ꝛ.c.sūt pmi ꝛ.e.numerat.c.ipse erit p.24.primus ad.a.q̄re p.23.a.ꝛ.e.sunt scđm suā ꝓportionē minimi:sequit̄ ergo p.21.ut.e.numeret.b.ꝛ qꝛ positū ē ꝙ ipse numeret.e.nō erunt.b.ꝛ.c.ꝯ se pmi:qđ est contra ypothe.



Propositio .26.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eoꝝ in se ipsum producitur ad reliquum est primus.

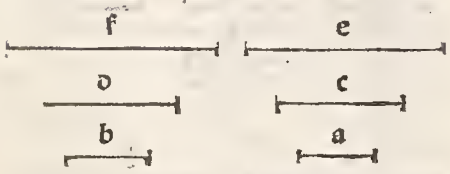
¶Sint cōtra se primi .a.ꝛ.b.ꝛ ex.a.in se fiat.c.dico ꝙ.c.primus est ad.b.sit enim.d.equalis.a.eritq₃.d.primus ad.b.ꝛ ex.a.in.d.fiet.c per premissam igitur patet.c.primū esse ad.b.qđ proposuimus.



Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos cōpatis vterq₃ ad vtrūq₃ fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

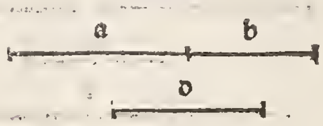
¶Sint.a.ꝛ.b.pores.c.ꝛ.d.posteriores:sitq₃ vterq₃ duoꝝ.a.ꝛ.b.primus ad vtrūq₃ duoꝝ.c.ꝛ.d.ꝛ ex.a.in.b.fit.e.ꝛ ex.c.in.d.f.dico ꝙ e primus est ad.f.hoc aūt.25.ter assumpta euidenter concludit:cū eni fiat.e.ex.a.i.b.quorum vterq₃ primus est ad.c.ꝛ ad.d.erit per ipsam.e.primus ad.c.ꝛ item p ipsam primus ad.d.quia item.f.fit.ex.c.in.d.quoꝝ vterq₃ prim⁹ est ad.d.erit rursus per ipsam.f.primus ad.e.qđ ē ꝓpositū.



Propositio .28.

Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq₃ eorum vterq₃ i seipsum:erunt inde producti cōtra se primi. Itē q₃ si in vtrūq₃ productoꝝ suum ducatur principiu₃:erūt quoq₃ producti contra se primi.

¶Sint.a.ꝛ.b.cōtra se primi:ducat̄q₃ vterq₃ in se:ꝛ proueniant ex.a quidem.c.ex.b.vero.d.iteq₃ ducat̄.a.in.c.ꝛ proueniat.e.ꝛ.b.in.d.ꝛ proueniat.f.dico.c.ꝛ.d.esse contra se primos:itemq₃.e.ꝛ.f.contra se primos:est enim per.26.c.primus ad.b.per eandē igitur erit.d.primus ad.a.ꝛ ad.c.sicq₃ constat primum qđ ē.c.ꝛ.d.esse contra se primos.¶Reliquum sic:est eni vterq₃ duoꝝ numerorum a.ꝛ.c.primus ad vtrūq₃ duoꝝ.b.ꝛ.d.itaq₃ per.27.erit.e.primus ad.f.qđ est reliquum. Non solum autem erit.e.primus ad.f.sed etiā per.25.ad.b.ꝛ ad.d.itemq₃ per eandē.f.ad.a.ꝛ.c.sicq₃ si infinities duceret̄ vtrūq₃ productoꝝ in suum principium essent omnes producti contra se primi:ꝛ non solum sed quilibet eductus ab a.ad quemlibet eductum.a.b.



Propositio .29.

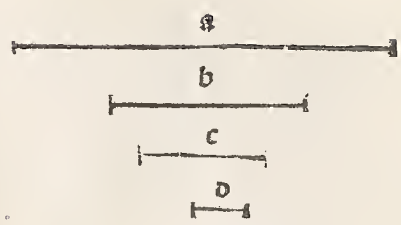
Si fuerint duo numeri contra se primi:qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūq₃ eoru₃ erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrūq₃ eorū fuerit prim⁹ duo quoq₃ numeri adinuicem erunt primi.

¶Sint .a.ꝛ.b.cōtra se primi:dico ꝙ ex eis cōpositus.a.b.ad vtrūq₃ eorū erit prim⁹ ꝛ ecōuerso.nā si.d.numerat totū.a.b.ꝛ alteꝝ eoꝝ numerabit p cōē sciā₃ ꝛ reliquū.q̄re nō erūt ꝯ se pmi:s₃ hoc positū fuerat:p₃ ergo pmū.Scđm sic:sit.a.b.prim⁹ ad vtrūq₃ suoꝝ componentium qui sunt.a.ꝛ.b.dico ꝙ.a.ꝛ.b.

sunt ꝯtra se primi: posito enim ꝙ .d. numeret vtrūq; duorum numerorum .a. & .b. sequitur per cōem sciam ꝙ etiā numeret .a.b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum duorum numerorum .a. & .b. erit .a.b. primus: sed positum erat ꝙ esset ad vtrūq;. Accidit igitur impossibile. Eodē quoq; mō si coacervatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquū: ideoq; & coacervati inter se: sit enim cōpositus ex .a. & .b. primus ad .a. dico ꝙ erit etiā primus ad .b. alioquin numeret eos .d qui per cōceptionē numerabit & .a. cum numeret totum & detractum: hoc autē inconueniens erat enim compositus ex .a. & .b. primus ad .a.

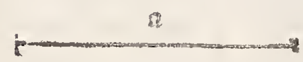
Propositio .30.

Omnis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur. ¶ Sit .a. quilibet numerus cōpositus: dico ꝙ aliquis prim⁹ numerat ipsū: qꝛ enim est cōpositus numerabit̄ ab aliquo numero qui sit .b. qui si fuerit primus verū erit qd̄ dicit̄. si aūt cōpositus sit .c. qui numerat eum: qui etiā per cōem sciam numerabit .a. si ergo vel ipse fuerit primus constat qd̄ dicit̄. At si cōpositus necessario numerabit eū alius qui sit .d. qui etiā per cōem sciam numerabit .a. de quo rōcinare vt prius: qꝛ ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.



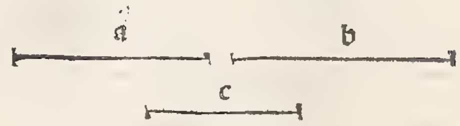
Propositio .31.

Omnis numerus aut ē primus aut a primo numeratur. ¶ Sit .a. quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a primo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premissam. .a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.



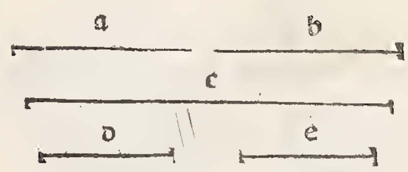
Propositio .32.

Omnis numer⁹ primus ad omnē quē nō numerat ē prim⁹. ¶ Sit .a. numerus primus non numerās .b. dico ꝙ .a. & .b. sūt cōtra se primi. si enim .c. numerat eos nō est verū ꝙ .a. sit primus.



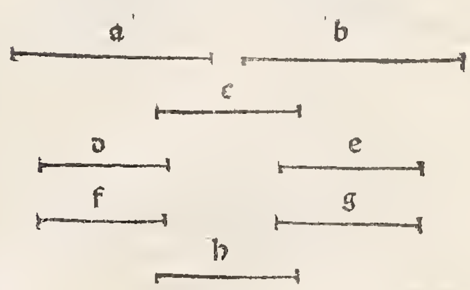
Propositio .33.

Si numer⁹ ex duob⁹ ꝓduct⁹ ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alterum illorum duorum numerare. ¶ Sit .c. productus ex .a. in .b. & sit .d. numerus primus qui ponatur numerare .c. dico ꝙ .d. numerat .a. vel .b. numeret enim .c. ꝫm .e. si ergo nō numerat .a. erit primus ad ipsū ꝑ premissam: & iō erūt ꝫm suā ꝓportionē minimi p.23. & qꝛ .a. ad .d. sicut .e. ad .b. ꝑ scd̄am ptē .20. sequit̄ ut .d. numeret .b. p.21. qd̄ est propositū. Un̄ manifestū ē ꝙ si aliquis numerus numerat ꝓductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabilis quoq; erit alteri eorum.

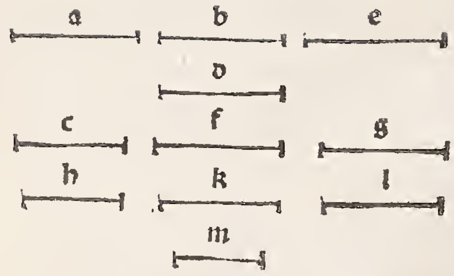


Propositio .34.

Numerus ꝫm ꝓportionē nūerorum assignatorum minimos inuenire. ¶ Unde manifestū ē maximū numerum duos cōiter numerantē ꝫm minimos illius ꝓportionis eos numerare ¶ Sint .a. & .b. numeri propositi ꝫm quorum proportionē volumus inuenire mīos. si ḡ fuerit ꝯ se ṗmi sūt q̄les inq̄rim⁹ p.23. si aūt cōpositi sumat̄: vt docet scd̄a maxim⁹ eos cōiter numerās q̄ sit .c. numeretq; eos ꝫm



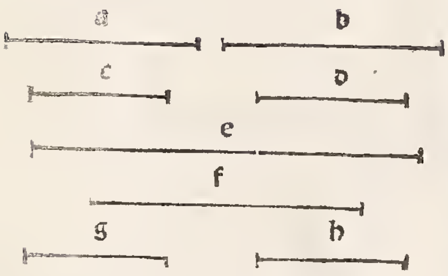
d.z.e.erūtqȝ in eadē ꝑportione ꝑ.18.quos dico ēē q̄les q̄rim⁹. Sint autē sint.f.z g.q̄ ꝑ.21.numerabūt. a.z.b.eq̄liter:sit igit̄ ut ꝑm.b.eritqȝ ꝑ scđam ptē.20.c.ad. b sicut. f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ē minor.b.itaqȝ cū.b.numeret.a. z.b. non fuit.c.maxim⁹ eos numerās sed erat positū ꝙ sic.ergo zc.Siliter quoqȝ possum⁹.



℄ Numeros ꝑm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiā manifestū ē maximū numeꝝ quotlibet cōmuniter numerātē ꝑm minimos proportionū eorum eos numerare.

℄ Ut si sint.a.b.c.ꝑm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem ꝑportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos oīs: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratū est. Si autem vnus numerat oīs:sumat̄ ut docet tertia:maximus eos cōiter numerans qui sit. d.numeret qȝ eos ꝑm.e.f.g.qui erunt in eadē ꝑportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.h. k.l.qui per.21. numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut ꝑm.m.eritqȝ ꝑ scđam ptem.20.d.ad.m.ut.h.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g.Minor est igitur. d.q̄ȝ m.quare cū.m.numeret.a.b.c.nō fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit eni.d.maximus numerans.a.b.c.

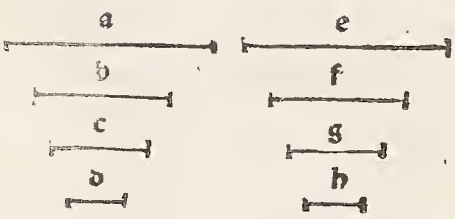
Propositio .35.



Quilibet duo numeri minimos numeros sue ꝑportionis maior minorē z minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producūt. Unde manifestum ē minimū quē duo numerāt quēlibȝ ab eis numeratū numerare

℄ Sint duo numeri.a.z.b.minimiqȝ in eoꝝ ꝑportiōe. c.z.d. eritqȝ per primā ptē.20.vt ex.a.in.d.z.b.in.c.fiat idem numerus.qui sit.e.quē dico esse minimū numeratū ab.a.z.b.aliter eni sit.f.quē numeret.a.z.b.ꝑm.g.z.h.eritqȝ ꝑ scđam partē.20.h.ad.g.sicut.a.ad.b.z sicut.c.ad.d.z per.18.erit.c.ad.h.sicut. e. ad.f.cū itaqȝ ꝑ.21.c.nūeret.h.e. nūerabit.f.maior minorē:q2 ergo hoc ē īpossibile cōstat veꝝ eē qđ dicit̄.

Propositio .36.

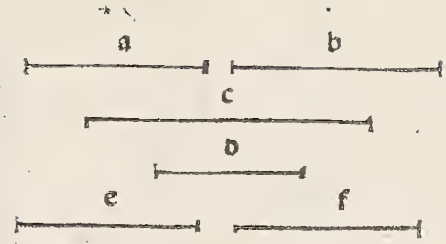


Propositis quotlibet numeris minimū ab eis numeratū repire. Manifestū etiā ex hoc ē minimum numeꝝ quem quotlibet numerāt quēlibet ab eis numeratū numerare.

℄ Sint ꝑpositi numeri.a.b.c.d.volo īuenire mimū numeꝝ numeratū ab eis. Inuenio itaqȝ primo minimū numeratū ab.a.z.b.ꝙ si.a numerat.b.nō erit ali⁹ q̄ȝ.b.si autē nō numerat eū nec ecōuerso:si ipsi sunt ꝯtra se p̄mi qui ex vno in alterū ꝑuenit erit minimus per.23.z p̄missam.Qđ si sunt cōicantes:sumant̄ minimi in eoꝝ ꝑportione:vt docet.34.z maior in minorē eorum multiplicato ꝑueniat.e.qui erit minimus numeratus ab eis per p̄missam.Simili quoqȝ modo inueniat̄ minimus numerat⁹ ab.e.z.c.qui sit.f.eritqȝ.f.minimus numeratus ab.a.b.c.sed z minimus quē numerant.f.z .d. sit.g. eritqȝ.g. minimus quē numerant numeri ꝑpositi:qđ eni omnes ipsū numerent:patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponat̄ ergo.h. quē q2 numerat.a.z .b.numerabit etiā ipsū ꝑ correl̄.p̄misse.c.ꝑ idē quoqȝ correl̄.numerabit ipsū.f. sed z.g.maior itaqȝ nūerat minorē qđ est impossibile.hec z p̄missa ꝑponunt̄ i alio loco sub trib⁹ conclusiōib⁹ quaꝝ prima equiualet p̄misse:secūda componit̄ ex corelarijs ambobus :tertia ꝑponit de tribus qđ hec de quotlibet numeris.Est itaqȝ prima.

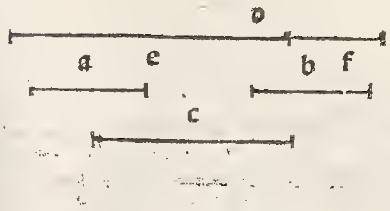
℄ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.

¶ Dati numeri sint.a.₇.b.quorū minor si numerat maiorem est maior quē queri/mus. alioquin maior eo₇ numeraret minorem se. Si autē neuter neutrū numeret si ipsi sunt contra se primi. erit qui ex.a.in.b.puenit qui sit.c. minimus omnium quē numerat.a.₇.b. Nam si minorem eo numerauerint esto.d. quē numerent bm e.₇.f.eritq₃ per scdam partem.20.a.ad.b.sicut.f.ad.e.₇ quia.a.₇.b. sunt sue pro/portionis minimi per.23.numerabit.a.f.per.21.₇ quia per.18.est.c.ad.d. sicut.a. ad.f. Nam ex.b.in.a.₇.f.fiunt.c.₇.d. sequitur.c.numerare.d. sed erat.d. minor.c quare impossibile. Si autem.a.₇.b.sint cōicantes: negociare propositū ut in.35. secunda trium conclusionum ex ambobus concl.est confecta.



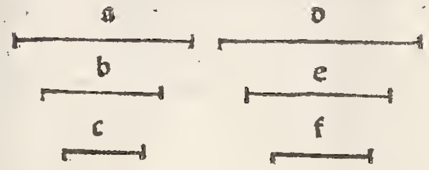
¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt minimus quē numerant eundē numerum numeret.

¶ Ut si sit quilibet numerus quē numerat.a.₇.b.d.minimusq₃ ab eisdem nume/ratus.c.erit ut.c.numeret.d.cū enī sit.d. maior.c. si.c.nō numerat ipsū. numera bit tamē aliquid eius: sitq₃ plurimū qd numerat.e.₇ residuū sit.f. eritq₃.f.minus c.quia igitur.a.₇.b.numerant.c.numerabunt per cōem scientia₃ ₇.e. sed numera bunt.d.itaq₃ per aliā cōmunem sciam numerabunt.f. incōueniens ergo sequit℞ q₃ c.nō fuit minimus quē numerant.a.₇.b. ¶ Idem cōuinces ₇ eodē mō de quolibet numerato a quotlibet pluribus.s. q₃ minim⁹ ab illis quotlibet pluribus numera/tus eundem numeret: vltima triū cōclusionū ē.



¶ Propositis tribus numeris: minimū numero₇ ab eis numerato/rum inuenire:

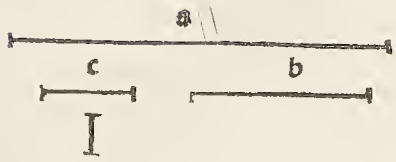
¶ Tres numeri ppositi sint.a.b.c.minimusq₃ quē numerant.a.₇.b.sit. d. qui su/metur ut prima trium conclusionū docet. Si igitur.c.numerat.d.scito.d. esse quē querim⁹. Si eni.a.b.c.minorem eo numerant: sit eni.e.quē per pmissam conclusio nē numerabit.d.qd est impossibile. Si autem.d.non numerat.c.sumatur.e.mini/mus numeratus ab eis.q₃ autem.e.numeret ab.a.b.c.patet q₃.c. numerat ipsum ₇.d.similiter: ergo ₇.a.b.qui numerant.d.quare.e.numerabitur ab.a.b.c.eritq₃.e minimus quē numerāt.a.b.c. Sin autem sit.f.quē per premissam conclusionē nu/merabit.d.sed.c.numerat.f. quia.a.b.c. numerant eum: quare.c.d. numerabūt eum: quare per premissam.e.numerabit eum ₇ est maior eo sed ₇.e.maior minorē qd nō esse potest. Idem inuenies ₇ eodē modo quotlibet propositis.



Propositio .37.

SI numerus aliquis aliū numerum numeret: erit in nume/rato pars a numerante denominata.

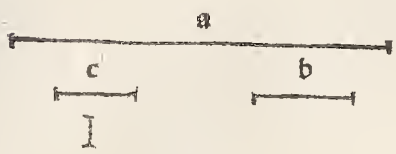
¶ Huius sensus est q₃ oīs numer⁹ numerat⁹ a ternario habet tertia₃ ₇ numerat⁹ a quinario h₃ quintā.sicq₃ de ceteris: vt si.b.numeret.a. erit in.a.ps denominata a.b.numeret eni₃ ipsū quotiens vnitas in c.eritq₃ per.16.vt.c.quoq₃ totiens numeret.a.quotiens vnitas i.b.quare tota ps est.c.a.quota vnitas.b.₇ q₃ vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per cōmunem sciam: erit.c.pars.a.denominata a.b.quod est propositum.



Propositio .38.

SI numerus aliquis partē quotācunq₃ habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

¶ Hec est cōuersa premisse cuius est intentio: q₃ oīs nūerus hñs ter/tiā numerat℞ a ternario: ₇ hñs quītā a quinario: sicq₃ de ceteris vt si.b sit ps.a.denoīata a.c.seq℞ ut.c.nūer₃.a.q₃ cū.b.ē ps.a.denoīata a.c.

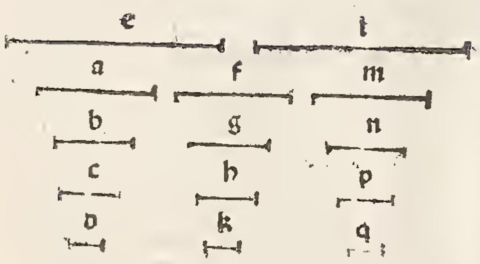


sed ꝛ vnitas est pars.c.denominata ab ipso p cõcep.sequitur ut quotiens vnitas numerat.c.totiens.b.numerat.a.itaqꝫ per.16.quotiens vnitas.b.totiens.c.numerat.a.q̄re cõstat ꝓpositū.ℭ Aliter idē: cū sit.b.pars.a.si tota vnitas.c.eritqꝫ per hanc cõmunem sciam vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam.c.denoians.b.in.a.ꝛ quia est.b.in.a.quotiens vnitas in.c.euidēter sequitur propositum p.16.

Propositio 139.

Numerum minimum propositarum denominationum habentem partes inuenire Exquo manifestum ē ꝙ minim⁹ numerus numeratus a quotlibet ē minimus habens partes denominatas ab ipsis.

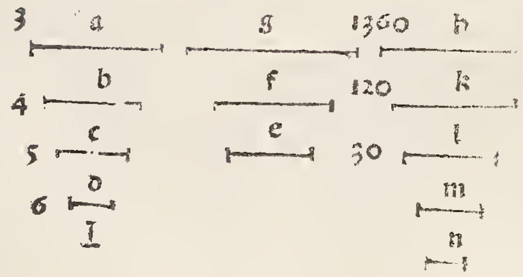
ℭ Sint.a.b.c.d.denominantes partes ꝓpositas.ꝛ.e.minimus numeratus ab eis sūptū ƀm.36.:ipsū.e.dico esse quē querimus.Sint enī ƀmquos numerant ipsum.f.g.h.k.eritqꝫ per.16.ꝛ hanc cõmunem scientiam:vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta:vt viceuersa.f.g.h.k.numerent.e.ƀm.a.b.c.d.quare sunt partes eius ab illis dicte.est igitur.e.habens partes propositarum denominationū. Minimus etiā qm̄ si alter fuerit vt.l.sint ptes.l.dicte ab eis.m.n.p.q. eruntqꝫ per.16.ꝛ predictam cõem scientiam.a b.c.d.viceuersa ptes.l.dicte ab.m. n.p.q.quare nō erat.e.minim⁹ quē numerāt.a.b.c.d.qđ est incõueniēs.ℭ habito minimo:si cura est habere scdm .aut quotūcūqꝫ libet:si scdm qđ sume duplū minimi:si tertium triplum:ꝛ ad hunc modū in alijs.Cum enim omnis multiplex.e.numeretur ab.a.b.c.d.per hanc cõem scientiam:Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo necesse est per.37.vt omnis multiplex.e.habeat partes denominatas ab.a.b.c.d.si itaqꝫ duplus.e.nō fuerit scđs habens ptes ꝓpositarū denoiationū:erit ali⁹ quē sicut sequit̄ eē maiorē.e.sic sequit̄ ēe minorē duplo:ꝛ qꝛ illum numerant.a.b.c.d.per.38.sequitur per correl.36.ꝙ.e.numeret eundē qđ est impossibile.cum enim numeret se.numeraret p hanc cõmunem sciaꝫ omnis numerus numerās totū ꝛ detractum:numerat residuū:differentiam illius ad se.que cum sit minor se:maior numerus numeraret minorem qđ esse non potest sequitur itaqꝫ duplum.e.esse ƀm numerū habentē propositarum denominationū partes.ℭ Similit̄ quoqꝫ argues triplū.e.esse tertiū probato duplo esse scdm.alioquin quia esset triplo minor.ꝛ duplo maior.sequeretur.e.numerare aliqꝫ iter ipsius duplum ꝛ triplum.qđ ut prius patꝫ esse impossibile:probato aūt triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum:ꝛ sic in ceteris.



ℭ Minimū numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

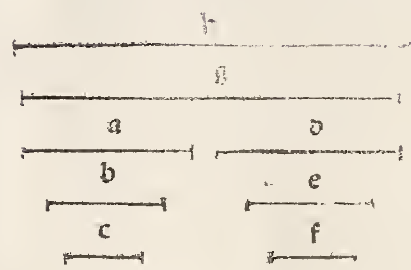
ℭ Ut minimum numeꝝ habentē tertiā que tertia habeat quartam:quē etiā quarta habeat quintā:aut septimā:aut qualitercūqꝫ contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari.Multiplicari oportet denominatorē prime partis in denominatorē scđe:ꝛ ex eis ꝓductum in denominatorē tertie:ꝓductum quoqꝫ i denominatorē quarte.sicqꝫ de ceteris vsqꝫ ad vltimam.a prima vel vsqꝫ ad primā ab vltima ꝛ qui prueenerit erit qui inquirit̄ vt in ꝓposito.60.vel.84.ℭ hoc autē ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri ptes ꝓpositas denoiantes.a.b.c.d.volum⁹ inuenire minimū numerum qui habeat partem denominatam ab.a.ita ꝙ illa ps habeat partē denominatā a.b.ꝛ illa aliā denominatā a.c.sed ꝛ hec aliā dictā a.d.

ducatur itaq3.d.in.c.z proueniat.e.z.e.in.b.z proueniat.f.f.quoq3 ducatur in.a z proueniat.g.quē dico esse quē inquirimus.cum enī ipse .g.pueniat etiam ex.a.i f.p.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a.At qr.f.puenit p eādē ex .b.i.e.erit.e.pars.f.dcā a.b.sed z propter hoc erit.d.pars e.dicta a.c.z quia vnitas est ps.d.dicta ab ipo d.p3.g.habere ptes ut pponit. Si ergo nō fuerit minimus sit.h.sitq3.k.ps ci9 di/cta ab.a.z.l.ps.k. dicta a.b.z.m ps.l.dicta a. c.n.quoq3 pars.m.dicta a. d.erit q3 per.18.g.ad.f.vt.h.ad.k.z.f.ad.e.vt.k.ad.l.z.e.ad.d.ut.l.ad.m. sed z.d. ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g. ad vnitatē vt.h.ad.n.ergo pmutatim erit.g.ad.h.vt vnitas ad.n.quare cum.h.sit minor.g.erit n.minor vnitate.sequitur igitur impossibile partē numeri minorē esse vnitate.erit itaq3.g.minimus habens ptes vt pponit. Quo inuēto si cura fuerit habere scdm aut quotūquelibet p minimū multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem.39.proponitur in alio sm hunc modum.



¶ Propositis partibus quotiscūqlibet: minimū numerum eas con/tinentium inuenire.

¶ Ut si ptes proposite sint.a.b.c.sintq3 eas denominātes.d.e.f. z sumat minim9 quē numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quē querimus: erunt enī in eo propo site partes per.37.qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo.h.quē numera bunt.d.e.f.per.38.igitur nō erit .g.minimus numeratus ab eis qd est incōueniēs qr erat. Intelligo vero ptes.a.b.c.indeterminate poni z nō sub quātitate certa: ali ter enī nō esset necessarium vt minimus numerus quē numerant.d.e.f. esset mini mus continens partes ppositas: plurimas enī contingit partes reperire qs nume rus numeratus ab eoz denoiatoribus non continet: verbi grā. Tres numeri q sūt 120.90.z.72.sunt eiusdem numeri ptes.primus quidē tertia.secūd9 vero quarta.z tertius quinta.nec tamē minimus quē numerāt denoiatores eoz qui est.60. ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime con/sequentie huius demōstratiōis: nō enim sequit ut arguit p.37.si ternari9 hunc nu/merat ergo hic numerus positus est eius tertia: s3 ergo habet tertiā: qua ppter idē est quod pponit sm vtrūq3 modū: sed scdm primu3 conuenientius videt qd intē/dit proponi. Attēdere aūt oportet q cū ois ps habeat quātitatē i eo ptingit pone re quotlibet z quaslibet ptes scdm quātitatē: z inquirere quis minimus eas cōtinet z sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinentē cōstat esse minimū numeratū ab eis.sm quos vero numerāt sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iterū ponere quotlibet z quaslibet denominatiōes: z inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunt z sm quas quātitates. Minimū quoq3 cōstat esse mi/nimū numeratū ab illis: sm quos vero numerant sunt qui quātitates determināt: vtrobiq3 autē idcirco inquirit minim9: qr infiniti sunt hinc quidē qui has ptes con tinent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunt. Contingit rursus ponere quotlibet partes z totidē denoiationes vel quotlibet denoiatiōes z totidē partes. nō aūt quaslibet cū quibuslib3: sed certas cū certis. Si enī ponā ptes tres quatuor quinq3 z denoiationes earū.6.7.8.z inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus. filis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis z nō ut contingit z inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationib9 cōtinet: nō aūt quos minimus vnicus enī est: nā siue pposita fuerit vna ps z vna denoiatio siue plures z plures:



non erit sumere plures numeros qd ꝓpositū erit cōtinentes. Solus eni ē cui⁹ ternarius ē quinta: nō plures. Solus quoq3 cuius ternarius octaua: ⁊ senarius quarta: nō plures. ideoq3 ꝓponentem ptes ⁊ denoīationes ipsaꝝ in toto nō est querere quis minimus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis vnus continet: proponentē aūt partes tantū. Contingit querere quis minimeas continet ⁊ a quibus in eo denominanť: solas quoq3 ꝓponentē denoiationes conuenit querere que partes ab illis dicte ⁊ in quo minimo reperiunť. Conuenientius autē videť partes p denominationes inquirere: q3 denominationes p ptes: diuersitatē quidem denominationū non partiū comitať ꝓportionū diuersitas. Explicit liber septimus incipit liber Octauus.

Latera numeroꝝ dicunť quoꝝ multiplicatōe numeri ꝓducunť. ¶ Supficies appellať numer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cōtineť. ¶ Solidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione h3 procreari. ¶ Quadratus ē numerus supficialis equalib⁹ lateribus cōsistēs. ¶ Cubus est solidus equalib⁹ cōsistēs lateribus. ¶ Similes dicuntur numeri supficiales siue solidi quoꝝ latera sūt proportionalia.

Propositio .1.

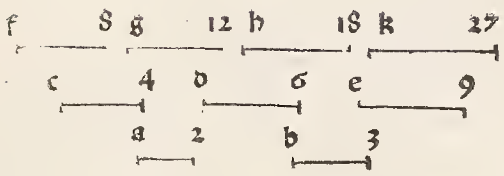
SI numeroꝝ quotlibet cōtinue ꝓportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.



¶ Sint cōtinue ꝓportionales .a.b.c. duoq3 extremi qui sunt .a.c. sint ꝯ se primi. dico q in eadē ꝓportione nō repienť totidē minores. Si aūt contingit sint .d.e.f. eritq3 p.15. septimi .a. ad .c. sicut .d. ad .f. ⁊ q2 .a.⁊.c. sunt mini i sua ꝓportione p.23. eiusdē sequiť p.21. ut .a. numeret .d. ⁊ .c.f. minores scilic3 maiores qd esse non potes.

Propositio .2.

NUmeros quotlibet cōtinue ꝓportiōalitatis fm ꝓportionē datā minimos inuenire. vn̄ manifestum erit: q si fuerint tres numeri cōtinue ꝓportionalitatis fm eā mini duo extremi erūt quadrati. q si fuerint q̄tuor erūt extremi cubi:



¶ Sint date ꝓportionis minimi .a.⁊.b. ducaťq3 .a. in se ⁊ fiat .c. ⁊ in .b. ⁊ fiat .d. b. quoq3 in se. ⁊ ꝓueniat .e. eruntq3 .c.d.e. cōtinue ꝓportionales i proportione .a. ad .b. p.18.⁊.19. septimi: ⁊ q2 .c.⁊.e. sūt ꝯtra se primi p.28. eiusdē erunt .c.d.e. fm datā ꝓportionē minimi p pmissam: ducať iterū .a. i oēs illos. ⁊ ꝓueniāt .f.g.h. ⁊ .b. i .e. ⁊ ꝓueniat .k. ⁊ erūt etiā .f.g.h.k. cōtinue ꝓportionales i ꝓportione .a. ad .b. p.18.⁊.19. septimi: mini quoq3 p.28. eiusdē ⁊ pmissā hac via ⁊ rōne ineni

Propositio .3. enť .5. vel .6. vel quotlibet.

SI numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint mini: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

¶ hec tertia ē cōuersa prime. Sint eni .a.b.c.d. cōtinue ꝓportiōales

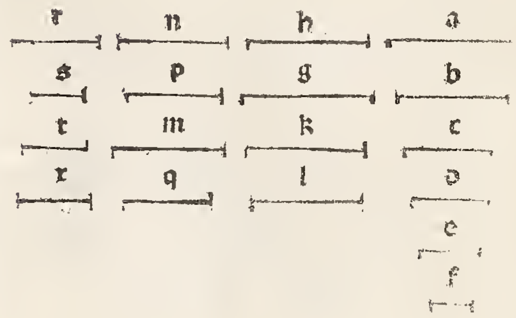
ꝛ bm suã ꝓportionẽ minimi. dico ꝙ. a. ꝛ. d. extremi erũt adinuicẽ primi: mini enĩ in ꝓportione. a. ad. b. sint. e. ꝛ. f. eruntqꝫ p. 22. septimi contra se primi. p hos ergo duos bm doctrinã pmisse inueniant̃ totidẽ cõtinue ꝓportionales ꝛ mini quot sũt numeri ꝓpositi: primo quidẽ tres qui sunt. g. h. k. deinde q̃tuor qui sunt. l. m. n. p. ꝛ ad hunc modũ cõtinue p additionẽ vnius quousqꝫ fiãt tot quot sunt numeri ꝓpositi vt sunt hic. l. m. n. p. sequit̃ ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo ꝙ in eadem proportione sunt vtriqꝫ minimi ꝛ qꝛ. l. ꝛ. p. sunt cõtra se primi p. 28. septimi: erunt quoqꝫ. a. ꝛ. d. illis equales contra se primi: quod est propositum.



Propositio .4.

Similitudinẽ assignataꝝ ꝓportionũ i mĩmis numeris bm ipsas ꝓportiões cõtinuatim proportionalibus inuenire.

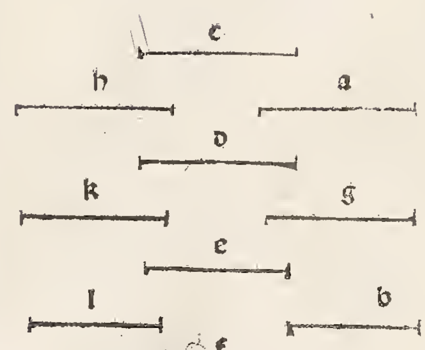
¶ Assignate ꝓportiones i mimis termis inueniant̃ ut docet. 34. septimi Sintqꝫ prima inter. a. ꝛ. b. scða inter. c. ꝛ. d. tertia inter. e. ꝛ. f. sit quoqꝫ de pluribus si fuerint plures. volo has ꝓportiões in quatuor minimis numeris cõtinuare. Sumo ergo. g. minimũ quẽ numerãt. b. ꝛ. c. ꝛ quotiens. b. numerat ipsũ. g. totiẽs. a. numerat. h. d. quoqꝫ totiẽs numeret. k. quotiẽs. c. g. itaqꝫ si. e. numerat. k. sit vt. f. totiẽs numeret. l. erũtqꝫ. h. g. k. l. quos querimꝰ: cõstat enĩ p. 18. septimi ꝙ sit. h. ad. g. sicut. a. ad. b. ꝛ. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. Minimi quoqꝫ: nã si alij sint minimi vt. m. n. p. q. ꝺportebit p. 21. septimi bis assumptã ut vterqꝫ duoꝝ. b. ꝛ. c. numeret. p. q̃re ꝛ. g. nũerabit eũdẽ. ꝛ p conel̃. 35. sep. qð ẽ incõueniẽs. Sunt igit̃. h. g. k. l. minimi. at vero si. e. non numerat. k. sit. m. minimus numeratꝰ ab eis scꝫ. e. ꝛ. k. quẽ. m. quotiẽs nũat. k. totiẽs. h numeret. n. ꝛ. g. totiẽs. p. erũtqꝫ p. 18. septimi. n. p. m. in ꝓportione. h. g. k. q̃re. n. ad. p. vt. a. ad. b. ꝛ. p. ad. m. vt. c. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. ꝛ erit p eandẽ. m. ad. q. sicut. e. ad. f. Manifestũ ẽ igit̃ ꝙ assignate ꝓportiones cõtinuate sũt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. Qui si nõ fuerint minimi: sint si possibile est alij qui sint. r. s. t. x. qꝛ itaqꝫ p. 21. septimi bis assumptã vterqꝫ duoꝝ numeroꝝ. h. ꝛ. c. numerat. s. sequit̃ per conel̃. 35. sep. vt. g. numeret eundẽ quare etiã. k. numerabit. t. at qꝛ p. 21. septimi. e. numerat eundẽ. t. nõ erit. m. minimus quẽ numerãt. k. ꝛ. e. hac rõne quartã illis ꝛ quotlibet alias sine omni offendiculo cõtinuare poteris.



Propositio .5.

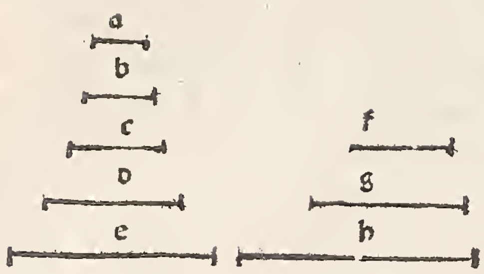
Omnium duorũ numerorũ cõpositorũ ꝓportio vnius ad alterum est ex laterũ suorũ producta proportionibus.

¶ Qð proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantiũ laterũ: ꝓponit hic de numeris cõpositis. Sit duo numeri cõpositi. a. b. latera. a sint. c. ꝛ. d. latera. b. sint. e. ꝛ. f. dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. ꝛ ea que est. d. ad. f. sit enĩ ut ex. d. i. e. fiat. g. qꝛ ergo ex. d in. c. fit. a. ꝛ ex. f. in. e. fit. b. p cõuersionẽ diffinitiõis lateꝝ erit p. 18. septimi. a. ad g. sicut. c. ad. e. ꝛ p. 19. eiusdẽ. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionẽ ꝓportio a. ad. b. cõposita ẽ ex ea que ẽ. c. ad. e. ꝛ ea que est. d. ad. f. qð est ꝓpositum. Nec est necessariũ vt cõtinuemus ꝓportiones lateꝝ videlicet eã que ẽ. c. ad. e. ꝛ eã que est d. ad. f. in minimis numeris reptis bm doctrinã p̃cedentis vt docent quidam: hoc enim est proposito p̃ter necessarium. Arguũ. enĩ posito ꝙ illi minimi sint. h. k. l. ita ꝙ sit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. ꝛ. k. ad. l. sicut. d. ad. f. ꝓportionẽ. h. ad. l. esse cõpositã ex ꝓpositoꝝ lateꝝ ꝓportionibus. sumptoqꝫ. g. fieri ex. d. in. c. arguũt. a. ad. g.



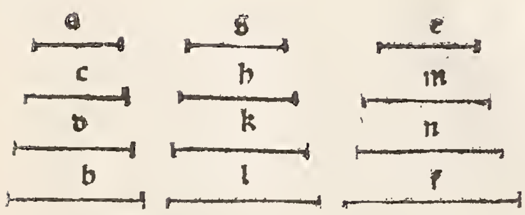
vt.b.ad.k.q2 ut.c.ad.e.z.g.ad.b.vt.k.ad.l.q2 vt.d.ad.f. ideoq3 fm equã ppor. z.a.ad.b.vt.b.ad.l.cõcludunt igitur.a.ad.b.cõponi ex quibus.b.z.l.verũ quidẽ sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus scdm non numeret: nullus eorum numerabit vltimum. ¶Sint.a.b.c.d.e.continue pportionales.dico q si.a. nõ numeret.b.nullus eorum numerabit.e. Manifestũ aũt est q si ipsum numeret omnes numerabunt.e.z simpliciter quilibet pcedens quẽlibet sequẽtem.Si autẽ non numerat ipsum patet q.d.nõ numerabit.e. nec simplr aliqs eorum pximo sequentẽ: q2 sunt positi continue pportionales: sed q nullus aliꝰ ut.e. numeret ipsum sic constat: sumant fm doctrinã scde huius totidẽ minimi cõtinue proportionales in pportione eadẽ quot sũt ipse.c.z oẽs sequẽtes qui sunt .f.g.h: eruntq3 p.3.huiꝰ z.f.z.h.p se primi: z q2 p equã pportionẽ.c.ad.e.vt. f.ad. h .cũ f.non numeret.h.nec.c.numerabit.e.eodem modo nec aliquis aliorum: quare liquet quod propositum est.

Propositio .7.



SI numerorum cõtinue proportionalium primus vltimũ numeret: idem ipse z secundum numerabit.

¶Sint qui priꝰ continue pportionales.dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b.alioquin ex premissa non numeraret.e. qd ẽ contrariũ et impossibile.Nõ solum autẽ numerabit.b. sed z oẽs z quisq3 eorum quẽlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.

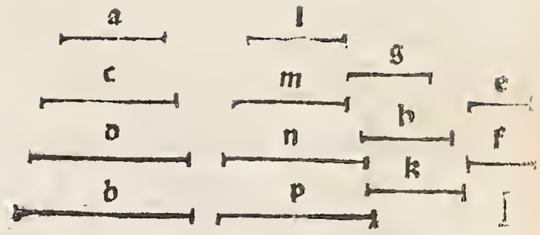
SI inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

¶Sint.a.z.b.inter quos cadunt.c.z.d.in cõtinua pportione habẽtes se in proportione.e.ad.f.dico q totidẽ cadunt inter.e.z.f.z i eadem proportione quot inter.a.z.b.Sint eni.g.h.k.l.totidẽ minimi quot sunt.a. z.b.qui inter eos cadunt sumpti.queadmodũ docet secũda huius cõtinue pportionales in eadẽ pportione: eruntq3 p.3.g. z.l.cõtra se primi: z per equã ppor. erit.g.ad.l.sicut.a.ad.b.ideoq3 z sicut.e.ad.f.z q2 ipsi sunt in sua pportione minimi p.23.septimi.sequit per.21.eiusdẽ ut.g.numeret.e.z.l.f.equaliter: totiens igitur numeret.h .m.z.k.n.positisq3.m.z.n.inter .e.z.f. constat p.18.septimi. e.m. n.f.esse cõtinue pportionales: queadmodũ sunt.g.h.k.l.z ideo queadmodũ.a.c. d.b.quare patet quod dictũ ẽ.Ex hac constat nullã supticularẽ posse per eq̃lia diuidi: si eni hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere medium quod esse nõ põt; ideoq3 tonus in musica quẽ sexquioctã continet pportio: in duo vera semitonia diuidi non potest: sed necessario diuidit in minus semitonium et maius.

Propositio 9.

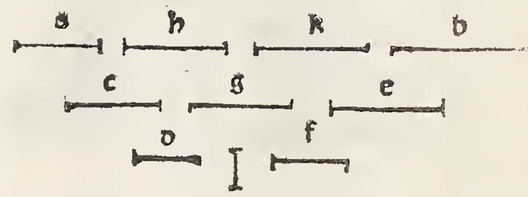
SI inter duos numeros cõtra se primos numeri quotlibet cõtinua pportionalitate ceciderint: inter vtrũq3 eorum z vnitatẽ totidem cõtinua pportionalitate cadere necesse ẽ.

¶Sint.a.et.b.cõtra se primi.inter quos cadat incõtinua propor.c.z d.dico q totidẽ erunt continue pportionales inter.a.z vnitatẽ: itẽq3 totidem inter.b.z vnitatẽ.Sint eni in illa proportione minimi.e.z.f.sumpti ut docet.34.septimi: ex quibus sumant tres cõtinue proportionales et minimi i eorũ



proportione,put docet scđa huius qui sint.g.h.k.deinde q̃tuor qui sint.l.m.n.p.& hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiãt totidẽ quot sunt numeri ꝓpositi: vt sunt hic.l.m.n.p.Cõstat itaq; cũ sint.a.c.d.b.in sua ꝓportione mini p primã huius. sintq;.l.m.n.p.totidẽ & mini in eadẽ.Nõ sit aũt possibile eẽ aliquid minus mini/mo ꝙ numeri.l.m.n.p.equales erũt nũeris.a.c.d.b.qui vsq; suo relatiuo ẽ igiť.l. equalis.a.&.p.b.Manifestũ aũt ex scđa huius ꝙ ex.f.in se fit.k.& ex eodẽ.m. k.p p diffinitionẽ igiť eius qđ ẽ mltiplicari:erit.f.in.k.k quoq; in. p.quotiẽs vnitas ẽ in.f.itaq; vnitas.f.k.p.sunt cõtinue ꝓportionales.Silr aũt & vnitas.e.g.l.sũptis ergo.a.&.b.loco.l.&.p.sibi equaliũ erunt inter.a.& vnitatẽ.g.&.e.& inter.b. & vni/tatem.k.&.f.cõtinue proportionales:totidem quot sunt inter.a.&.b. quod est pro positum.

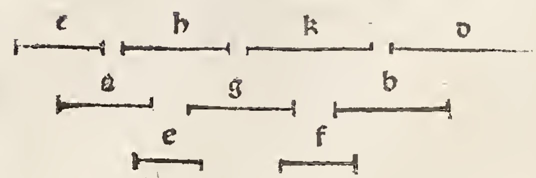
Propositio 10.



Si inter vtrũq; eoꝝ & vnitatem quotlibet numeri cõtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

¶Sint duo numeri.a.&.b.sintq;.c.&.d.inter.a.& vnitatẽ.e.quoq; & f.inter.b.& vnitatẽ continue proportionales.dico totidẽ esse inter.a &.b.cõtinue proportiõales:hec ẽ cõuersa prioris excepto ꝙ ad subiectum p̃misse appositũ erat.a.&.b.esse contra se primos qđ nõ apponiť hic ad passionẽ: quaꝓ/pter vlior est passio huius subiecto illius.Quia igiť quotiens vnitas in.d.totiẽs ẽ d.in.c.& totiẽs.c.in.a.cõstat qđ ex.d.in se fit.c.& ex eodẽ.d.i.c.a.Silr quoq; ex.f. in se & in.e.fient.e.&.b.ducať itaq;.d.in.f.& ꝓductus sit.g.itẽq; idẽ.d.ducať.i.g. &.e.& sint producti.h.&.k.Constat igitur ex.18.septimi ꝙ.c.ad.g .vt. d.ad. f.& ex 19.ꝙ.g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionales i proportione d.ad. f.itẽ p.18.iteꝝ sunt.a.ad.h.sicut.c.ad.g.&.h.ad.k.sicut.g.ad.e.& p.19.k.ad b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.h.k.b.continue proportionales:quare cõstat propo/situm.

Propositio 11.

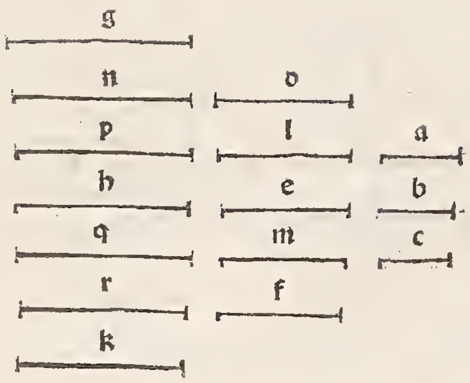


Si fuerint ambo quadrati erit ꝓportio vnius ad alterũ tã quã sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si ve ro ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum ãquã sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

¶Sint duo quadrati.a.&.b.& duo cubi.c.&.d. latera tã quadratorũ q̃; cuboꝝ sint.e.quidẽ.a.&.c.f.vero b.&.d.dico ꝙ proportio.a.ad.b.erit sicut.e. ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadẽ triplicata.Manifestũ eni est ꝙ ex.e. in se fit.a.& ex ipso.e.i.a.c.sic quoq; ex.f.in se fit.b.& ex ipo in.b.d.ducať igiť.e.in.f.& ꝓuenit.g.& in.g.&.b.& prouenient.h.&.k.eritq; p.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f & per.19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f. duplicata qđ est primũ.Scđm eodeꝫ modo cõstat.sunt eni p.18.iteꝝ.c.ad.h.sicut.a.ad.g.& h.ad.k.sicut.g.ad.b.& per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.h.k.d. sunt etiã con/tinue proportionales in ꝓportione.e.ad.f.p diffinitionẽ igitur erit.c. ad.d. sicut e.ad.f.triplicata:quod est secũdũ.

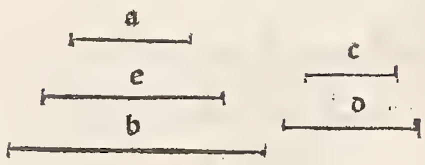
Propositio 12

Si numeroꝝ cõtinue ꝓportionalitatis quisq; in seipsũ du catur:qui inde ꝓducent sub cõtinua ꝓportionalitate esse. Qđ si itẽ in ipsos ꝓductos pricipia sua ducanť: inde quo q; ꝓductos cõtinue ꝓportionalitatis eẽ necesse est. idẽq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.



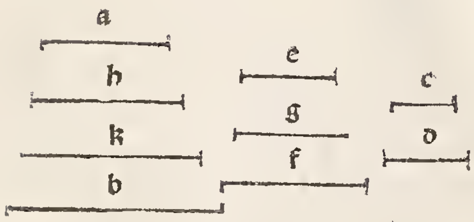
¶Sint.a.b.c.ɔtinue proportionales quoꝝ quisqȝ in se ducatur ⁊ proueniāt ex.a: quidē.d.ex.b.vero.e.⁊ ex.c.f.dico ꝙ.d.e.f.sūt ɔtinue ꝓportionales: ꝙ si item.a ducat̄ in.d.⁊ ꝓueniat.g.b.quoqȝ in.e.⁊ proueniat.h.⁊.c. in.f.⁊ ꝓueniat.k. dico etiā ꝙ.g.h.k.erunt cōtinue ꝓportionales.sit eni ex.a.in.b.l.⁊ ex.c.i eundem. m. eruntqȝ p.18.⁊.19.septimi.d.l.e.m.f.ɔtinue ꝓportionales i proportione.a.b.c: itaqȝ per equā proportionalitatem argue.d.ad.e.sicut.e.ad.f.qd̄ est primū. Reliquū sic.ducat̄.a.in.l.⁊.e.⁊ proueniāt.n.⁊.p.c.quoqȝ ducat̄ in.e.⁊.m.⁊ proueniāt q.⁊.r.eruntqȝ per easdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoqȝ proportionales in proportione primoꝝ:p equā igit̄ ꝓportionalitatē cōclude.g.ad.h.sicut.h.ad.k.qd̄ est reliquum.Eadem erit rō quotienscunqȝ primi in productos ducantur.

Propositio .13.



SI quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoqȝ suū latus illi⁹ numerare ꝓbatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratuȝ ¶Sint duo numeri.a.⁊.b.quadrati:lateraqȝ eoꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ si.a numerat.b.c.quoqȝ numerabit.d.⁊ ecōuerso:cōstat eni ꝙ ex.c.in se fit.a.ex.d.quoqȝ in se.b.fiat igitur.e.ex.c.in.d.eruntqȝ per.18.⁊.19.septimi. a.e.b ɔtinue proportionales in ꝓportione.c.ad.d.si igit̄.a.numerat.b.idem ipse per.7 huius numerabit.e.quare ⁊.c.d.qd̄ est primū.Conuersa sic patet.si.c.numerat.d. a.numerabit.e.ꝓpter id qd̄ ꝓportio.a.ad.e.sicut.c.ad.d.⁊ si numerat.e.ipse numerabit.b.propter hoc ꝙ sunt continue proportionales.

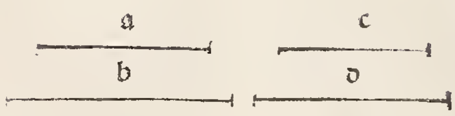
Propositio .14.



SI cubus alium cubum numeret:latus quoqȝ suū latus alterius numerabit. Si vero latus suum latus alterius numeret:cubum numerabit cubum.

¶Sit duo numeri.a.⁊.b.cubi lateraqȝ eoꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ si.a.numerat.b.c.quoqȝ numerabit.d.⁊ ecōuerso:ducatur eni.c.in se.⁊ fiat.e. d.quoqȝ in se.⁊ fiat.f.ɔstat igit̄ ꝙ ex.c.in.e.fit.a.⁊ ex.d.in.f.b.fiat itaqȝ.g.ex.c. in.d.eruntqȝ per. 12.⁊.19.septimi.e.g.f.ɔtinue proportionales in proportione.c ad.d.sed ⁊.h.⁊.k.proueniant ex.c.in.g. ⁊.f.per easdem igitur erunt.a .h.k.b. cōtinue quoqȝ proportionales in eadem proportione.itaqȝ si.a.numerat.b. idem p 7 .huius numerabit.h.quare ⁊.c.d.est enim.c.ad.d.sicut.a.ad.h.constat igit̄ prima pars.Conuersa patet:sicut conuersa prioris. Nam si.c. numerat. d.a. quoqȝ numerabit.h.quē si numerat necesse est vt numeret.b.

Propositio .15.



SI numerus quadratus quendā alium quadratū nō numeret:nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

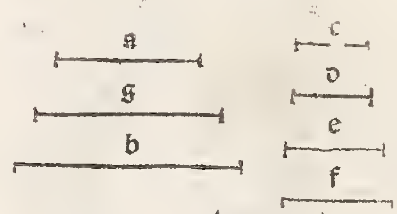
¶Hec.15.proponit negationes cōuerti:que affirmationib⁹ quas.13. huius conuerti proposuit opponuntur:vt si sint duo numeri quadrati.a.⁊. b.quorum latera.c.⁊.d.si.a.non numerat.b.c.quoqȝ non numerabit. d. econuerso etiā si.c.non numerat.d.nec.a.b.sit enim primo vt. a. non numeret.b. si itaqȝ.c. numerat.d.per secundā partem.13.huius ⁊.a.numerabit.b. qd̄ ē cōtrariū positioni sicqȝ patet primum.secūdū quoqȝ sic:sit ut.c.nō numeret.d.itaqȝ si.a. numeret.b

per primā ptem.13.necesse est vt.c.numeret.d.necesse est igitur vt numeret ipsum cū non numerat ipsū:qđ est impossibile. Queadmodū autē necesse est cōuerti negationes oppositas affirmatiōibus quas.13.demōstrauit ɔuerti:sic quoqȝ necesse ē eas negatiōes que opponūt illis affirmationibus quas pmissa cōuerti demōstrauit cōuertant.vnde si cubus nō numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi⁹ ecōuerso quoqȝ si latus vnius nō numerat latus alterius:nec ipse cubus numerabit alterū cubū.demōstrat aūt hoc p pmissam a destructione ɔsequētis:sicut qđ ppositum est per.13.ideoqȝ hoc auctor nō proposuit:sed per id qđ propositū ē ipsū dedit intelligi.

Propositio .16.

SI duo numeri supficiales fuerint siles necesse ē tertiū numerū sm ꝓportionalitatē cōtinuā eis iteresse:eritqȝ proportio vnius numeri ad alteꝝ sibi similē velut vni⁹ lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

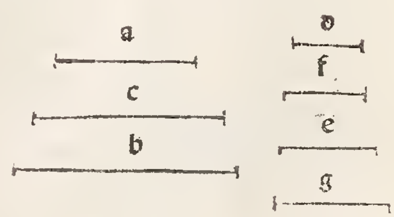
¶ Sint duo numeri.a.ꝛ.b.superficiales ꝛ similes:dico ꝙ inter ipsos cadet vnus numerus in cōtinua ꝓportione:latera eni.a.sint.c.ꝛ.d.b. vero latera sint.e.ꝛ.f.eruntqȝ ex cōuersione diffinitionis numeroꝝ similiū.c.ad.e.sicut.d. ad f.constat aūt ꝙ ex.c.in.d.fiat.a.ꝛ ex.e.in.f.b.fiat itaqȝ.g.ex. e.in. d.eritqȝ p.19. septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.e.ꝛ per.18.eiusdē.g.ad.b.sicut.d.ad.f. quare.a. ad.g. sicut.g.ad.b.est itaqȝ.g.cōtinua ꝓportionalitate medius inter.a.ꝛ.b.qđ est propositum. Correl'.aūt patet.cū sit.a.ad.b.per diffinitionē sicut.a.ad.g. duplicata. que eadem est illi que est.c.ad.e.



Propositio 17.

SI secūdū cōtinuam ꝓportionalitatē terti⁹ numer⁹ duob⁹ numeris intersit:illi duo numeri supficiales sunt ꝛ similes.

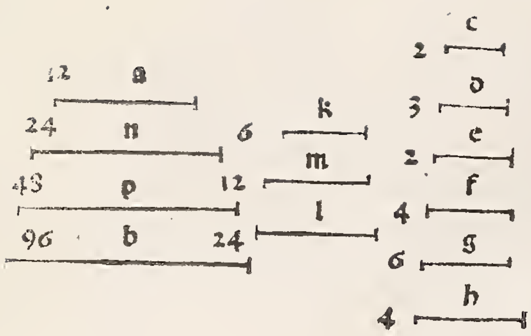
¶ Hec est cōuersa pmisse:ut si inter.a.ꝛ.b.sit.c.sub cōtinua ꝓportionalitate cōstitutus.a.ꝛ.b.erunt supficiales ꝛ similes.sint eni. d.ꝛ e.minimi in proportione qua continuantur.a.b. c.qui per.21.septimi numerabunt.a.ꝛ.c.equaliter:sitqȝ vt sm.f.ꝛ per eandem.c.ꝛ.b.equaliter :ꝛ sit vt sm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.ꝛ.b.superficiales:ꝛ erunt etiam per diffinitionem.d.ꝛ.f.latera numeri.a.e.quoqȝ ꝛ.g.latera numeri.b. Qđ autē ipsi sint similes sic habeto:cum enim ex.d.in.g.fit.c.ꝛ ex.e.in.f.fit idē.c.erit p scđam partem.20.septimi.d.ad.e.sicut.f.ad.g.per diffinitionē igitur.a.ꝛ.b.sunt similes qđ est propositum:hoc autem vltimum qđ est.a ꝛ.b.esse similes potest etiam haberi per.19.ꝛ.18.septimi ꝛ per has ypoth.ꝙ.a.c.b. sunt ɔtinue ꝓportionales in ꝓportione.d.ad.e.minimoꝝ numerantiū.a.ꝛ.c.sm.f.ꝛ.c.ꝛ.b.scđm.g.



Propositio 18.

SI fuerint duo numeri solidi sil'es:necesse est eis duos numeros sm continuam proportionalitatem interesse.eritqȝ proportio vnius solidi ad alterum sibi similem.velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ꝓportionaliter proportio triplicata.

¶ Sint duo numeri.a.ꝛ.b.solidi similes:dico ꝙ inter ipsos cadent duo numeri in cōtinua ꝓportione. Sunt eni latera numeri.a.c.d.e.latera vero.b.sint.f.g.h.eruntqȝ ex cōuersione diffinitionis numeroꝝ similiū.c.ad.f.ꝛ.d.ad.g.sicut. e.ad.h. Sic igitur ex.c.in.d.k.ꝛ ex.f.in.g.l.eruntqȝ ex diffinitione.k.ꝛ.l.supficiales ꝛ similes.

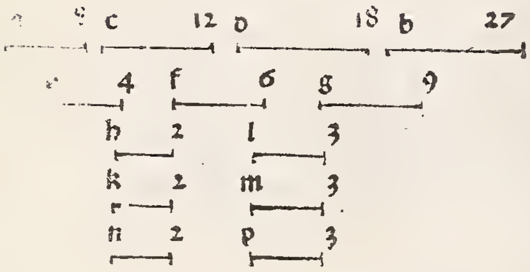


quare per.16.huius vnus numerus cadet inter eos medius ꝺm ꝓportioné.c.ad.f. qui sit.m. Manifestū aūt ē ꝙ ex.e.in.k.fit.a.⁊ ex.b.in.l.b.si igiť ex.e.in.m. ⁊.l. fiant.n.⁊.p.erūt p.18.septimi.a.ad.n.sicut.k.ad.m.⁊.n.ad.p. sicut.m. ad.l. q̄re a.n.p.sunt ꝯtinue ꝓportionales in ꝓportione.c.ad.f.⁊ q2 per.19.eiusdē.p .ad.b. sicut.e.ad.b.⁊ ideo sicut.c.ad.f.sequiť ut quatuor numeri.a.n. p.b. sint continue ꝓportionales ꝺm ꝓportioné.c.ad.f.sunt itaq3 inter.a.⁊.b.duo numeri.n.⁊.p.medij incōtinu. ꝓportionalitate suoꝝ laterum interpositi:qđ ē ꝓpositū. Conel'.auté p3 cū ꝓportio.a.ad.b.sit p diffinitioné sicut.a.ad.n.triplicata que est eadem illi. que est.c.ad.l.

Propositio 19

Si eis scđm cōtinuā ꝓportionalitaté duo numeri interiacent quilibet duo numeri solidi sunt atq3 similes.

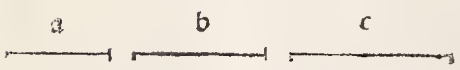
Hec est ꝯuersa p̄misse vt si inter.a.⁊.b.sint duo numeri.c.⁊.d.medij in cōtinua ꝓportione:erūt.a.⁊. b.solidi ⁊ similes: Sumanť enim tres minimi in eadé proportione ꝯtinue ꝓportionales qui sunt. c.f. g.erūtq3 per.17.e.⁊.g.superficiales ⁊ similes.sint ergo.b.⁊.k.latera.e.at.l.⁊.m.latera.g.eritq3 per conel'.16.huius.e.ad.f.sicut.b.ad.l.aut sicut.k. ad.m. manifestū auté est ex tertia ꝙ.e.⁊.g.sunt ꝯtra se primi: ideoq3 per.23.septimi in sua ꝓportione minimi.⁊ q2 p equā ꝓportionalitaté sunt.a.ad.d.⁊.c.ad.b.sicut.e.ad.g sequiť per.21.septimi:ut ipsi numerent.a.⁊.d.equaliter qđ sit ꝺm.n.⁊ item.c .⁊.b. eq̄liť qđ sit ꝺm.p.Quia igiť ex.b.in.k.fit.e.⁊ ex.e.in .n.fit.a.sequiť p diffinitioné vt.a.sit solidus eiusq3 latera.b.k.n.silr q2 ex.l.in.m.fit.g.⁊ ex.g.in.p.b. sequitur etiam ut.b.sit solidus ⁊ eius latera.l.m.p.ipsos aūt esse siles sic constabit cū ex.g. in.n.fiat.d.⁊ ex eodé in.p.b.erit p. 18.septimi.n.ad.p.sicut.d.ad.b.⁊ q2 sic erant b.ad.l.⁊.k.ad.m.p diffinitioné manifestū est.a.⁊.b.esse similes:qđ est propositū.



Propositio 20.

Si trium numeroꝝ continue ꝓportionaliū primus fuerit quadratus tertium quoq3 quadratum esse.

Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.sitq3.a.quadrat⁹ dico ꝙ.c.est etiā quadratus sunt eni p.17.a.⁊.c.supficiales ⁊ similes cum igitur.a.sit quadratus p ypothe.erit.c.quadratus.



Propositio 21

Si quatuor numerorum continue proportionalium. primus fuit cubus:quartum cubum esse necesse est.

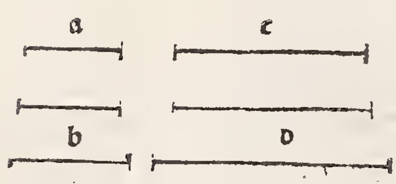
Sint quatuor numeri cōtinue proportionales.a.b.c.d. sitq3.a.cubus:dico ꝙ.d.est etiam cubus:cōstat enim per.19.ꝙ.a. ⁊.d. sunt solidi similes:⁊ q2.a.est cubus per ypothe.erit etiam.d.cubus.



Propositio 22.

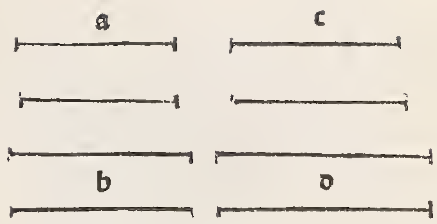
Si duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio sicut quadrati ad quadratū fuerit vn⁹ quadrat⁹:alterū quoq3 quadratum esse.

Sint duo numeri.a.⁊.b.in proportione duoꝝ quadratoꝝ qui sūt c.⁊.d.sitq3.a.vel .b.quadratus:dico reliquū esse quadratū: cū enim c.⁊.d.sint quadrati:sequitur eos esse superficiales similes.ideoq3 per 16.cadet vnus medius inter eos in continua proportione:quare per.8.⁊ inter.a.⁊ b.per.20. igitur cōstat propositum.



Propositio 23.

SI duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio ad alterum ſit ſicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alteꝝ cubicum eſſe. ¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.in ꝓportione duoꝝ cuboꝝ qui ſunt.c.⁊.d ſitqꝫ.a.vel.b.cubus: dico reliquū eſſe cubum. neceſſe eſt enim ꝙ.c.⁊ d.ſint ſolidi ſimiles: quippe omnes cubi ſunt ſimiles ⁊ ſolidi: itaqꝫ p 18.inter ipſos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.⁊.b.itaqꝫ per.21.manifeſtum eſt quod dicitur.



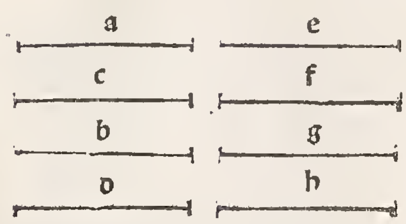
Propoſitio .24

NUmerorum ſuperficialium ſimilium eſt proportio vnius ad alterum ſicut proportio quadrati ad quadratum. ¶ Sint.a.⁊.b.ſuperficiales ſimiles. dico ꝙ vnus ad alterū eſt ꝓportio ſicut quadrati ad quadratū: erit enī per.16.inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui ſit.c.ſumptis itaqꝫ tribus minimis in ꝓportione eoꝝ: qui ſunt.d.e.f.erunt per correl.2.d.ad.f.quadrati: et q2 p equā proportionalitatē eſt.a.ad.b.ſicut.d.ad.f.cōſtat veꝝ eſſe qđ ꝓponitur.



Propoſitio 25

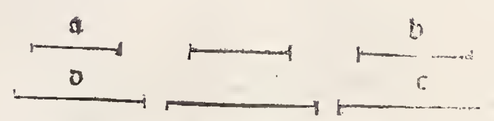
OMnium duorum ſolidorum ſimilium eſt proportio vnius ad alterum ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum. ¶ Sint.a.⁊.b.ſolidi ſimiles: dico ꝙ ꝓportio vnius eoꝝ ad alterum eſt ſicut alicuius cubi ad aliquē alium cubum. Sūt quidem p.18.inter eos duo numeri medij ſm continuā proportionē qui ſit.c.⁊.d.i coꝝ proportione ſint minimi: quatuor.e.f.g.h.quoꝝ.e.⁊.h.erunt cubi per correlarium ſcđe.q2 igitur per equā proportionalitatem eſt.a.ad.b.ſicut.e.ad.h.liquet propoſitum. Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.



PAr numerus eſt qui poteſt in duo equalia diuidi. ¶ Impar numerus ē qui ī duo equalia diuidi nō pōt: additqꝫ ſupra parē vnitatē Pariter par ē quē cūcti pares eū numerantes paribus vicibus numerant: ¶ Pariter īpar eſt quē cuncti pares eū numerātes īparibꝰ vicibꝰ numerāt. ¶ Pariter par ⁊ īpariter ē quē pares eū numerātes quidā paribꝰ quidā imparibꝰ vicibꝰ numerāt. ¶ Impariter īpar quē cūcti īpares eū numerantes imparibus vicibus numerāt. ¶ Perfectus numerus appellat̄ qui oībus ꝑtibꝰ ſuis quibꝰ numerat̄ ē equalis. ¶ Habundans dicitur qui oībus ſuis ꝑtibus minor eſt. ¶ Diminutus vero qui maior.

Propoſitio. .1.

SI fuerint duo numeri ſuꝑficiales ſilēs qui ex ductu alterius in alterum producetur numerū quadratū eē neceſſe ē. ¶ Sint.a.⁊.b.ſuperficiales ſimiles ex quoꝝ multiplicatione proueniat.c.dico.c.eſſe quadratū.fiat enī.d.ex.a.in ſe.eritqꝫ per.18.ſeptimi.d.ad.c.ſicut.a.ad.b.⁊ q2 inter.a.⁊.b.cadit vnus medius ſcđm cōtinuā ꝓportionalitatē p.17.octaui.ſequit̄ p.8.eiuſdē vt vnꝰ quoqꝫ cadat inter.d ⁊.c.itaqꝫ cū.d.ſit quadratus erit per.20.eiuſdē.c.quoqꝫ quadratus qđ ē ꝓpoſitū.



Propositio 2

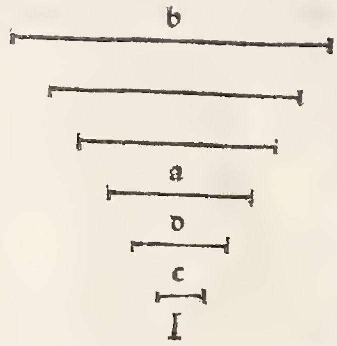
SI ex ductu alterius in alterum tetragonus pducatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaqz patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerū aliquē tetragonus producatur illū numerum aliquē esse tetragonū. Itēqz si ex ductu tetragoni in numerū aliquē non tetragonus producatur eū numerum aliquē non tetragonū esse. Si vero tetragonus in numerū aliquē non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.



¶Hec est ɔuersa prioris vt si ex.a.in.b.fiat.c.fueritqz.c.quadratus: erunt.a.⁊.b. supficiales similes. sit eni.d.ex.a.in se.eritqz per.18.septimi.d.ad.c. sicut.a. ad.b. per.16.aut.8.cum.d.⁊.c.sint supficiales similes: eo qꝫ sūt ambo quadrati. erit inter eos vnus numerus medi⁹ ꝫm cōtinuā propor.p.8.itaqz eiusdē erit etiam vnus inter.a.⁊.b.igitur p.17.eiusdē.a.⁊.b.sunt superficiales siles: quod est propositum Prima ps corrol'.patet p premissam: sunt eni omnes tetragoni supficiales similes scd̄a patet ex hac cū sit solus tetragonus sil'is tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius corrol'.pte a destructione ɔsequētis. quarta vero pꝫ ex eiusdē pte scd̄a a destructione etiā ɔsequētis.

Propositio .3.

SI numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.



¶Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico.b.esse cubū. sit eni .c. latus cubicū.a.ex.c.vero in se fiat.d.patet itaqz qꝫ ex.c.in.d.fit.a. sunt igitur vnitas.c.d.a.ɔtinuc pportionales: qd̄ ex.18.septimi ⁊ p̄sentibus ypothesibus manifestū est: ⁊ quia est.a.ad.b.sicut vnitas ad.a.eo qꝫ quotiens vnitas ē i.a.totiēs.a.in.b.erūt iter.a.⁊.b.duo numeri medij ꝫm pportionalitatē ɔtinuā per.8.octaui: cum igit̄ ex ypothesi sit.a.cubus erit per.21.eiusdem.b. quoqz cubus: qd̄ oportebat demōstrare.

Propositio .4.

SI cubus i alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.



¶Sint.a.⁊.b.cubi: fiatqz.c.ex.a.in.b.dico.c. esse cubum. fiat enim d.ex.a.in se.eritqz per premissā.d.cubus ⁊ qꝛ per.18.septimi ē.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex.23.octaui.c.eē cubum: qd̄ est propositum.

Propositio .5.

SI numerus cubus in numerū alium ducatur: fueritqz productus cubus in quē ductus ē numerum cubum esse necesse est. vnde ⁊ manifestū est: quia ex ductu cubi in nō cubū producitur non cubus. Ductoqz cubo in numerū aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quē il le ductus fuerit necesse est esse non cubum.

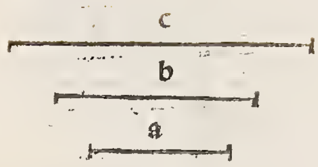


¶Sit eni ex.a.cubo in.b.numerū pduct⁹.c.cub⁹ dico.b.eē cubū: fiat eni.d. ex.a.i se qui p antep̄missā erit cub⁹: qꝛ igit̄ ē p.18.sep.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estqz.a.cubus sꝫ ⁊.d.⁊.c.cubi erit p.23.octaui.b.cub⁹ qd̄ ē ppositū: p̄ma ps corrol'.patet ex hac quinta a destructione ɔn̄tis. scd̄a per p̄missam sil'r a destructione cōsequentis.

Propositio .6.

SI ex ductu cuiusdã numeri in se ipsum cubus producat᷑ eũ esse cubuꝫ necessario comprobatur.

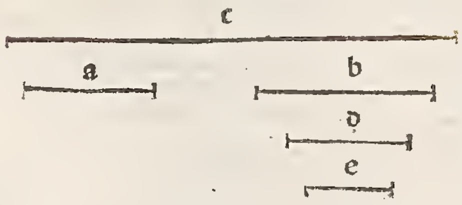
¶ Sit vt ex.a.in se fiat.b.sitqꝫ.b.cubus: dico ergo.a. esse cubũ:fiat eni.c.ex.a.in.b.eritqꝫ ex diffinitione.c.cubus. et qm̃ constat ex.18. septimi ꝙ sit.a.ad.b.sicut.b.ad.c. cũ sint.b. et.c.cubi: sequit᷑ ex.23 octaui.a.esse cubũ:qḋ ē ꝓpositũ.



Propositio .7.

SI numerus cõpositus in numerum quẽlibet ducatur:qui inde producetur erit solidus.

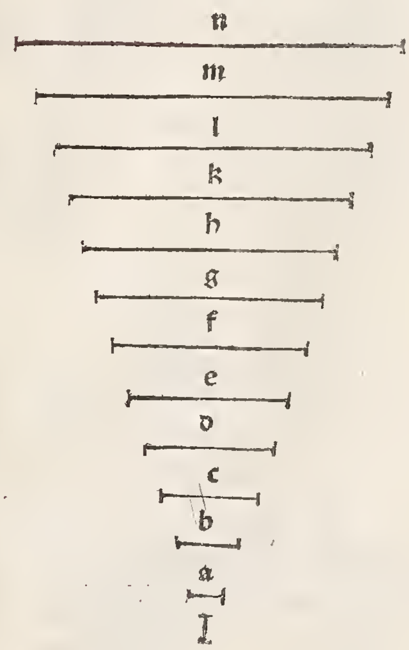
¶ Sit.a.numerus cõpositus:qui ducatur in.b.et ꝓueniat.c.dico.c esse numerũ solidũ:cũ eni.a.sit cõpositus numeratur ab aliquo numero qui sit.d.numeretqꝫ eum scḋm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.⁊ ex.a.in.b.c.erit ex diffinitiōe solidoꝝ.c.solidus eiusqꝫ latera.e.d.b.qḋ ē ꝓpositũ.

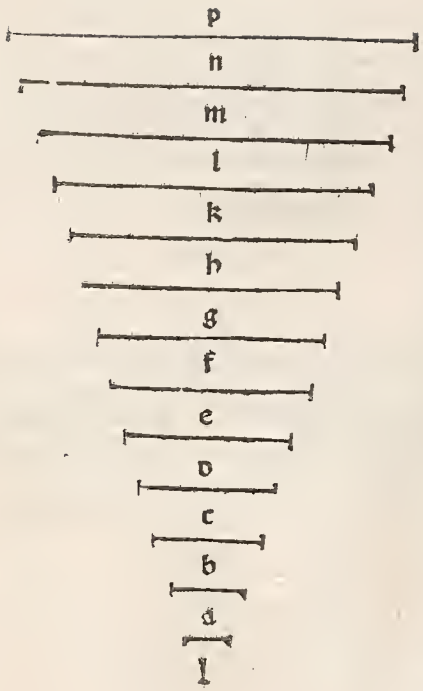


Propositio .8.

SI fuerint nũmeri ab vnitate cõtinue proportionales:tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itẽqꝫ septimus ab vnitate ē quadratus cubicus.ac deinceps:quinqꝫ semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

¶ Sint cõtinue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico.b.esse quadratũ ⁊.d.obmisso.c.⁊ sic alios vno semp obmisso.vnde simplr̃ om̃s existẽtes in in locis iparibus sunt quadrati:vt sunt tertius quintus et septimus: dico item.c. esse cubũ ⁊.f.duobus obmissis:et sic in ceteris.Omnisqꝫ simplr̃ est cubus cui⁹ ab vnitate locus addit sup ternariũ:vel quẽlibet multiplicẽ ipsius ternarij vnitatẽ:vt sũt quartus septimus decim⁹ tertiusdecimus ⁊ sextusdecimus. in hs eni ꝯueniunt omnes qui duos transmittunt. Itẽqꝫ dico.f.ab vnitate septimũ esse quadratũ cubicũ:⁊ silr̃.n.quinqꝫ numeris intermissis: idẽqꝫ in ceteris. Simplr̃ autẽ dico cui⁹ locus ab vnitate addit super senariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipsius vnitatẽ: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus ⁊ vicesimusquintus: illũ eẽ quadratũ cubicum: quadratũ quidẽ qm̃ eius locus impar : cubũ aũt qm̃ sup multiplicem ternarij addit vnitatem quippe senarij multiplices cũctos ternarij necesse est eẽ multiplices.Que aũt ꝓposita sunt sic constãt.Est eni ex ypothesi.a.in.b. quotiẽs vnitas in.a.itaqꝫ.b.ex diffinitione quadratus:qꝛ igit᷑.b.c.d.sũt cõtinue proportionales cũ.b.sit quadratus pꝫ ex. 17.vel.20.octaui.d.esse quadratum. Eadem rōne et f.qꝛ.d.e.f.sunt ꝯtinue ꝓportionales:et.d.est quadratus:idem in ceteris vno itermisso:ꝯstat itaqꝫ primũ. Scḋm sic cũ sit.b.in.c.quotiẽs.a.in.b.ex ypothe.sequit᷑ a diffinitione vt ex.a.in.b.suũ quadratum fiat.c.igit᷑ ex diffinitiōe cubi .c.est cub⁹ At qꝛ.c.d.e.f.sũt ꝯtinue ꝓportionales sed ⁊.f.g.h.k.est aũt.c. cubus : necesse est per. 19.vel.21 .octaui vt.f.quoqꝫ sit cubus.ideoqꝫ ⁊.k.idemqꝫ i ceteris duob⁹ trãsmissis:q̃re liquet scḋm.Qm̃ aũt.m.f.septimo ⁊ in.n.tertiodecimo:ceterisqꝫ quinqꝫ medios obmittẽtib⁹:simplr̃ vero ⁊ in oībus quoꝝ loc⁹ semp quẽlibet multiplicẽ senarij addit vnitateꝫ:terminant᷑ quadratoꝝ ⁊ cuboꝝ cõputatiões:in his quidem vni⁹:in illis aũt duoꝝ obmissione sequit᷑ ipsos esse q̃dratos: ex huius prima ꝑte ⁊ cubicos ex scḋa:quare quadrati cubici:constat ergo totum quod dicitur





Propositio. 9

Si numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis vnitaté sequẽs quadrat⁹ fuerit: ceteri quoqꝫ oẽs erunt quadrati. Si vero qui vnitaté sequitur fuerit cubus ceteri quoqꝫ omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate. sitqꝫ. a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoqꝫ dico omnes eẽ cubos. b. enĩ constat esse quadratũ p premissã: q2 ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex 22. octaui sequit̃. c. esse quadratũ. idẽ quoqꝫ ex eiusdẽ. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autẽ idẽ codẽqꝫ modo ꝓbabis: quare patet primũ. Scõm autẽ sic. cũ. b fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoqꝫ cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaqꝫ per. 23. octaui. d. omnesqꝫ sequentes cubicos esse probabis: est enĩ. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoqꝫ arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem sunt enĩ. a. b. c. d. sed et. b. c. d. e. singuliqꝫ quatuor continue sumpti continue proportionales.

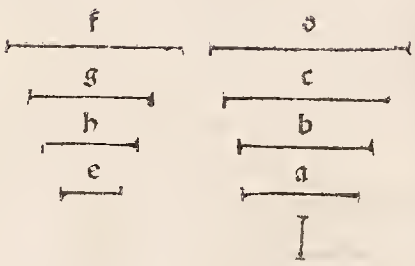
Propositio 10.

Si numeris quotlibet ab vnitate continua ꝓportionalitate dispositis vnitaté sequẽs non quadratus fuerit. non erit aliorũ quisqꝫ quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deinceps vno semp ĩtermisso reperiunt tetragoni. Si vero secũdus ab vnitate nõ fuerit cubus: nullus ceterorũ erit cubus exceptis ab vnitate quarto: ⁊ deinceps his qui duorũ semp ĩtermissione formantur cubicis.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse infert ptem oppositi passionis. dico aũt partẽ qm̃ ex. 8. ꝯstat oĩs impares esse quadratos. omnesqꝫ quorũ locus sup ternarium vel quẽlibet ipsius multiplicẽ addit vnitaté esse cubos. sint itaqꝫ qui prius ab vnitate ꝯtinue proportionales nõ sit autẽ. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex oĩbus esse quadratum: aut cubicũ nisi quos octaua proponit. si enĩ quis alius ponatur quadratus sequit̃ p. 22. octaui. a. esse quadratũ. Qõ si cubus sequit̃ per. 23. eiusdem. a. esse cubum quorũ vtrũqꝫ contrarium est ypothe. Constat ergo ꝓpositũ.

Propositio .11.

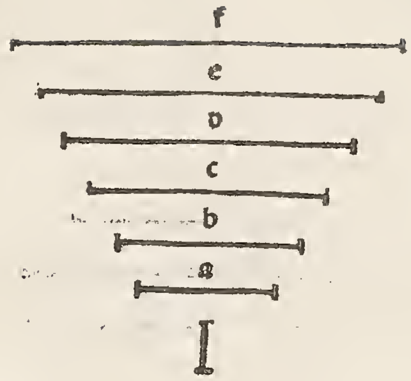
Si numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis aliquis numer⁹ primus vltimum numeret: eum quoqꝫ qui vnitaté sequitur numerare necesse est.



¶ Sint vsqꝫ ad. d ꝯtinue proportionales ab vnitate: sitqꝫ. e. numer⁹ primus de quo ponat̃ ipsũ numerare. d. dico ꝙ idem numerabit. a. Na si nõ erit ad ipm prim⁹ p. 32. sep. ⁊ q2 ex. a. i se fit. b. sequit̃ ex. 26. eiusdẽ ut ipe quoqꝫ sit prim⁹ ad. b. sed ⁊ ad. c. ⁊ ad. d. sequit̃ ipm eẽ pm̃ũ. p. 25. eiusdẽ: eo ꝙ ex. a i. b. fit. c. ⁊ ex eodẽ in. c. d. nõ ergo numerat. d. cũ sit primus ad ipm: qre accidit ꝯ riũ ypoth. Idẽ aliter cũ sit. e. prim⁹ si nõ numerat. a. pm̃us erit ad ipm p. 32. sep. itaqꝫ p. 32. eiusdẽ erũt minimi i sua ꝓportione: q2 aũt. e. ex ypoth. numerat. d. sit vt fm. f. ꝯstat vero ꝙ ex. a. in. c. fiat. d. ergo p secũdã ptẽ. 20. sep. erit. a. ad. e. sicut f. ad. c. qre p. 21. eiusdẽ. e. numerabit. c. ⁊ sit ut fm. g. ⁊ q2 ex. a. i. b. fit. c. sequit̃ quoqꝫ per easdem ⁊ eodẽ mõ ut. e. numeret. b. esto ergo ꝙ fm. h. ⁊ qm̃ rursus ex. a. in se fit. b. necesse est iterũ per easdẽ ut. e. numeret. a. sed positũ erat non numerare ꝙ accidit impossibile.

Propositio .12.

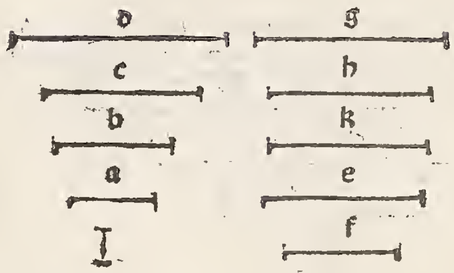
IN numeris ab vnitate ꝯtinue ꝓportiõalib⁹ minor maiorē numerat ſm aliquē ĩ illa ꝓportionalitate diſpoſitum. ¶Sint ab vnitate vſq₃ ad.f.cõtinue ꝓportionales. dico nullũ ipſoꝝ numerare.f.niſi ſm aliquē alioꝝ: cõſtat eni ꝙ.e.numerat ipſũ.f.ſm a.eſt eni.e.ad.f.vt vnitas ad.a.ſed ⁊.d.numerat eũdē.f.ſm.b.ē nã q₃ p equã ꝓportionalitatē.d.ad.f.vt vnitas ad.b. De.c.quoq₃ patet eodē mõ ꝙ ſecũdũ ſe ipſũ numeret eum. Econuerſo quoq₃.a.numerat eũ ſm.e. eo ꝙ ſicut vnitas ad.e.ita.a.ad.f.b.vero ſm.d.eſt eni vt vnitas ad.d.ita.b.ad.f. veꝝ igiẗ eſt ꝙ ꝓponitur. Quippe quotus quiſq₃ qui proponiẗ vltimũ numerare fuerit ſub vltimo ſm totum ſupra vnitatem: numerare ipſum conuinciẗ p equã proportionalitatem ⁊ diffinitionem.

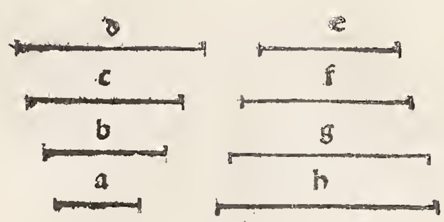


Propoſitio 13

QVotlibet numeris ab vnitate cõtinue ꝓportionalibus ſi qui vnitatem ſequitur fuerit numerus primus maximum eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis nullus numerabit.

¶Sint vt prius vſq₃ ad .d.continue proportiõales ab vnitate: ſitq₃ a.numer⁹ prim⁹: dico ꝙ nullus numerabit vltimũ nec ſimplr̃ aliquē eoꝝ niſi aliqs eoꝝ qui antecedit vltimũ vel eũ qui poniẗ numerari. Sit eni ſi poſſibile ē.e.diuerſus ab eis qui numeret.d.qui ſi fuerit primus p.11.numerabit.a.non igiẗ ē.a.pm⁹ quod ē ꝯ ypoth. Si aũt ipſe fuerit cõpoſitus neceſſe ē per.30.ſeptimi: vt aliqs primus nũeret eũ qui nõ erit niſi.a. Nã ſi ē alius ab.a.vt.f.cũ neceſſe ſit ipſũ nũerare d.argueẗ etiã eũdē numerare.a.p.11.ſic quoq₃.a.nõ erit pmus. Eſt igiẗ.a.primus numerãs.e.qm̃ aũt.e.nũerat.d.ſit vt ſm.g.eritq₃ p ſcðã ptē.20.ſep.a.ad.e.ſicut g.ad.c.ſit eni.d.ex.a.i.e.q̃re cũ.a.numeret.e.⁊.g.numerabit.c.ſitq₃ ut ſm.b. ſequiẗq₃ ut.a.numeret.g.ſicut ſeq̃baẗ vt numeraret.c.alioquin ſi.g. quidē ē pm⁹ cũ numeret.c.ſequiẗ p.11.ipſũ numerare.a. Si aũt cõpoſitus p eãdem ſequiẗ numerũ primũ numerantē.g.numerare.a.quod ē incõueniẽs.itaq₃.a. numerat eũ. ſequiẗ ergo p ſecundã ptē.20.ſeptimi vt.b.numeret quoq₃.b.eo ꝙ tã ex.a.in.b.q̃₃ ex. g. in.b.ꝯſtat ꝓduci.c.numeret.b.itaq₃ ipm ſm.k. Conſtat aũt vt pri⁹ de.g.ꝙ.a.numeret.b. Nã ſi nõ nõ erit.a.prim⁹ itaq₃ p ſecũdã ptē.20.ſep.ſeq̃ẗ ut.k.numeret.a ſit eni tã ex.a in ſe q̃₃ ex.b.i.k.b. Manifeſtũ ē autē.k.nõ eſſe.a.nullus eni numeroꝝ.g.b.k.ē aliquis ex.a.b.c.d.ſi eni.g.eſſet aliquis ex eis cũ ipe numeret. d.ſecundũ.e.eẽt p pmiſſã.e.quoq₃ aliquis ex eis.ſ₃ nõ erat: nec igiẗ.g.ſilr̃ cũ.b.numeret.c.ſm.g.nõ erit.b.aliquis ex.a.b.c. Nam eſſet.p pmiſſã ⁊.g.oſteſum ē autẽ ꝙ non: nec igiẗ.b.eadē rõne nec.k.cũ eni ipſe numeret.b.ſecundũ.b.ſi ipſe eẽt.a.cõuinceret p pmiſſã.b.quoq₃ eẽ.a. At nõ erat: nec igiẗ.k.erit.a.numerat autē ipſum Nõ ē itaq₃.a.prim⁹ qð ē ipoſſibile. ¶Aliter idē ſi.e.diuerſus ab.a.b.c.d.numerat d.ſit vt ſecundũ.f.⁊ q₂.a.numerus primus numerat.d.ꝓductũ ex.c.in.f.ſequiẗ ex 33.ſep.ꝙ ipſe numeret.c.vel.f.numeret.ergo.e.q₂ igiẗ tã ex.a.i.c.q̃₃ ex.e. in.f.fit d.erit per ſecundã partē.20.ſeptimi.a.ad.e.ſicut.f.ad.c. numerat itaq₃.f.c. ſit vt ſecundũ.g.eritq₃ per.33.ſeptimi ut.a.quoq₃ numeret. f.vel. g.ſitq₃ ut. f.ſequiẗq₃ per ſecundam partem.20.eiuſdem vt .g.numeret .b.ſitq₃ ut ſecundum.b.ut prius igitur.a.numerabit.g.vel.b.⁊ ſit vt nnmeret.g.b. ergo per ſecundam ptē.20. numerabit.a.ſi itaq₃.b.non ē equalis.a.non erit.a.primus: quod ē ꝯtra ypoth. Si autē equalis erit vnuſquiſq₃ numeroꝝ.g.f.e.aliquis ex.a.b.c.d.p pmiſſã quo

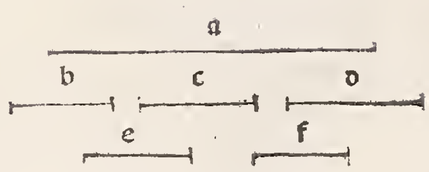




tiens opoztet assumptam. Non est igit.e.diuersus ab eis:qd est etiã cõtra ypothe.
itaq3 constat ve℞ esse qd proponit. Propositio .4.

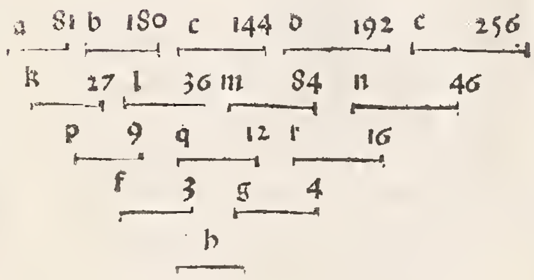
Si ppositus fuerit numer⁹ mimus quẽ numerãt primi assi gnati nõ numerabit eũ aliquis numerus primus preter il los assignatos.

¶Sit.a.minimus numerus numerat⁹ a numeris primis qui sũt.b. c.d.dico ꝙ alius primus pter eos nõ numerabit.a. Sin autem sit.e primus numerãs eũ bm.f.qz ergo quilibet numero℞.b.c.d.numerat .a. pductũ ex e.in.f.ẽ autẽ quilibet eorum primus sequitur ex.33.septimi:vt quilibet eo℞ nume/ ret.e.vel.f.sed.e.nullus numerat cũ sit primus:quilibet ergo eo℞ numerat.f.cum itaq3 sit.f.minor.a.vtpote qui numerat eũ bm.e.nõ erit.a.minimus numeratus ab illis qd est inconueniens. Propositio .15.



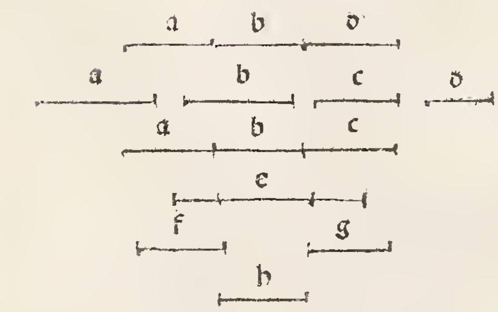
Si quotlibet numeri continue proportionales bm suã pro portionẽ fuerint minimi: quicũq3 aliquẽ illorũ numerat alteri terminorũ illius pportionis erit cõmensurabilis

¶Sint.a.b.c.d.e.cõtinue pportionales ꝛ minimi bm pportionez f.ad.g.qui sint in sua pportione minimi:ꝛ ponatur.h.numerare.c. dico ꝙ.h.est cõmensurabilis.f.vel.g.sumant enĩ in eadẽ pportione quatuoz mi/ nimi qui sunt.k.l.m.n.cõstat aũt ex scda octaui ꝙ ex.f.in.m.fit.c.alioquin cõtin/ geret esse minus minimo qd esse nõ potest.itaq3 per conel.33.septimi erit.h.cõ/ mensurabilis.f.vel.m.ꝙ si.f.cõstat ppositum:si aũt.m.sumant in eadẽ pportio ne tres minimi qui sint.p.q.r.eritq3 ex scda octaui vt.m.fiat ex.f.in.r.ne minus mimo aliqd eẽ cogamur cõcedere:q̃re per predictũ conel.h.ẽ cõmensurabilis.f.vl r.sed nõ erat.f.sic enĩ constabat propositũ:cõmensurabilis igitur ẽ.r.qui cum ex secũda octaui fiat ex.g.in se sequitur ex dicto conel.ut.h.sit cõmensurabilis.g.qd est propositum. Propositio .16.

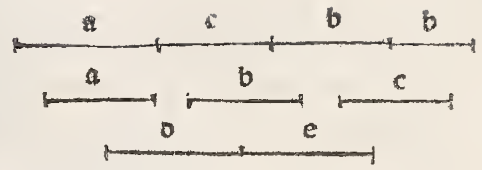


Si fuerint numeri quotlibet cõtinue proportionales ĩ sua proportione minimi quilibet eoruz ad compositum ex re liquis primis esse necessario comprobatur.

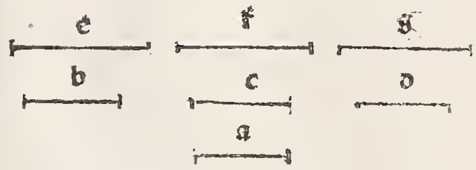
¶Sint.a.b.c.d.cõtinue pportionales ꝛ minimi.dico cõpositũ ex.a b.c.primũ esse ad.d.Si enĩ nõ numerabit aliquis numerus qui sit.e cõpositũ ex.a.b.c.ꝛ.d.p p̃missã igit erit.e.cõicans alteri terminorum illius pportio nis qui sunt.f.ꝛ.g.erit itaq3 numer⁹ aliqs numerãs.e.ꝛ alterum duorum.f.g.qui sit.h.quia ergo.h.numerat.e.numerabit.d.ꝛ cõpositum ex.a.b.c.ꝛ quia nume/ rat.f.vel.g.quorũ vterq3 numerat vtrũq3 mediorum ꝛ simpliciter oẽs si plẽs duo/ bus sint:ex secũda octaui sequit ut ipse numeret.b.ꝛ.c.ergo ꝛ.a.qz numerat totum a.b.c.nõ sunt igit.a.ꝛ.d.ꝯ se p̃mi qd ẽ incõueniẽs p.3.octaui:silr quoq3 constabit ppositũ ex.a.b.d.p̃mũ eẽ ad.c.si enĩ vt prius.e.numerat ãbos sequit p p̃missam ut aliquis numerus qui etiã sit.h.numeret.e.ꝛ alterũ duorũ.f.g.itaq3.h.numerat c.ꝛ totũ.a.b.d.sed ꝛ.h.cũ vtraq3 radicũ numeret omnes medios:igit ꝛ cõpositũ ex.a.ꝛ.d.ꝛ qz necessario numerat alterũ duorũ.a.d.cũ numeret alterũ duorũ.f.g. numerabit ꝛ reliquũ.Nõ sũt igitur a.ꝛ.d.cõtra se primi:ꝛ ita idẽ ut pri⁹.¶Demõ strãt aũt idẽ aliter de trib⁹ cõtinue pportiõalib⁹ ꝛ mimis sine aminiculo p̃misse p/ bãt enĩ ex quibusq3 duob⁹ cõpositũ p̃mũ eẽ ad reliquũ.sint itaq3.3.cõtinue ppor/ tionales ꝛ mimi.a.b.c.quo℞ termini.d.ꝛ.e.dico tũc compositum ex.a.ꝛ.b.primũ



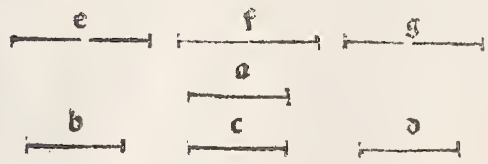
esse ad.c.⁊ cōpositū ex.b.⁊.c.ad.a.itē𝔮 ex.a.⁊.c. ad.b. manifestū enim est ex se/cunda octaui qđ ex.d.in se fit.a.⁊ in.e.fit.b. ⁊ ex.e. in se.c.⁊ ex.22.septimi.qđ.d.⁊.e.sūt cōtra se primi:itaq𝔷 ex p̄ma pte.29.eiusdē erit tot⁹.d.e.p̄m⁹ ad vtrū𝔮 co𝔭 q𝔭 igit̄ vter𝔮 duo𝔭 numero𝔭.d.⁊.d.e.prim⁹ ē ad.e.erit p.25.eiusdē qui ex.d.in.d e.pducitur ⁊ ipse ē cōpositus ex.a.⁊.b.p̄mus ad.e.sequit̄ ergo p.26.eiusdē.ut etiā cōpositus ex.a.⁊.b.sit p̄m⁹ad.c.fit eni.c.ex.e.i se ¶ Simili quo𝔮 demōstratōe p/babis cōpositū ex.b.⁊.c.p̄mū esse ad.a. At vero cōpositū ex.a.⁊.c.p̄mū esse ad.b: sic habeto:cū sit eni vter𝔮 duo𝔭.d.⁊.e.p̄mus ad totum.d.e.erit p.25.septimi qui ex.d.in.e.pducit̄:⁊ ipse est.b.p̄mus ad.d.e.itaq𝔷 p.26.eiusdē qui ex. d. e.in se p/uenit:⁊ ipse est qui cōponit̄ ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.primus erit ad.b.sequit̄ ergo com positū ex.a.⁊.c.p̄mū esse ad.b.necesse eni ē ut ex duobus cōpositus cū primus fue rit ad vnū co𝔭 ex quib⁹ componit̄:sit primus ad reliquū:demonstratum aūt ē hoc supra.29.septimi. Oportet aūt stabilire ad robur istius demonstratiōis compositū ex.a.⁊.b.pduci ex.d.in cōpositū ex.d.⁊.e.supposito 𝔮 ex.d.in se fit.a. ⁊ ex eode𝔷 in.e.b.itē𝔮 𝔮 ex.d.e.i se pducat̄ cōpositū ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.supposito eo quod prius ⁊ 𝔮 ex.e.in se fit.c.huius itaq𝔷 gr̄a pponim⁹ hec demonstrāda.



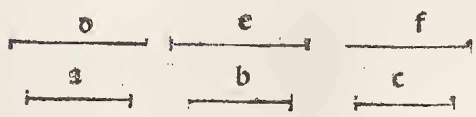
¶ Qđ fit ex ductu vni⁹ numeri i quotlibet tantū ē:quantū qđ ex ductu eiusdē i cōpositū ex illis. ¶ Idē pponit p̄ma scđi de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b ⁊ in.c.⁊ in.d.pueniant.e.⁊.f.⁊.g.dico 𝔮 ex.a.in cōpositū ex. b.⁊. c.⁊. d.puenit cōpositū ex.e.⁊.f.⁊.g.sequit̄ eni ex cōuersione diffinitionis eius qđ multiplicat̄ ut tota pars sit.b.e.⁊ tota.c.f.sed ⁊.d.tota.g.quota ē vnitas.a. per quintā itaq𝔷 se/ptimi:tota quo𝔮 ps erit cōpositus ex.b.⁊.c.⁊.d.compositi ex.e.⁊.f.⁊.g.quota est vnitas.a.ergo per diffinitionē ex.a.in cōpositū ex.b.⁊.c.⁊.d.fit cōpositus ex.e.⁊ f.⁊.g.qđ est propositū.



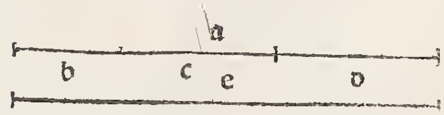
¶ Qđ fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum equū ē ei qđ fit ex cōposito eorū in eundē. ¶ hoc ē cōuersū eius qđ modo demonstratū ē:vt si ex.b.⁊.c.⁊.d.in.a.fiant.e.⁊.f.⁊.g.fiet quo𝔮 cōpositus ex cō posito i eundē:qđ ex.17.septimi ⁊ p̄demonstrato facile cōcludit̄.



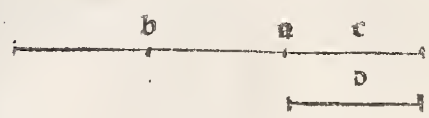
¶ Qđ fit ex du ctu quotlibet numero𝔭 in quotlibet alios:equū est ei qđ fit ex cōposi to horum in compositū illo𝔭. ¶ Ut si.a.b.c.multiplicēt.d.e.f. quilibet quē/libet:iungant̄q𝔷 pducta.dico aggregatū ex productis esse equale pducto ex cōpo/sito ex.a.⁊.b.⁊.c.in cōpositū ex.d.⁊.e.⁊.f. est eni p premissam qđ fit ex cōposito ex.a.b.c.in.d.quātū qđ ex singulis in illū.d.sic ⁊ in.e.⁊ in.f.ex cōposito aūt ho𝔭 a.b.c.in quēlibet illo𝔭.d.e.f.p ante p̄missā fit quātū ex cōposito in cōpositū.itaq𝔷 constat ppositū.



¶ Numero in quotlibet ptes diuiso: tantū est qđ fit ex toto eo in se:quantū qđ ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idē pponit scđa se/cundi de lineis. vt si.a.diuidat̄ in.b.⁊.c.⁊.d.dico qđ tantum fit ex.a.in se quantū in oēs illos.b.c.d.posito eni.e.equali.a.constat ex prima ha𝔭 incidentiū tm̄ fieri ex.e.in.a.quātū in oēs ptes.a.sed p cōcept.ex.e.in.a.fit quātum ex.a.in se.⁊ ex.e in ptes.a.quātū ex.a.in easdē. Manifestū ergo ē ve𝔭 esse qđ dicit̄.



¶ Numero in duo diuiso qđ fit ex toto in alterum diuidentium:tm̄ est quantū qđ ex eodem in se ⁊ in alterum. ¶ Idem proponit tertia scđi de lineis. Sit eni.a diuisus in.b.⁊.c.dico tm̄ fieri ex.a.in.c.quātū ex.c.in se.⁊ in.b. Nam qđ ex.a.i.c. ē quātū qđ ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaq𝔷.d.equali.c.erit.a.in.c. quantum d.in.a. At per primā ha𝔭.d.in.a.ē quantū in.b.⁊.c.q𝔭 ergo.d.in.a.⁊ i.b.⁊.i.c.ē quantum.c.in.a.⁊ in.b.⁊ in se propter equalitatem.c.⁊.d.constat propositum.



¶ Numero in duo diuiso qđ ex ductu totius in se: est quantum qđ ex ductu vtriusq; diuidentium in se ⁊ alterius eorum bis in alterum.



¶ Idem ꝓponit quarta scđi de lineis vt si .a. diuidatur in .b. ⁊ .c. dico tm̃ fieri ex .a. i se. quãtũ ex .b. in se. ⁊ .c. i se ⁊ ex .b. bis in .c. est eni per quartam harum ꝙ ex .a. in se quantũ qđ ex eo in .b. ⁊ in .c. ex eo autẽ in .b. per premissã est quantũ ex .b. in se. ⁊ in .c. at ex .a. in .c. per eandem est quantum ex .c. in se. ⁊ in .b. ⁊ q2 ex .c. in .b. tã tum est quantum ex .b. in .c. per .17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duoq; inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ẽ quadrato medietatis totius.



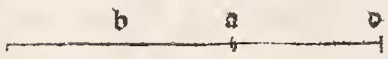
¶ Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si .a.b. diuidatur in duos numeros equales qui sint .a.c. ⁊ .c.b. itemq; in duos inequales quoꝝ sit maior .a.d. ⁊ minor d.b. dico ꝙ illud qđ fit ex toto .a.d. in .d.b. cũ quadrato .c.d. equale est q̃drato .c.b per premissam enim quadratũ .c.b. est equale quadrato .c.d. ⁊ quadrato. d.b. ⁊ ei qđ fit ex .b.d. in .c.d. bis: sed ex .b.d. i se ⁊ i .c.d. tm̃ fit quãtũ i .c.b. ꝑ p̃mã haꝝ: ⁊ iđ quãtũ i .a.c. itaq; ex .b.d. in se ⁊ in .c.d. bis quãtũ ex ipso .b.d. i .a.d. ꝑ eãdẽ igitur quadratũ .c.b. supat id qđ fit ex .b.d. in .a.d. in q̃drato .c.d. cõstat ergo propositũ.

¶ Cum fuerit numerus in duo eq̃lia diuisus eiq; alius numerus adiũctus: qđ fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio ⁊ adiuncto.



¶ Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit eni .a.b. diuisus in duos equales numeros qui sint .a.c. ⁊ .c.b. addaturq; ei numerus .b.d. dico illud qđ fit ex toto .a.d in .d.b. c. cũ quadrato .b. esse equale quadrato .c.d. est enim ex sexta harũ quadratũ .c.d. equale quadrato .d.b. ⁊ q̃drato .b.c. ⁊ ei qđ fit ex .d.b. in .b.c. bis: s; per primã haꝝ ex .b.d. in se ⁊ in .b.c. bis est q̃ntũ ex .b.d. in .d.a. Sũt eni .a.c. ⁊ .c.b. eq̃les. itaq; q̃dratũ .c.d. supat id qđ fit ex .b.d. in .d.a. in q̃drato .c.b: qđ ẽ ꝓpositum

¶ Cũ numerus in duo diuidĩ qđ fit ex toto in se cũ eo qđ ex altero diuidẽtiũ in se: ẽ equũ ei qđ ex toto in eundẽ bis cũ eo qđ ex altero i se.



¶ Idem proponit septima scđi de lineis. Sit eni numerus .a. diuisus in .b. ⁊ .d. dico quadratũ .a. cũ quadrato .d. tm̃ esse quãtum qđ fit ex .a. in d. bis cum quadrato b. constat quidẽ ex sexta haꝝ ꝙ quadratum .a. tantũ ẽ quantũ quadratũ .d. ⁊ quadratum .b. ⁊ qđ fit ex .d. in .b. bis: itaq; quadratum .a. cum quadrato .d. tm̃ ẽ quantum qđ ex .d. bis in se. ⁊ bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se ⁊ bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harum: ergo quod fit ex .d. bis i .a. cũ quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius qđ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.



¶ Idem proponit octaua scđi de lineis. Sit numerus .a.b. diuisus in .a.c. ⁊ .c.b. cui addatur .b.d. qui ponatur equalis .c.b. dico quadratum .a.d. tantum esse quantum est id quod fit ex .a.b. in .b.d. quater cum quadrato .a .c. est nanq; per sextam haꝝ quadratum .a.d. equum quadrato .a.b. ⁊ quadrato .b. d. ⁊ ei qđ fit ex .a. b. in b.d. bis: ⁊ quia quadratum .b.d. est equale quadrato .c.b. erit quadratũ .a.d. equale quadrato .a.b. ⁊ quadrato .c.b. ⁊ ei qđ fit ex .a.b. in .b.d. bis: per p̃missam autẽ est quadratum .a.b. cum quadrato .c.b. quantum quadratum. a. c. cũ eo quod fit

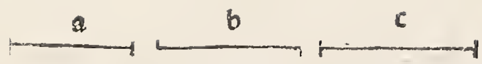
ex.a.b.in.b.c.bis:itaqȝ quadratum.a.d.tantū ē quātū qđ ex.a.b.in.b.d.bis ꝛ ex a.b.in.b.c.bis cū quadrato.a.c.ꝛ q2 ex.a.b.in.b.c.tm̄ fit quantū in. b.d. constat verꝫ eē quod ꝓpositum est. ¶Cum fuerit numerus in duo equalia duoqȝ inequalia diuisus: quadrata amborū inequalium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis ꝛ quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis. ¶Idem proponit nona scđi de lineis Sit enim.a.b.diuisus ꝑ duos equales qui sint.a.c.ꝛ.c.b.ꝛ ꝑ duos inequales qui sint.a.d.ꝛ.d.b.dico ꝙ quadrata duoꝝ numeroꝝ.a.d.ꝛ.d.b.pariter accepta sunt duplū duobus quadratis duoꝝ numeroꝝ.a.c.ꝛ.c. d.pariter acceptis. Est eni per sextam baꝝ quadratum.a.d.quantū quadrat⁹.a.c. ꝛ quadratū.c.d.ꝛ duplū eius qđ fit ex.a.c.in.c.d.q2 aūt.a.c.ē equalis.c.b. erit quadratū.a.d.quantū quadratū b.c.ꝛ quadratū.c.d. ꝛ duplū eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.itaqȝ quadratū.a.d. cū quadrato.b.d.sunt quātū quadratū.b.c.ꝛ quadratū.c.d.ꝛ duplū eius qđ fit ex.b.c.in c.d. ꝛ quadratū.b.d.duplū aūt eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.cū quadrato.b.d. ē equale quadrato.b c.ꝛ quadrato.c.d.p.9.baꝝ ergo quadrata duoꝝ numeroꝝ.a. d.et d.b.sunt quantū quadrata duoꝝ numeroꝝ.b.c.ꝛ.c.d.duplicata:ꝛ quia.b.c.ꝛ.c.a sunt equales:pȝ ꝓpositū. ¶Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusqȝ adiunctus: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate ꝛ adiuncto. ¶Idē proponit.10.scđi de lineis.Sit eniȝ numerus.a.b.diuisus in duos equales.a.c.ꝛ.c.b.sitqȝ sibi adiunctus numerus.b.d. dico quadratū.a.d.cū quadrato.b.d.duplū eē ad quadratū.a.c.cū quadrato .c.d cū sit eni numerus.c.d.in duo diuisus sibiqȝ sit.a.c.equalis vni diuidentiū addit⁹ erit per.10.ᵐ baꝝ quadratū.a.d.quantū qđ fit ex.c.d.in.c.a.quater cū quadrato.b. d.q2 vero.a.c.ē equalis.c.b.erit quadratū.a.d.quātū qđ fit ex.d.c.i.c.b.q̄ter cū q̄drato.b.d.itaqȝ quadratū.a.d.cū quadrato.d.b.erit quantū qđ fit ex.d.c. in.c.b quater cū duplo quadrati.b.d.hoc aūt p.19.baꝝ duplū ē ad q̄dratū .c.d.cū q̄drato.c.b .cū igiť sit q̄dratū.c.b.equale quadrato.a. c.cōstat ꝓpositum. ¶Numerum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto ꝛ vna eius portione cōtinetur equum sit quadrato alterius est impossibile. ¶Qđ.11.secundi proponit faciendum in lineis.demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b.dico impossibile esse ipsū sic diuidi ut proponitur:sic eni diuideret ꝭm proportionē habentem medium ꝛ duo extrema:ut patet ex diffinitiōe ꝛ.20.septimi.Si autem potest diuidatur in.c.sitqȝ.a.b.ad.b.c. sicut. b.c.ad .c.a. erit itaqȝ.a.c.minor.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c.d q2 igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c detracti ab.a.b. ad.c. d. detractum ab.b.c.erit eadem .a.c residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare .b.c. ad.c. d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b.detracto itaqȝ.d.e.de.c.d.ut sit.d. e.eq̄lis.d.b.erit etiā ꝓportio.b.c.ad.c.d.sic.c.d.ad.d.e. q̄re sic.d.b.residui.c.b. ad.c.e.residuū.c.d.pōt igiť.c.e.detrahi ab.e.d.nō erit itaqȝ finis isti⁹ detractiōis qđ ē ipossibile.Nūc ad ꝓpositū reuertamur. Propositio .17.

Si fuerint duo numeri ꝯtra se primi quātus ē primus eoꝝ ad scđm:tantū esse scđm ad tertium quēq̄ȝ impossibile est. ¶Sint.a.ꝛ.b.contra se primi:dico impossibile esse aliquē eis in continua ꝓportionalitate adiungi.Si eniȝ pōt sit.c.q2 igiť.a.ad.b.sicut









b.ad.c.sunt aũt.a.z.b.in sua proportione minimi per .23.septimi: sequitur p.21. eiusdem ut.a.numeret.b.qui cum etiã numeret se: non erunt.a.z.b.contra se primi:quod est contrarium poni.

Propositio .18.

SI quotlibet numerorum cõtinue proportionalium duo extrema fuerint cõtra se primi quant⁹ est primus ad scõm tantũ esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.

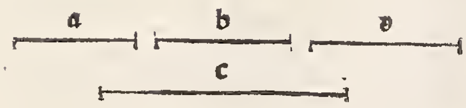
¶ Sint.a.b.c.cõtinue proportionales.sintq.a.z.c.contra se primi dico q in eadẽ proportione non potest eis adiũgi alius. si enĩ potest sit.d.quia igitur ẽ.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutatĩ.a.ad.c.sicut. b. ad.d. sunt autẽ.a.z.c.in sua proportione minimi per.23.septimi itaq p.21.eiusdem.a. numerat.b.quare etiam numerat.c.numerorum enim continue proportionalium:si prim⁹ numerat scõm: ipse numerat omnes z simpliciter quilibet precedẽs quẽlibet sequentem.at qr etiam numerat se:non erunt.a.z.c.cõtra se primi: qd est inconueniens.



Propositio .19.

PRopositis duobus numeris an sit eis tertius cõtinue proportionalis perscrutari.

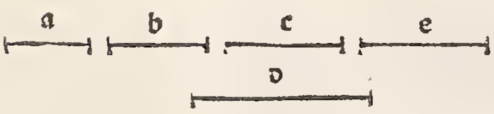
¶ Sint.a.z.b.duo numeri propositi:volo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiũgi. Igitur si ipsi sunt cõtra se primi impossibile est per.17.si vero cõpositi ducatur.b.i se.z proueniat.c.quẽ si.a.numerat erit.si vero nõ numerat non erit.Numeret enim eũ sm d.qui erit quẽ querimus per.2.partem.20.septimi. sit ergo ut no numeret eum est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d.itaq qr ex.b.in se fit.c.sequitur per primã partem.20.septimi.ut ex.a.in.d.sit idẽ.igit.a.numerat.c.sm.d. sed erat positũ q nõ quare sequit impossibile.



Propositio .20.

DAtis tribus numeris cõtinue proportionalibus an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

¶ Sint cõtinue proportiõales.a.b.c.volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi.igitur si.a.z.c.sunt cõtra se primi impossibile est per.18.si aũt cõpositus.sit.d.qui prouenit ex b.in.c.quẽ si numerat.a.erit.si vero nõ numerat nõ erit.numeret enim eum sm.e qui erit quẽ querimus:per scdam partem.20.septimi.sit ergo ut nõ n meret eum. est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaq qr ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primã ptem 20.septimi.vt ex.a.in.e.sit idem.ergo.a.numerat.d.sm.e.sed positũ erat q non: Idẽ potes perscrutari quotlibet cõtinue proportionalibus propositis.si enim duo extremi sint cõtra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi: ducto scdo in vltimũ si productum numeret primus:is scdm quẽ eũ numerat est quẽ querimus per scdam ptẽ.20.sep.si aũt prim⁹ pductũ nõ numerat null⁹ erit: quotlibet enĩ posito p primã ptẽ eiusdẽ sm ipsũ positũ.numerabit prim⁹ pductũ: qd positũ erat nõ numerare.

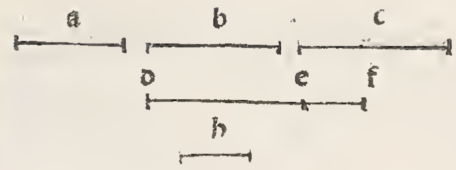


Propositio .21.

DAtis quotlibet numeris primus aliquẽ primũ ab eis diuersum esse necesse est.

¶ Nihil aliud intendit nisi q numeri primi sint infiniti demonstrare Sint enĩ.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquẽ primũ diuersũ ab eis sit quidẽ.d.f.minimus quẽ numerãt cui addita vnitate fiat.d.g.qui

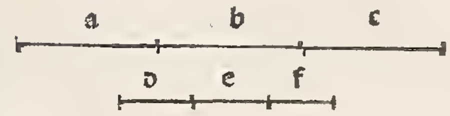
est primus aut compositus .si primus constat ppositum.si compositus numerat eũ aliquis primus qui sit.b.qué non est possibile esse aliqué ex primis ppositis.si enĩ esset aliquis coꝝ cũ quilibet ipsoꝝ numeraret.d.f.ipse quoqꝫ numeraret eundé: at qꝛ numerat.d.g.oporteret ipsũ numerare.f.g.qui est vnitas qꝺ᷑ est impossibile Idé sequitur posito.d.f.quolibet numero qué numerant.a.b.c.q̃re ꝯstat ppositũ



Propositio .22.

Si coacerueniur quotlibet numeri pares:totus quoqꝫ ab eis coaceruatus erit par.

¶Sit quisqꝫ numeroꝝ.a.b.c.par:dico ex eis cõpositũ eé parem. habet eni ex cõuersione diffinitionis quisqꝫ coꝝ medietaté.sint ergo eorum medietates.d.e.f.qꝛ igitur sicut.a.ad.d.sic.b.ad.e.ꝛ.c.ad.f.erit ex.13.septimi sicut.a.ad.d.itaqꝫ totꝰ.a.b.c.ad totum.d.e.f.itaqꝫ.d.e.f.est medietas.a.b.c.ergo per diffinitionem.a.b.c.est par:quod est propositum.



Propositio .23.

Si numeri impares numero pares coaceruent᷑:totus quoqꝫ ex eis coaceruatus erit par.

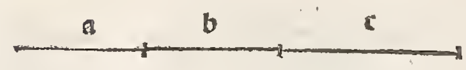
¶Sit quilibet numeroꝝ.a.b.c.d.impar:dico ex eis compositum esse parem:dempta enim a quolibet vnitate cõstat residuos esse pares:ꝛ qꝛ ille vnitates dempte cõponũt paré.cũ sint numero pares:constat propositum per premissam.



Propositio .24.

Si numeri impares numero impares coaceruentur:totum quoqꝫ ex eis coaceruatum imparem esse.

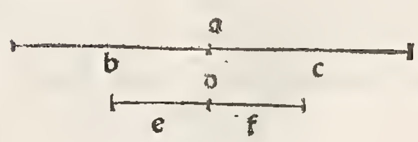
¶Sit quilibet numeroꝝ.a.b.c.impar:dico totũ ex eis cõpositũ esse imparem.erit eni per p̃missam cõpositus ex.a.ꝛ.b.par:ꝛ qꝛ.c.dempta vnitate est par erit per ante premissã totus.a.b.c.dempta vnitate par:per diffinitionem itaqꝫ constat totum esse imparem.



Propositio .25.

Si a numero pari numerus par detrahat᷑ reliquus erit par

¶Sit totus.a.par a quo detrahat᷑.b.qui quoqꝫ sit par :ꝛ residuꝰ sit c.dico.c.esse paré.sit eni.d.medietas.a.e.quoqꝫ sit medietas.b.detractoqꝫ.e.de.d.sit reliquus.f.erit p.13.septimi.c.ad.f.sicut.a.ad.d. quare.f.é medietas.itaqꝫ.c.est par:qꝺ est propositum.



Propositio .26.

Si a numero impari detrahat᷑ impar reliquus erit par.

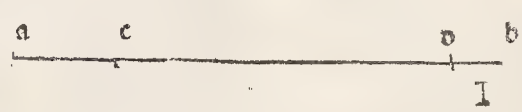
¶Sit.a.b.numerꝰ impar a quo detrahat᷑ .b.c.qui etiã sit impar:dico reliquum qui est.a.c.esse paré:detrabatur enĩ ab vtroqꝫ duorum numeroꝝ.a.b.ꝛ.b.c.vnitas q̃ sit.b.d.eritqꝫ vterqꝫ duoꝝ residuoꝝ q̃ sũt.a.d.ꝛ.d.c.par.p p̃missã itaqꝫ constat.a.c.eé paré:qꝺ é ppositũ.



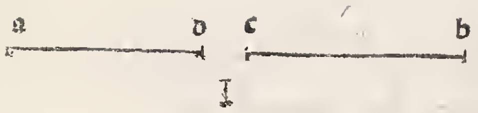
Propositio .27.

Si a numero impari numerũ paré subtrahas qui relinquitur impar est.

¶Sit.a.b.impar:aˡquo detrabatur.a.c.qui sit par:dico.c.b.residuũ eé imparé.sit eni.b.d.vnitas:eritqꝫ.a.d.par ꝛ qꝛ.a.c.é par erit p.25 c.d.par cũ itaqꝫ sit.d.b.vnitas erit.c.b.impar : qꝺ est propositum.



Propositio .28.



SI de numero pari imparẽ tollas qui relinquitur impar est.
¶Sit.a.b.par a quo tollatur.a.c.qui sit impar:dico.c.b.residuũ esse imparẽ:subtrahatur enim ab.a.c.vnitas que sit.c.d.eritq3.a.d.par itaq3 per.25.d.b.quoq3 erit par.q2 igitur.d.c.est vnitas sequitur.c.b.esse imparẽ:qđ ẽ ꝓpositũ. Propositio .29.

SI numerus impar in numerũ parem ducatur qui inde produ/cetur erit par.
¶Ex.23.manifestum est quod dicitur.

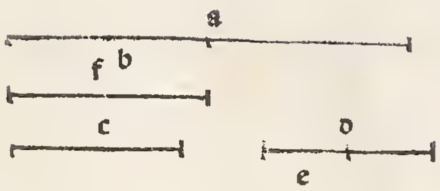
Propositio .30.

SI in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.
¶Hec quoq3 ex.24.manifesta est.

Propositio .31.

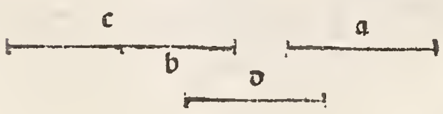
SI numer⁹ impar numerum parem numeret:numero pari eum numerabit.
¶Si eñi numero ipari eũ numeraret ex ipari ĩ imparẽ fieret par:qđ ẽ incõueniẽs ꝑ p̃missã. Propositio .32.

SI impar imparẽ numeret impariter eum numerat.
¶Si eñi pariter eũ numeraret ex numero impari ĩ numeꝝ parẽ fieret im par qđ ẽ incõueniẽs ꝑ.29. Propositio .33.



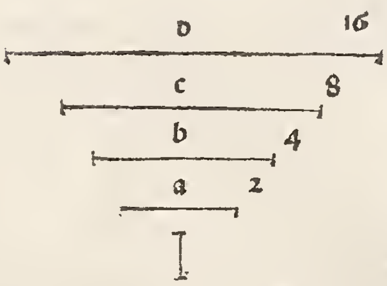
SI numerus impar numerum parem metiatur eiusdẽ quo/q3 dimidium ipsum metiri necesse est.
¶Sit.a.numer⁹ par cuius dimidiũ.b.sitq3.c.numer⁹ impar qui nu/meret.a.dico ꝙ.c.numerabit.b.numeret eñi.a.ꝫm.d.eritq3 ꝑ.31.d. numerus par.Esto igitur eius dimidiũ.e.ducaturq3.c.in.e.⁊ ꝓueniat f.eritq3 ꝑ.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.e.⁊ q2 etiã est.a.ad.b.sicut.d.ad.e. sequitur.b.⁊ f.esse equales.cũ itaq3.c.numeret.f.idẽ numerabit.b.quod est propositum.

Propositio .34.



SI numerus impar ad aliquẽ fuerit primus:idem ad eiusdẽ duplum erit primus.
¶Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplũ sit.c. dico ꝙ.a. ẽ primus ad.c.sin autem numeret eos.d.cũq3.a.sit impar sequitur.d. esse imparẽ:quicũq3 eñi iparẽ numerat impar est ꝑ premissam itaq3 d.numerabit.b.non sunt igitur.a.⁊.b.contra se primi :qđ est contra ypothesi.

Propositio .35.

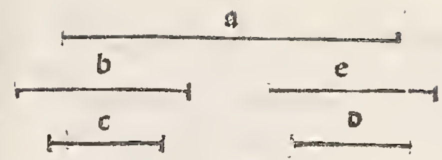


NUmeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum:
¶Sint vnitas.a.b.c.d.cõtinue ꝓportiõales.sitq3.a.binarius: dico oẽs eos eẽ pariter pares eisq3 ꝫm hanc ꝓportionẽ in infinitũ auctis nullũ aliũ eẽ pariter parẽ: de his quidẽ constat ꝑ diffinitionẽ cũ ꝑ.12. quilibet p̃cedens numeret quẽlibet sequẽtẽ ꝑ aliquẽ eoꝝ.quos omnes oportet esse pares:⁊ nullus alius numeret aliquẽ eoꝝ per.13.eo ꝙ.a.qui ẽ binari⁹ vnitatẽ sequẽs ẽ prim⁹.Qđ aũt null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par ꝯstat:sic posito eñi aliquo diuidatur ĩ duas medietates eiusq3 medietas ĩ duas: ⁊ hoc totiẽs fiat quousq3 numer⁹ aut vnitas diuisionẽ ipediat qđ necesse ẽ euenire ꝑ vltimã petitionẽ.si vero numer⁹ hãc ꝓhibeat ipse erit ipar q̃ cũ numeret pariter parẽ positũ nõ erat pariter par q̃ posit⁹ ẽ pariter par.si aũt vnitas nõ erit.15.ali⁹ a cõtinue duplis ab vnitate.

Propositio .36.

Numerus cuiusmedietas est impar est pariter impar.

¶ Sit.a.numerus cuius medietas que sit .b .sit impar dico. a.esse pariter imparē.sit eni.c.binari⁹manifestū itaq3 qm̄ ex.c.in.b.fit.a. sit aūt.d.quilibet numerus par numerās.a. qui numeret eū scōm.e. eritq3 p scōam ptē.20.septimi.e.ad.b .sicut.c.ad.d.igit̄.e .numerat. b.nā q2.c.numerat.d.erit itaq3.c.numerus impar.erat eni ⁊.b.p diffinitionē igit̄ a.est pariter impar.



Propositio .37.

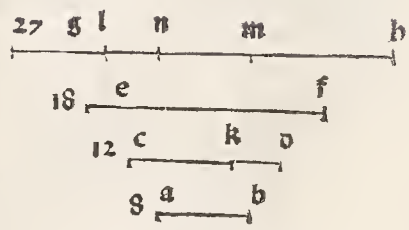
Omnis numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par ⁊ impariter.

¶ Sit numer⁹.a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit .b.ponatur par.dico ipsū esse pariter parē ⁊ ipariter.sit eni.c.binarius de quo manifestū ē q͛ ipse numerat.a.ƀm.b.q2 vero.a.nō est duplus a duobus:necesse ē si eius medietas que ē.b.in alias duas medietates diuidat̄:medietatisq3 medietas in alias duas vt tandē occurrat numerus impediēs diuisionē qui ꝑpter hoc q͛ diuisionē nō recipit erit impar.sitq3 is in quo sistit diuisio.d. in numero q̄ppe necesse ē stari q2 sivsq3 ad vnitatē ꝑueniret diuisio cēt.a de numeris duplis a binario de quibus nō ē:de.d.vero manifestū ē q͛ ipse numerat.a.p hanc cōem sciam:ois numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo.Numeret ergo eū ƀm.c.eritq3.e.par. Alioquin.cū.d.sit maior impar sequeret̄ p.30.a.eē imparē:q2 igit̄.b.numerus par numerat.a.ƀm.c.qui quoq3 ē par est eni binarius At vero.e.numer⁹ par numerat eādē ƀm.d.q̄ ē impar.ꝯstat ex diffinitiōe numer̄ a.eē pit̄er parē ⁊ impit̄er:qd̄ ē ꝑpositū.

Propositio .38.

Si de scōo atq3 vltimo numeror̄ cōtinue ꝑportionalium equale primi dematur quantū ē reliquū scōi ad primum tm̄ eē reliquū vltimi ad coacervatum ex cūctis precedentibus necessario comprobatur.

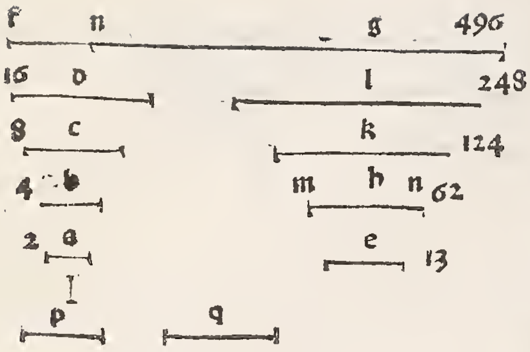
¶ Sint ꝯtinue ꝑportiōales.a.b.c.d.e.f.g.h.demat̄q3.de.c.d.eq̄lis.a.b.qui sit.c.k.⁊ de.g.h.qui sit.g.l.dico tūc q͛ ꝑportio.k.d.ad.a.b. ē sicut.l.h ad cōpositū ex.e.f.c.d.⁊.a.b.sumat̄ ex.g.h.equalis.e.f:qui sit.g.m. ⁊ eq̄lis.c.d.q̄ sit.g.a.eritq3.l.n.eq̄lis.k.d.manifestū aūt ē p.12.sep.q͛ cū sit.g.h.ad. g.m. sicut g.n.ad.g.n.erit.h.m. residuū ad .m.n.residuū sint.g.h.ad.g.m.ideoq3 sicut.e.f. ad.c.d.sili quoq3 mō erit.m.n.ad.l.n.sicut.c.d.ad.a.b.ꝑmutatim igit̄ erit. h.m. ad.e.f.⁊.m.n.ad.c.d.sicut.n.l.ad.a.b.itaq3.cōiuncti p.13.sep.erit.l.h. cōpositus ex.h.m.m.n.⁊.l.n.ad cōpositū ex.e.f.c.d.⁊.a.b:sicut.l.n.ad.a.b. ideoq3 sicut.k. d.ad.a.b.qd̄ est propositum.



Propositio .39.

Cum coaptati fuerint numeri ab vnitate cōtinue dupli qui cōiuncti faciāt numerū primū extremus eor̄ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

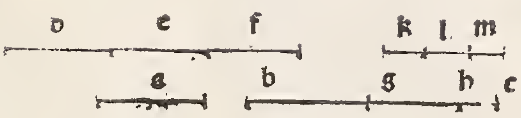
¶ Sint ab vnitate ꝯtinue dupli.a.b.c.d.ex eis aūt ⁊ vnitate coacervatus sit.e.qui ponat̄ eē numer⁹prim⁹in quē.c.multiplicet̄.d.⁊ proueniat.f.g.dico.f.g.eē numer̄ pfectū. Sumat̄ igit̄.h.k.l.ꝯtinue dupli ad.e.ut tot sint.e.h.k.l.quot sint cōtinue dupli ad vnitatē sumpti.eritq3 p equā ꝑportionalitatē.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare p primā ptē.20.sep.ex.a. in.l.ꝑuenit.f.g. Nā ipse f.g.ꝑuenit ex.d.in.e.⁊ q2.a.ē binari⁹ ē.f.g.duplus ad.l.sunt igit̄. e.h.k. l.⁊.f.g.



cōtinue ꝓportionales: demat̄ igit̄ ex.b. equalis.e.qui sit .m.b.ꝛ residuus.b. n.q erit etiā eq̄lis.e.itēq3 ex.f.g.demat̄ eidē equalis qui sit.f.n.eritq3 ꝑ p̄missam.n.g. quātū aggregatū ex.e.ꝛ.b.ꝛ.k.ꝛ.l.sed ꝛ.f.n.cū sit equalis.e.ē quātū aggregatum ex.a.ꝛ.b.ꝛ.c.ꝛ.d.ꝛ vnitate.itēq3 totus.f.g.ē quantus aggregat⁹ ex oibus his sc3 a.b.c.d.ꝛ vnitate ꝛ illis.e.h.k.l.de quibus oibus manifestū ē ꝙ numerāt cū sc3.f. g.c.quidē ꝺm.b.ꝛ.b.ꝺm.k.qd̄ ex p̄ma pte.20.sep.ↄuincit̄ adiuuāte equa ꝓportio/ tionalitate sicubi opus fuerit.Est enim ut.d.ad.c.sic.b.ad.e.ꝛ ut.d.ad.b.sic.k.ad .e.ꝑ equam ꝓportionalitatē: quare ꝛ ex.c.in.b.ꝛ ex.b.in.k.necesse ē ↄuenire.f.g. quē dudū ꝓduxerat.d.in.e.si igit̄ nullus alius ab his numerat.f.g.ipse erit ꝑ dif/ finitionē numerus ꝑfectus.℄ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si eni hoc possibile ē sit.p.qui numeret eū ꝺm.q.eritq3 ꝑ.33.sep: vt.e. numeret alteꝝ eoꝝ ponat̄q3 ꝙ numeret.p.ꝛ qꝛ ꝑ scd̄am ptē.20.sep.ē.q.ad.d.sicut e.ad.p. seq̄t̄ ut.q.numeret.d.quare cū.a.qui sequit̄ vnitatē sit primus ē eni binari⁹ erit.q.ꝑ.13 huius aut.a.aut .b.aut.c.quicunq3 aūt hoꝝ fuerit erit.p.aut.l.aut.k.aut.h.si eni q.fuerit.a. constat ꝙ p.erit.l.qd̄ sit fuerit.b.p.erit.k.si aūt.c.p.quoq3 erit.h.non ē igit̄.p.diuersus ab illis vt fuerat positū: relinquitur ergo ꝙ.f.g.sit numerus per/ fectus quod erat demonstrandum. Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus

Quantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cōis eas numerās: dicēt̄ cōicātes.quib⁹ vero nō fuerit vna cōis q̄ntitas eas numerās dicēt̄ i/ cōmēsurabiles.Linee ī potētia cōicātes di/ cunt̄ quaꝝ sup̄ficies q̄dratas vna cōis sup̄fici es nūerat.Linee īcōmēsurabiles ī potētia di cunt̄ quaꝝ sup̄ficies q̄dratas nō numerat vna cōis sup̄ficies: q̄ cū ita sint manifestū ē qꝛ oī linee posite multe alie sūt incōmēsurabiles. q̄dā ī longitudīe tm̄.q̄dā ī lōgitudine ꝛ potē tia.Oīs aūt linea cū q̄ rōcinamur posita vo cet̄ rōnalis.Lineeq3 ei cōicātes dicūt̄ rōnales: Eidē aūt īcōicātes di cūt̄ irrōnales siue surde.Oīs vero q̄drata sup̄ficies de q̄ ꝑ ypotesi rōci namur dicit̄ rōnalis.Sup̄ficies vero ei cōicātes dicūt̄ rōnales. Eidē autem īcommensurabiles superficies dicūtur irrationales siue surde Latera vero q̄ in illas q̄dratas possūt dicūt̄ rōnalia.℄ Quālib3 quā/ titatē totiēs posse multiplicari vt quālibet eiusdē generis quātitatem positam excedat. Propositio .1.

Si a duabus quātitatibus inequalibus ꝓpositis maius di midio a maiori detrahat̄.itēq3 de reliquo maius dimidio demat̄ deinceps quoq3 eodē mō: necesse ē vt tandē mino re positaꝝ minor quātitas relinquat̄. ℄Sint due quan/ titates inequales.a.ꝛ.b.c.b.c.maior.dico ꝙ totiēs pōt maius dimi dio detrahi a.b.c.vel eius residuo ꝙ necesse erit relinqui quantitatē minorem.a. multiplicet̄ eni.a.quotiēs excedat.b.c.sitq3 eius multiplex.d.e.f.maius.b.c.detra hatur itaq3.a.b.c.maius dimidio ꝙ sit.b.g.itēq3 ex residuo qd̄ est.g. c.mai⁹ dimi dio qd̄ sit.g .h.hoc quoq3 totiens fiat quousq3.b.c.diuisa fiunt in tot ptes quotiēs a ↄtinet̄ in.d.e.f.dico tunc ꝙ vltimū residuū vt est hic.h.c.est min⁹.a. multiplicet̄



namq3.b.c.quotiens ē multiplicata.a.i.d.e.f.sitq3 eius multiplex.k.l.m.q2 igitur vnaqueq3 quātitatū.k.l.m.ē equalis.b.c.sequit̄ ut z.k.sit minor.b.g.sed z.l.minor g.b.at q2.m.ē equalis.b.c.erit p cōceptionē.k.l.m.minor.b.c.quare minor. d.c.f cū sit ergo.d.e.f.ad .a.sicut.k .l.m.ad.b. c.sitq3.d.e.f.maior.k.l.m. sequit̄ p.14. quinti q̄.a.sit maior.b.e.qð ē propositū. Ideq3 sequit̄ si de.a.maiori dimidiū de mat̄.iteq3 de reliquo dimidiū: sitq3 totiens quousq3 maior diuidat̄ in tot partes quotiens cōtinet̄ minor in quolibet suo multiplice:maiorē posita2 quātūlibet exce dente. ¶ Attendere aūt oportet q̄ huic videt̄.15.tertij ꝯdicere ꝓponēs angulū con tingentie minorē fore quolibet angulo a duabus lineis rectis cōtento : posito enī angulo quolib3 rectilineo:si ab ipso maius dimidio demat̄.iteq3 de residuo maius dimidio : necesse videt̄ hoc totiens posse fieri quousq3 angulus rectilineus minor angulo cōtingentie relinquat̄:cuius oppositū.15.tertij syllogizat:sed hi nō sūt vni/ uoce anguli:nō enī eiusdē sunt generis simplr̄ curuū z rectū. At vero nec angulum contingentie totiens cōtingit sumi ut qualēcūq3 rectilineū excedat: qð necessariū ē ut ex prehabita demōstratione p3:ad hoc ut ꝯñs ex antecedente sequat̄:planū ḡ ē etiā quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis contingētie esse maiorem.

Propositio .2.

Si fuerint due quantitates inequales detrahat̄ q3 maiori equale minori donec minus eo supsit: ac deinde minori ipsius reliqui equale demat̄ donec minus eo relinquatur denuo quoq3 reliquo primo eq̄le reliqui scdi donec mi/ nus eo supsit auferat̄:z in huiusmodi cōtinua detractione nullū reliquū qð ante relictū numeret:inueniat̄:eas duas quātitates. incōmensurabiles esse necesse est. ¶ Simile huic ꝓposuit prima septimi ī numeris. Sint due quātitates inequales.a.z.b.maior.a.quibus si fiat reciproca quoad pōt detractio:nō occurrat etiā si infinities fiat aliq̄ q̄ntitas detractioēs ipe diēs sine ante relictū numerās dico eas incōmēsurabiles esse. Sin aūt sit cōis ea2 mensura.c.detrahat̄ igit̄.b.ex.a.quotiēs pōt.sitq3 residuū.d.qð residuū detrahat̄ ex.b.quotiens pōt z sit residuū.e.Fiatq3 totiens ista detractio quousq3 ex alteru/ tra dua2 quantitatū.a.z.b.remaneat minus.c.hoc enī necesse est esse possibile p pcedentē.Siq3 hic.e.minus.c.cū igit̄.c.mēsuret.b.detractā ab.a.z etiā.a.mensu/ rabit per cōceptionē.d.residuū:ideoq3 cū mensuret.d.detractū.a.b.z etiā ipsū.b. mensurabit.e.residuū.sed erat.e.minus.c.maior:ergo quantitas mensurat mino/ rem.qð est impossibile.



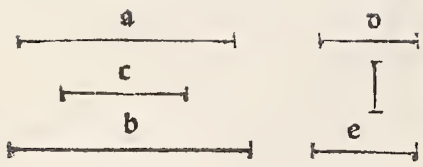
Propositio .3.

Propositis duabus quantitatibus inequalib9 cōicantibus maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex hoc itaq3 manifestum est :que duas metitur quantitates maximam quoq3 cōmuniter ambas metientem metiri. ¶ Huius demonstrationem si scdam septimi non ignoras nō potes ignorare: pcessus enī vtrobiq3 idem.

Propositio .4.

Propositis tribus quantitatibus communicantibus maxi/ mam eas cōmuniter numerantem inuenire. ¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

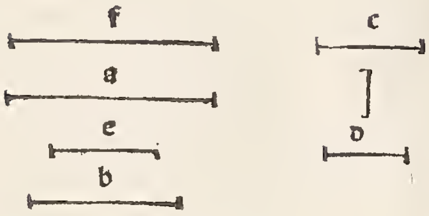
Propositio .5.



Omnium duarum quantitatum cõmunicantium est ꝓpor/tio tanq̃ numeri ad numerum.

¶Sint due quãtitates.a.ꝛ.b.cõmunicantes:dico ꝙ earum ꝓportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numeꝝ.sit eni.c.maxima quantitas cõmuniter mensurans.a.ꝛ.b.reperta ut docet scõa huius:que men/suret.a.ƀm numeꝝ.d.ꝛ.b.ƀm numerũ.e.eritq̃.a.ad.c.vt.d.ad vnitatẽ:eo ꝙ sicut a.est multiplex.c.ita.d.ẽ multiplex vnitatis.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.e.qm̃ sicut.c. ẽ submultiplex.b.ita vnitas ẽ sub multiplex.e.igitur per equã ꝓportionalitatem. a.ad.b.ut.d.ad.e.quod est propositum.

Propositio .6.

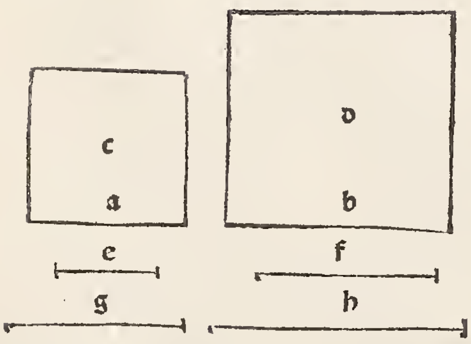


Si fuerint due quantitates quaꝝ sit proportio vnius ad alterã tanq̃ numeri ad numeꝝ:eas duas cõmunicantes esse necesse est.

¶Hec est conuersa prioris ut si sit.a.ad.b.sicut numerus.c.ad numerum.d.erunt due quantitates.a:ꝛ.b.ꝯmunicantes.sit eni.e.totiens mensurans.b.quotiẽs est vnitas in.d.ꝛ totiens mensurans.f.quotiens vnitas in c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad vnitatẽ.ac.e.ad.b.vt vnitas ad.d. erit ꝑ equam ꝓportionalitatẽ.f.ad.b.ut.c.ad.d.quare etiã ut.a.ad.b.igiẽ per primã partem.9. quinti.f.est equalis.a.cũ itaq̃.e.mensuret.f.per conceptionẽ mensurabit.a.igitur a.ꝛ.b.cõicantes:mẽsurabat eni ꝛ.b.quod est propositum.

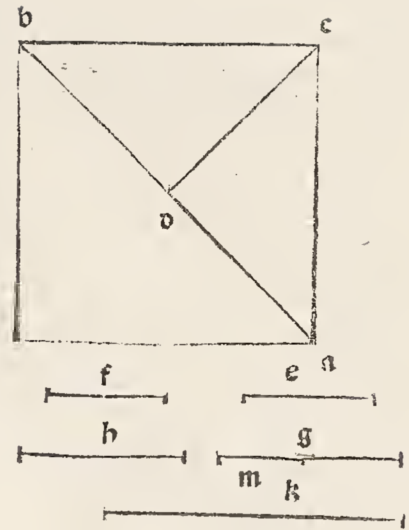
Propositio .7.

Omnium duarum superficierũ quadrataꝝ quaꝝ latera in longitudine cõmunicant est proportio vnius ad alteram tanquã numeri quadrati ad numerũ quadratum.Si vero fuerit proportio supficiei quadrate ad superficiem quadratam:tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ qua/dratũ: erunt latera earũ in longitudine communicantia .Qđ si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratã:non velut nu/meri quadrati ad numerum quadratum:latera earum erunt in longitudine incõmensurabilia.



¶Sint.a.ꝛ.b.due linee quadrate quaꝝ quadrata sint.c.ꝛ.d.dico ꝙ si.a.ꝛ. b.communicant in longitudine erit ꝓportio.c.ad.d.sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ ꝛ ecõuerso:si aũt ꝓportio.c.ad.d.nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ.a.ꝛ.b.erũt incõmẽsurabiles in longitudine ꝛ ecõuerso.Uerũtñ istud argumẽtũ quartũ ñõ proponit: Primũ pꝫ sic.si.a.ꝛ.b.cõmunicant ĩ longitudine ipse per.5.erunt in proportione duoꝝ numeroꝝ qui sint.e.ꝛ.f.quoꝝ quadrati sint g.ꝛ.h.qꝛ ergo ẽ.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18.sexti :sequiẽ ut sit etiam.c. ad.d.sicut.e.ad.f.duplicata.sed etiã ẽ per. 11.octaui.g.ad.h.ut.e.ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad.h.qđ ẽ primũ.Scđm sic:sit.c.ad.d.sicut.g.numerus qua/dratus ad.h.numeꝝ quadratũ:dico ꝙ.a.ꝛ.b.erunt in longitudine cõicantes. Cũ enim sit.e.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata p.18.sexti.ꝛ.g.ad.h.p.11. octaui ut.e. ad.f. duplicata:quare ꝛ simpla.a.ad.b.sicut simpla.e.ad.f.p.6.igitur sunt .a.ꝛ.b.cõicãtes qđ est scđm. Tertiũ vero pꝫ ex primo a destructione cõsequentis. Siłr quartũ patet ex scđo a destructione ꝯñtis. ¶Ex tertia pte hui⁹ nota diameꝝ ẽe incõmen/surabilẽ coste.Cũ eni sit q̃dratũ diameꝝ duplũ q̃drato coste:dupla vero ꝓportio

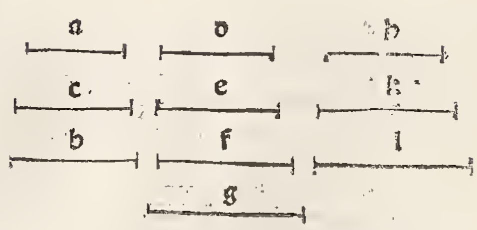
nō sit sicut numeroꝝ q̄dratoꝝ: seq̄t̄ diametꝝ eē incōmensurabilē coste i lōgitudine Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati ꝛ etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Ducit aūt Arꝫ. ad istud inconueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste ꝙ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. commensurabilis lateri. a. c. eritqꝫ per. 5. a. b. ad a. c. sicut aliquis numerus ad aliuꝫ. Sint ergo hij numeri. e. ꝛ. f. qui sint minimi in sua proportione: eritqꝫ ob hoc alter eoꝝ impar. Si eni vterqꝫ par: nō erūt minimi: quadrati quoqꝫ eoꝝ sint. g. ꝛ. h. si ergo. e. ē ipar: erit quoqꝫ ex. 30. noni. g. ipar sit itaqꝫ. k. duplus ad. h. eritqꝫ. k. ex diffinitione par. qꝛ igitur. a. b. ad. a. c. ut. e. ad f. erit per. 8. sexti ꝛ. 11. octaui quadratū. a. b. ad quadratū. a. c. ut. g. ad. h. ē itaqꝫ. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū. a. b. ad quadratū. a. c. ꝑ penultimā primi: ꝛ qꝛ etiam. k. est duplus ad. h. sequitur per. 9. quinti ut. g. numerus impar sit eq̄lis. k. numero pari. Qḋ si. e. sit par ꝛ. f. impar: erit ꝓportio. f. ad dimidiū. e. qḋ sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. qḋ sit. a. d. ꝛ ideo erit proportio quadrati. a. c. ad quadratum. a. d. sicut proportio numeri. h. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur eē duplus: eritqꝫ. k. per diffinitionem par. At qꝛ quadratū. a. c. ē duplū ad quadratū. a. d. per penultimā primi erit. h. dupl⁹ ad m. cūqꝫ. k. sit etiā duplus ad. m. erit per. 9. quinti numerus impar. h. equalis. k. numero pari qḋ ē propositū.



Propositio .8.

Si fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas quoqꝫ inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

¶ Sit vtraqꝫ duaꝝ quantitatū. a. ꝛ. b. cōicans quantitati. c. dico. a. ꝛ b. esse cōmensurabiles: est enim per. 5. a. ad. c. sicut numerus ad numeꝝ: similiter quoqꝫ per eandē. c. ad. b. sicut numerus ad numerum Sit itaqꝫ numerus. d. ad numerū. e. sicut. a. ad. c. numerusqꝫ. f. ad numerum. g. sicut. c. ad. b. At proportiones que sunt. d. ad. e. ꝛ. f. ad. g. continentur in tribus terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octaui: eritqꝫ per equā proportionalitatē. a. ad. b sicut. h. numerus ad. l. numeꝝ: per. 6. igitur sunt. a. ꝛ. b. cōicantes qḋ est ꝓpositū.

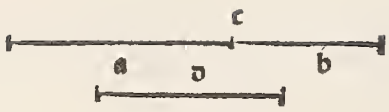


¶ Ex hac quoqꝫ sequitur ꝙ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuicūqꝫ vna earum communicat ꝛ reliqua: ꝛ cuicunqꝫ vna nō cōmunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates. a. ꝛ. b. cōmunicantes: ponaturqꝫ quelibet quantitas que sit c. cum qua cōmunicet. a. dico ꝙ. b. cōmunicabit cum eadeꝫ: qḋ ex hac octaua patet cum vtraqꝫ earum cōmunicet cum. a. ex ypothesi. Qḋ si iteꝝ. a. ꝛ. b. sint cōmunicātes ut prius: ponatur. c. quelibet quātitas cum qua non cōmunicet. a. dico ꝙ. b. nō communicabit cum eadem. si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoqꝫ ꝑ ypoth. communicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. ꝛ. c. communicantes. sed positum erant ꝙ non essent: quare constat quod diximus.

Propositio :9.

Si fuerint due quantitates cōicantes: totum quoqꝫ ex eis confectum vtriqꝫ eaꝝ: erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriqꝫ cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

¶ Sint due quātitates. a. ꝛ. b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriqꝫ earum esse commensurabile ꝛ econuerso. Adhuc quoqꝫ si totum ex eis compositum vni earum communicet. dico ꝙ communicabit alteri: ꝛ ipse similiter inter se. Idem quoqꝫ in contrario. si enim. a. ꝛ

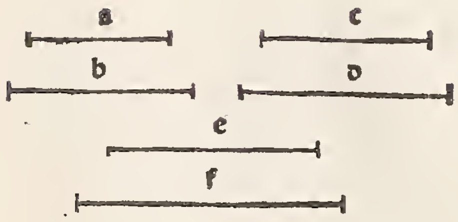


b.ſint incōicantes:dico ꝙ.c. vtriqȝ earum erit incōmunicans ⁊ ecōuerſo :ac ſi.c.alteri earum ſit incōmunicans:erit quoqȝ incōmunicans ⁊ alteri:⁊ ipſe etiā inter ſe. Sint itaqȝ primum.a.⁊.b.cōmunicantes:ſitqȝ earum cōmunis menſura.d.qui cū vtrāqȝ eaꝝ numeret per cōceptionē ſimilē antepenultime numerabit.⁊.c.quare ꝑ diffinitionē.c.cōicabit vtriqȝ eaꝝ.ſcȝ.a.⁊.b.Ecōuerſo quoqȝ ſi.c.cōmunicet vtriqȝ earum.ſit oim cōis menſura.d.cōſtat itaqȝ per diffinitionē.a.⁊.b. cōmunicantes eſſe ſed cōmunicet.c.cū altera earum que ſit.a.dico ꝙ cōmunicabit cū.b.⁊.a .etiā ⁊.b.communicabunt adinuicem.ſit enim.d.communiter menſurans.c.⁊.a. quia igitur.d.menſurat totum ⁊ detractum per conceptionem ipſa menſurabit reſiduum videlicet.b.per diffinitionem ergo ⁊ .c.communicat cum. b.⁊.a.communicat quoqȝ cum.b. Si autē a. ⁊.b.ſint incommunicantes erit .c.incommunicans vtriqȝ earum:ſi enim cum vtraqȝ ſeu etiam cum altera earum communicaret ⁊ ipſe cōmunicarēt adinuicem: quod eſt contra ypotheſiȝ Similiter quoqȝ econuerſo ſi.c.ē incommunicans vtriqȝ earum ſeu etiam alteri earum:erit quoqȝ incommunicans relique:⁊ ipſe inter ſe:qḋ palam eſt ex predemonſtratis a deſtructiōe conſequētis.

Propoſitio .10.

Omnium quatuor quantitatum proportionalium ſi fuerit prima communicās ſecunde: tertia quoqȝ erit communicans quarte. Si vero prima incōmenſurabilis fuerit ſecūde:tertia quoqȝ incōmenſurabilis erit quarte.

¶Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico ꝙ ſi.a.cōmunicat cū.b.c.quoqȝ cōmunicabit cū.d.ꝙ ſi.a.eſt incōmenſurabilis.b.c. quoqȝ erit incōmenſurabilis.d.⁊ ſi.a.cōicat cū.b.in potentia tm̄. c.quoqȝ cōmunicabit cum.d.in potentia tantum. Uerūtamē illud non ꝓponit auctor q: facile patet ex demonſtratione priorū.Si eni.a.cōicat cū.b.erit per.5.a.ad.b.ſicut numerus ad numerum.ſit ergo ſicut.e.ad.f.at q: eſt per ypotheſim.a.ad.b.ſicut.c.ad. d.erit.c ad.d.ſicut numerus.e.ad numeꝝ.f.per.6.igiṫ eſt.c.communicans cū.d.qḋ eſt primum.Scōm patet ex primo a deſtructione conſequentis.ſi enim.a. eſt incōmenſurabilis.b.oportet.c.eſſe incōmenſurabilē.d. nam ſi eſſet ei cōmēſurabilis cū ſit ut c.ad.d.ſic.a.ad.b.per ypotheſim:eſſet per primam partē. a. cōmunicans cum.b. ſed non erat: quare conſtat totū qḋ proponit auctor. Qḋ autē adiunximꝰ videlicet ꝙ ſi.a.cōicat cum.b.in potentia tm̄.c.cōmunicat cum.d.i potentia tm̄. ſic patet.Cū enim.a.non cōmunicet cū.b.in longitudine: nec.c.quoqȝ ex parte ſecūda huius cōmunicabit cum.d.in longitudine.At vero cum quadratum.a.communicet cum quadrato.b.ex ypotheſi erit per.5.quadratum linee.a. ad quadratū linee b.ſicut numerus ad numerum qui ſint.e.⁊.f.⁊ quia quadratum.c. ad quadratum d.ſicut quadratū.a.ad quadratū.b.erit etiā quadratū.c.ad quadratū.d.ſicut numerus.e.ad numerū.f.per.6.igitur.c.⁊.d.cōicant in potentia:⁊ q: non cōmunicāt in longitudine:cōſtat ꝓpoſitū.

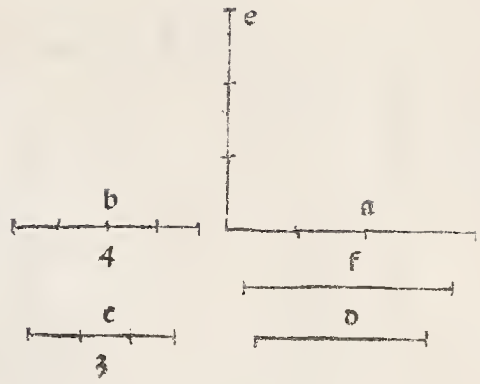


Propoſitio .11.

Propoſita qualibet recta linea duas ei incōmenſurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

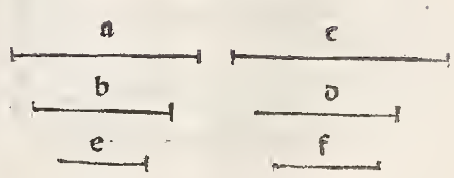
¶Sit linea.a.ꝓpoſita:volo duas lineaſ reperire quaꝝ vna cōicet cū a.i potētia tm̄:altera vero ſit icōmēſurabilis ei i lōgitudie ⁊ i potētia

Sumo itaq3 duos numeros nequaq3 se habentes in ꝓportione aliquoꝝ numeroꝝ quadratoꝝ.sintq3 hij.b.ꝛ.c.quos facile est sumere cū quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quēlibet nō quadratū eā habeat ꝓportionē quā nequaq3 habent aliqui numeri q̄/drati cōfirmāte hec.22.octaui:duob⁹ talib⁹ numeris sūptis inenio lineā.d.ad cui⁹ q̄dratū se babeat q̄dratū linee.a.sicut numerus.b.ad numeꝝ.c.hanc aūt lineā ita reperio diuido lineā.a.in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero.b.qḋ fa/cile facio adiuuāte.11.vel.12.sexti:dehinc sup extremitatē linee.a.erigo lineā.e.per pendiculariter in qua totiens ꝯtineatur vna ex ptibus.a.quotiens vnitas est in.c. Quia igiť ex ꝑma sexti ꝓportio quadrati linee.a.ad superficiē que fit ex.a.i.e.est sicut.a.ad.c.ꝛ iō sicut numeri.b.ad numeꝝ.c.si ponať.d.in medio loco ꝓportio/nalis inter.a.ꝛ.c.sicut docet.9.sexti q꞉ tūc per primā partē.16.eiusdē quadratū.d. erit equale superficiei ꝓducte ex.a.in.e.ꝛ erit ꝓportio quadrati linee.a.ad q̄dratū linee.d.sicut numeri.b.ad numeꝝ.c.quare.a.ꝛ.d.sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione ꝛ per vltimā ptē.7.ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine.repta est itaq3.d.prima linea quā ꝓpositū erat inquirere.¶Alterā sic reperio interpono ut docet.9.sexti lineā.f.medio loco ꝓportionalē inter.a.ꝛ.d.eritq3 per corel'.17.sexti quadratū.a.ad quadratū.f.sicut.a.ad.d.itaq3 per scḋam partē.10.quadratum.a. est incōmensurabile quadrato.f.igiť linea.f.ē incōmensurabilis linee.a.i potentia quare ꝛ in longitudine.ē itaq3.f.scḋa linea quā ꝓpositū erat reperire.Et sic p3 propositum.



Propositio .12.

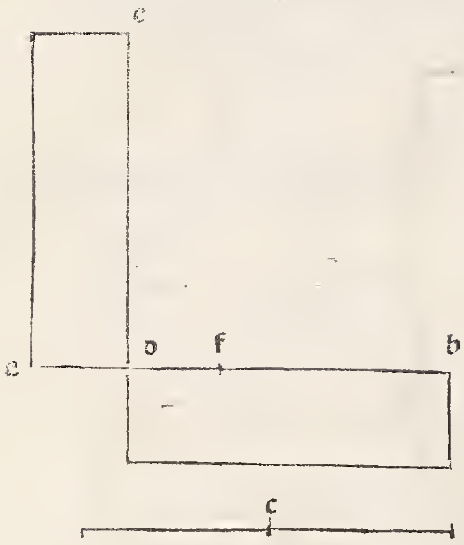
OMniū quatuor lineaꝝ ꝓportionaliū si prima tanto am/plius possit scḋa quātū ē quadratū alicuius linee cōicātis sibi in longitudine.necesse ē tertiā quoq3 tanto amplius posse quarta quātū est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: ꝙ si fuerit prima potentior scḋa q̄dra to alicuius linee incōmensurabilis sibi in longitudine.erit quoq3 ter/tia potentior q̄rta q̄drato alicui⁹ linee sibi icōmēsurabilis i lōgitudine ¶Sint q̄tuor linee ꝓportiōales.a.b.c.d.sitq3.a.maior.b.ꝛ.c.maior.d sit quoq3 a.potētior.b.q̄drato linee.e.ꝛ.c.potētior.d.q̄drato linee.f.dico ꝙ si.a.cōicet.e.in lōgitudie.c'.quoq3 cōicabit.f.i lōgitudie ꝙ si.a.nō cōicat.e.i lōgitudie nec.c.cōica bit.f.i lōgitudine.Qḋ ꝛ si.a.cōicat.e.i potētia tm̄.c.quoq3 cōicabit.f.i potētia tm̄ Veꝝ tamen illud vltimū nō ꝓponit auctor q꞉ facile patet ex prioꝝ demōstratione cū sit eni ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit quadrati.a.ad quadratū.b.sicut qua drati.c.ad quadratū d.ꝛ q꞉ quadratum.a.est equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.ꝛ f.b.ꝛ.e.silř quadratū.c.quadratis duarum lineaꝝ.d.ꝛ.f.erit ꝓportio quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.b.ꝛ.e.ct quadratū.e.sicut q̄dratoꝝ.d.ꝛ.f.cꝫ.ad q̄dratū.f.ergo disiū tim erit quadratū.b.ad quadratū.c.sicut quadratū.d.ad quadratū.f.ergo.b.ad e.sicut.d.ad.f.item per equam proportionalitatem erit.a.ad.e.sicut.c.ad.f.ergo per primam partem decime constat prima pars huius:ꝛ per secundam scḋa:ꝛ per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.



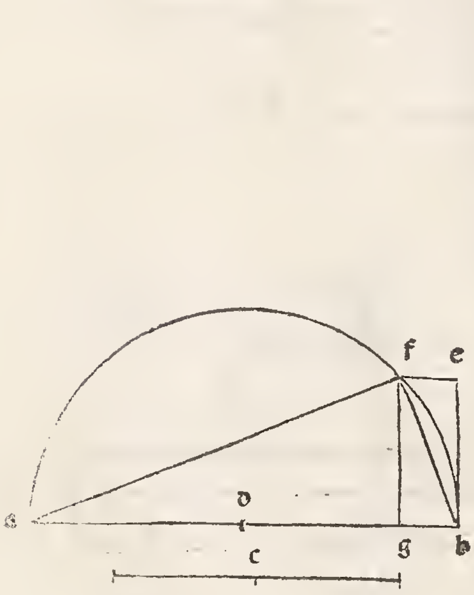
Propositio .13.

SI fuerint due linee inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte su/perficiei desit ad complendam totam lineam superficies

quadrata necesse ē ipsā lineā longiorē linea breuiori tāto āpli⁹ posse quātū ē q̄dratū alicui⁹ linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee cōicantis sibi ī lōgitudine adiūgat̄q; ei supficies eq̄lis quarte pti q̄drati breuioris linee cui desit q̄drata supficies supficiē sibi adiunctā eādē lineā lōgiorē in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necesse est.



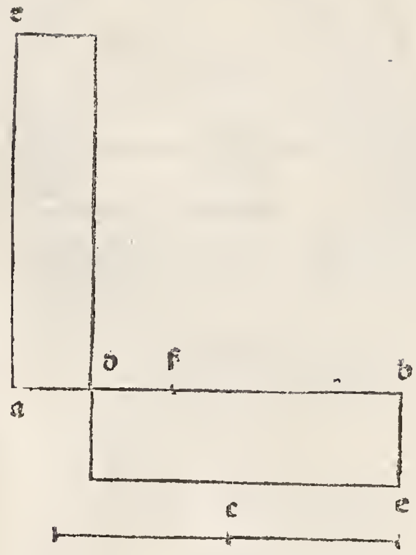
¶Sint due linee.a.b.ꝛ.c.maior.a.b.ꝛ adiūgat̄ ad lineā.a.b.q̄rta ps q̄drati linee c.ita ꝙ desit ad ꝯplendā lineā.a.b.supficies q̄drata.hoc eni ē possibile p.27.sexti qd̄ facile fiet hoc mō.diuidat̄.a.b. ī duas lineas.a.d.ꝛ.d.b.ita ꝙ inter eas cadat medietas linee.c.ꝯtinue ꝓportionalis:hoc aūt qualiter fiat in fine demōstratiōis hui⁹ docebit̄:eritq; ex.16.sexti supficies.a.d.in.d.b.q̄ sit.d.e.eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.q̄re ex.4.scd̄i erit eadē sub quadrupla q̄drati linee.c. deest quoq; ad ꝯplendā lineā.a.b.supficies q̄drata:cū ꝛ.a.d.sit equalis.d.g.ꝛ.d.b.eq̄lis.g.e.dico itaq; ꝙ si supficies.d.e.diuidat lineā.a.b.in duo cōicātia erit linea.a.b.potētior linea.c.in q̄drato alicui⁹ linee secū cōicantis in longitudine ꝛ econuerso. Cum aūt sit linea.a.b.maior linea.c.nō erit.a.d.eq̄lis.d.b.sic eni eēt supficies.d.e.quadrata ꝛ q2 ipsa ē eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.esset.a.d.eq̄lis medietati.c.ꝛ tota.a.b.toti.c.qd̄ ē ꝯ ypoth.nō est igit̄.a.d.equalis.d.b.itaq; de maiori eaꝝ que sit d.b.abscindat̄.d.f.equalis.a.d.eritq; p.8.scd̄i q̄dratū totius.a.b.eq̄le bis q̄ sunt ex.d.b.in.d.a.q̄ter et q̄drato.f.b.quare linea.a.b.erit potentior linea.c.in q̄drato linee.f.b.quā necesse ē cōicari toti.a.b.si linea.a.d.est cōicās linee.d.b. si enim hoc fuerit erit.d.b.cōicans.d.f.sue eq̄li quare p.9.b.f.cōicat cū.f.d.ꝛ iō toti.a.d.ꝛ ꝓpt̄ hoc cū tota.a.f.igit̄ ꝛ cū tota.a.b.sicq; p; ꝓmū.¶Conuersū hui⁹ sic p; sit.a.b potētior.c.in linea.f.b.q̄.cōicet secum in longitudine.dico tūc ꝙ quarta ps quadrati linee.c.addita ad lineā.a.b.ita ꝙ desit supficies q̄drata diuidet lineā.a.b.ī duo cōicātia:diuidat̄ eni;.f.a.p eq̄lia in.d.ꝛ fiat supficies.d.e.ex.d.b.in.d.a.ꝛ deerit ad ꝯplēdā lineā.a.b.supficies q̄drata eritq; p.8.scd̄i:q̄dratū.a.b.eq̄le q̄druplo supficiei.d.e.ē equale q̄drato.f.b.igit̄ q̄druplū supficiei.d.e.ē eq̄le q̄drato.c.q̄re supficies.d.e.sit eq̄lis quarte pti q̄drati.c.dico igit̄ ꝙ.d.b.ē cōicās cū.a.d.cū sit.f.b.cōicans cū.a.b.si eni hoc fuerit ut ꝙ.a.d.sit cōicans cū.a.b.erit etiā cōmunicās cū.a.f.p.9.quare ꝛ cū.a.d.s; ꝛ cū.d.f.itaq; ꝛ.d.b.ē cōicās cū.a.d.qd̄ ē scd̄m. ¶Nūc aūt mōstrādū est qualr̄ linea.a.b.cū ipa posita fuerit maior linea.c.possit sic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linee.c.ꝯtinue ꝓportionalis. ¶Cum eni sic fuerit diuisa:superficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis q̄drato medietatis linee.c.ꝛ ipsa erit supficies eq̄lis quarte pti q̄drati linee.c.adiuncta ad lineā.a.b.ita ꝙ desit superficies q̄drata.hoc eni sic fiet diuisa.a.b.p eq̄lia in.d. lineet̄ supeā semicirculus.a.f.b.ꝛ silr̄.b.e.ꝑpendicularis ad.a.b.que ponat̄ eq̄lis medietati linee.c.ꝛ ducat̄.e.f.equidistans ad.a.b.vsq; quo secet circūferentiā semicirculi in puncto.f.necesse est eni vt secet eā:cū linea.a.b.sit maior linea.c.ꝛ ducat̄.f.g.perpendicularis ad.a.b.q̄ cū p.34.pmi sit equalis linee.e.b.erit quoq; eq̄lis medietati linee.c.ducāt̄ itaq; linee.f.a.f.b.eritq; p pmā ptē.30.tertij angulus.a.f.b.rectus:ꝛ iō per primā partē corel̄.8.sexti erit linea.f.g.medio loco ꝓportiōalis iter a.g.ꝛ.g.b.q̄re medietas linee.c.q̄ ē sibi equalis erit etiā ꝓportiōalis iter easdē qd̄ est nostrum ꝓpositum:



Propositio .14.

Si fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incomensurabiles supficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita q desit ad ei⁹ cópletioné: superficies quadrata erit lógior potétior breuiori augméto q̄drati linee icómensurabilis ipsi longiori ĩ longitudine. Si vero lógior potétior fuerit breuiori quadrato linee incómensurabilis sibi longiori in longitudine adiungatq3 ei supficies equalis pti quarte q̄drati breuioris defueritq3 longiori supficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incómensurabiles diuidat.

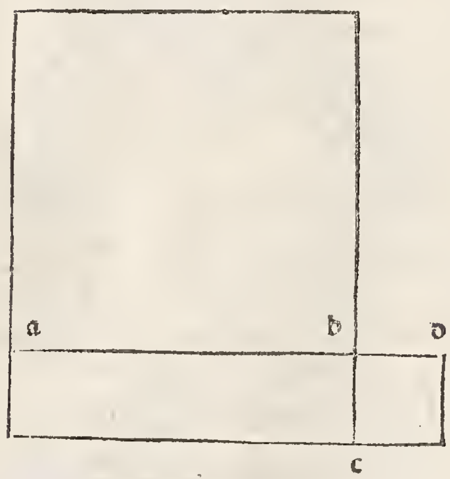
¶Hec.14.ex p̄rio añtis p̄misse infert p̄riũ p̄ntis p̄misse 7 non differt eius dispõ a dispóne illius.sed 7 mod⁹ arguméntandi vtrobiq3 idé. Si eni.a.d.nõ cóicet cũ.d.b nec.d.f.sibi adequalis cóicabit cũ eadé.d.b.itaq3 p.9.d.f.nõ cóicabit cũ .f.b. q̄re neq3.a.f.sunt eni.a.f.7.e.f.cóicantes tanq̄3 numerans 7 numeratũ.ió neq3. a.b. cóicabit cũ linea.f.b. Qd si hoc fuerit videlicet si a.b.nõ cóicet cũ.f.b.nõ cóicabit cũ.a.f.q̄re neq3 cũ.a.d.aut.d.f.neq3 igit.a.b.cũ.d.a. Pót quoq3 hec.14.demóstrari p p̄missã.p̄ma ps huius ex scda illi⁹ 7 scda ex p̄ma a destructióe p̄ntis.si eni.a.d 7.d.b.nõ cóicent nec etiã.a.b.7.f.b.cóicabunt:nã si.a.b.7. b.f.cóicarent oporteret p scdam pté p̄misse ut.a.d.cóicaret cũ.d.b.sed positum é q non. Eodé mõ de scda pte.si eni.b.a.7.b.f.nõ cóicant nec.a.d.7.d.b.cómunicabunt. nã si sic sequitur per primã pté p̄misse ut. a .b.7.b.f.cóicét q̄ nõ cóicant:quare patet propositũ.



Propositio. .15.

Omnis superficies rectãgula quã continent due linee ĩ lógitudine rationales rõnalis esse probatur.

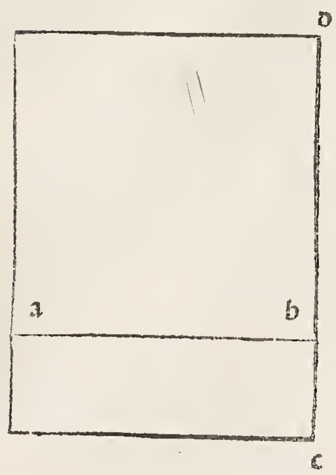
¶Sint due linee .a.b.7.b.c.ptinétes supficié rectãgulã.a.c.rõnales in longitudine: dico supficié.a.c.esse rõnalé:descripto eni quadrato cuius vis ea¤.ut.c.d.linee.b.c.erit p primã sexti.c.d.ad.a.c.sicut.b d.ad.a.b.q̄ igit.b.d.cóicat in longitudine cũ.a.b.ex ypothesi eo q.b.c.sua equalis erit p primã pté.10.c.d.cóicans.a.c.cũ sit itaq3.c.d.rõnalis p diffinitioné erit 7.a.c.rõnalis qd est ppositũ.



Propositio .16.

Cum adiuncta fuerit linee in longitudine vel cóicata rõnali supficies rõnalis rectãgula latus eius scdm erit in longitudine rõnale lateriq3 primo ĩ longitudine cõmẽsurabile

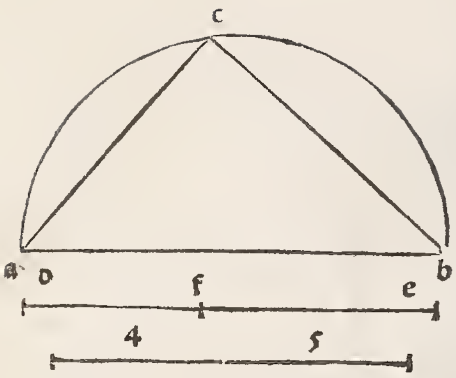
¶Hec é quasi pũersa prioris ut si supficies.a.c.adiuncta ad lineã.a. b.rõnalé in longitudine fuerit rõnalis: dico q latus eius scdi qd é.b c.erit etiã rõnale in longitudine 7 cóicans lateri primo.sit eni.a.d.quadratũ .a.b. eritq3 rõnale ex diffinitione 7 pter hoc erit cóicans cũ supficie.a.c.rõnali: q̄ igit p primã sexti sicut.a.d.ad.a.c.ita é etiã.d.b.ad.b.c.cóicat aũt.d.a .cum.a.c. erit p p̄mã pté.10.b.d.cóicãs cũ.b.c.ergo cũ.b.a.sua eq̄li sed.b.a.rõnalis é q̄re p diffinitioné 7.b.c.pstat itaq3 ppositũ.



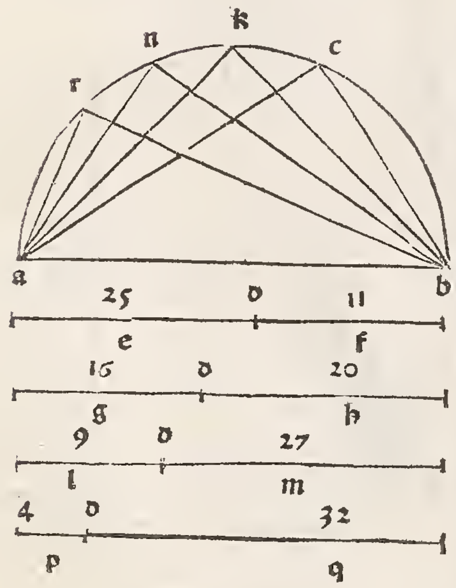
Propositio .17.

Duas lineas inuenire potentia tantum rõnales cõmensurabiles quarum lógior plus possit breuiori quadrato linee sibi cõmensurabilis in longitudine.

¶Propositũ é iuenire duas lineas rõnales potétia tm̃ cóicátes q̄rũ longior sit potétior breuiori q̄drato linee sibi cóicãs in longitudine



Sumo itaqꝫ aliquā lineā rōnalē que sit. a. b. sup quā describo semicirculū. a. c. b. ꝛ sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsū in duos numeros. d. f. ꝛ. f. e. ita ꝙ sit ꝓportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri q̄drati ad numerū q̄dratū nō sit aūt ꝓportio. d. e. ad. f. e. ut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū: talis aūt numer⁹ ē quilibꝫ q̄drat⁹ diuisibilis in quadratū ꝛ nō quadratū. ut. 9. qui diuiditur in. 4. ꝛ. 5. ꝛ oēs hoꝝ eque multiplices: ꝛ inuenio lineā ad cuius q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. qualiter aūt ipsa reperiat̄ in demonstratione. 5. dictuꝫ ē: hanc lineā inuentā que necessario ē minor. a. b. coapto ꝑ primā quarti intra semicirculum. a. c. b. sitqꝫ. a. c. ꝛ subtrahā lineā. c. b. dico duas lineas. a. b. ꝛ. c. b. esse quas querim⁹. erit igit̄ ꝑ primā ptē. 30. tertij angulus. c. rectus: ꝛ iō ꝑ penultimam primi quadratū. a. b. equale est q̄dratis duaꝝ lineaꝝ. a. c. ꝛ. c. b. ꝛ qꝛ ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. ꝑ ypothe. erit ꝑ euersam ꝓportionalitatē ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo quadratū. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igit̄ quadratum. c. b. rōnale per diffinitionem cū cōicet rōnali supficiei: ꝛ qꝛ. c. b. ꝛ. a. b. sunt incōmensurabiles ꝑ vltimā partem. 7. constat duas lineas. a. b. ꝛ. c. b esse rōnales potētia tm̄ cōicantes. At qꝛ linea. a. b. ē potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que ꝑ scdaꝫ partem. 7. cōicat secū in longitudine cōstat habitū esse ꝓpositū. ¶ Si autēꝫ libeat plures duab⁹ potentia tm̄ rōnales cōicantes quaꝝ vna potentior longior sit qualibet aliaꝝ in quadrato alicuius linee secū cōicantis in lōgitudine repire. sit ut pri⁹ linea. a. b. rōnalis in longitudine super quā describatur semicirculus. a. c. b. sumaturqꝫ numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos ꝛ nō quadratos quoꝝ nō quadratoꝝ mime sit ꝓportio sicut aliquoꝝ numeroꝝ q̄dratoꝝ: tales aūt numeri vltro se offerūt vt. 36. qui ē diuisibilis i. 25. ꝛ. 5. itēqꝫ i. 16. ꝛ. 20. rursusqꝫ in. 9. ꝛ. 27. ac iteꝝ in. 4. ꝛ. 32. istoꝝ vero nō quadratoꝝ qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad inuicē nō est ꝓportio sicut alicuius numeri q̄drati ad aliū. Esto igitur ut numerus d. quadratus diuidat̄ in. e. q̄dratū ꝛ. f. non quadratū: sitqꝫ quadratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. c. sicut numerus. d. ad numeꝝ. e. ꝛ ducat̄ linea. c. b. ꝛ ꝯstat ꝓpositum ut prius demonstratū ē. a. b. ꝛ. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Siꝉr quoqꝫ diuidā. d. i. g. q̄dratū ꝛ. h. nō q̄dratū sitqꝫ q̄dratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. k. sicut. d. ad. g. ꝛ ducat̄ linea. k. b. eruntqꝫ vt prius due linee. a. b. ꝛ. b. k quales inquirim⁹. Eodē mō si rursus diuidat̄. d. m. l. q̄dratū ꝛ in nō q̄dratū ꝛ ponatur ꝓportio q̄drati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut. d. ad. l. ꝛ ꝓducatur n. b. erunt due linee. a. b. ꝛ. b. n. quales inquirim⁹. Quō si rursus diuidat̄. d. in. p. quadratū ꝛ in. q. nō quadratū ꝛ fuerit ꝓportio q̄drati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. ꝛ protracta fuerit linea. r. b. erūt etiā due linee. a. b. ꝛ. b. r. quales inquirimus. Sunt itaqꝫ linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tm̄ rationales ꝛ in ea cōicātes q̄rū vna videlicet. a. b. ē potētior qualibet aliaꝝ i q̄drato linee secū cōicātis in lōgitudine. si igit̄ quatuor lineaꝝ. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicant alij in longitudine ꝯstat ꝓpositū. Istud aūt sic ꝓbat̄ pꝫ eni ex p̄missis ꝙ quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. h. ergo per equam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut numer⁹. f. ad numerū. h. sed null⁹ q̄tuor numeroꝝ. f. h. i. q se habet ex ypothesi ad aliū sicut numer⁹ q̄dratus ad numeꝝ q̄dratū. q̄re ꝑ. 3. ptē

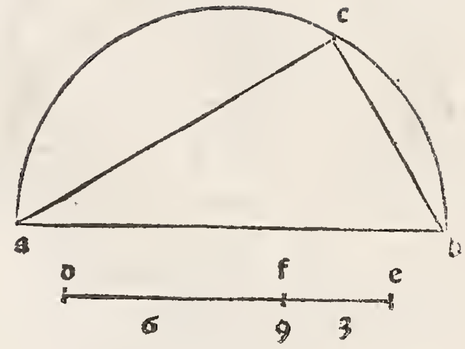


7.due linee.b.c.b.k.sunt incõmeusurabiles in longitudine. Eadem rõne quelibet due ex illis quatuor sint incõmensurabiles i longitudine :liquet ergo qd volumus.

Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rõnales cõicantes quorũ longior plus possit breuiori quantum est quadratũ linee sibi incõmensurabilis in longitudine inuenire.

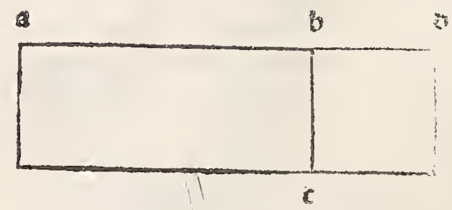
¶ In hac quoqz remaneat eadẽ dispositio eedẽqz ypotheses que in premissa hoc solũ mutato q proportio numeri.d.e. ad neutrũ duorũ numerorũ.d.f.z.f.e.sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: hoc aũt facile fiet: posito.d.e.quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nõ quadratos vt si.d.e.sit.9.z.d.f.6.z.f.e.3.argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q.a.b.z.a.c.sint incõmensurabiles in longitudine p vltimã partẽ.7. ¶ Et sciendũ q due linee quales hec et premissa docent inuenire cõponunt binomium: z minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiã q linee tm̃ potentia rõnales cõicantes possũt esse vna rõnalis z alia irrõnalis sicut latera tetragonica duarũ superficierũ quarũ vna sit.25.pedũ z alia.24.sunt rõnalia potẽtia tm̃ cõicantia: latus enim prime superficiei est.5.latus vero scde nõ numerat z possũt esse ambe irrõnales ut latera tetragonica duarũ superficierũ quarũ vna sit.24.pedũ z alia.23.neutrius enĩ numerat latus.suntqz i longitudine incõmensurabilia ex vltima pte septime. ¶ Qd si libeat etiã inuenire plures lineas duabus potentia tm̃ rõnales cõicantes quarũ vna sit potentior qualibet aliarũ in quadrato linee secum nõ cõicantis in longitudine: sumat talis numerus qui possit pluries sic diuidi q ipsius ad nullã suarũ partiũ nec alicui ad aliquã aliarũ sit proportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ ut.25.põt diuidi in.2.z.25.item in .5.z.20. z rursus in.7.z.18. Et sic processus idẽ q̃ fuit in pmissa.



Propositio .19.

Omnis superficies quã cõtinẽt due linee potẽtialiter tãtũ rõnales cõicantes ẽ irrõnalis diciturqz superficies medialis eiusqz latus tetragonicum scz qd i eam potest est irrõnale diciturqz linea medialis.

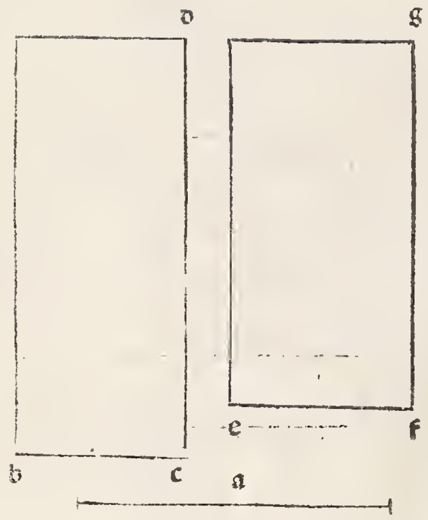
¶ Sint due lineẽ.a.b.b.c.ptinẽtes superficiẽ.a.c. rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes: q̃ qualr reperiant ex pmissa z ãnpmissa.manifestum ẽ: dico superficiẽ.a.c. esse irrõnalem. Sit enĩ.c.d.quadratũ.b.c.eritqz rõnale p ypothesim eo q linea.b c.ẽ rõnalis i potẽtia: z q2 ex prima sexti.a.c.ad.c.d.sicut.a.b. ad.b.d.non cõicat aũt a.b.cũ.b.d.q2 ex ypothesi nõ cõicat cũ sua equali q̃ ẽ.b.c. sequit p scdam ptẽ 10.ut etiã.a.c.nõ cõicet cũ.c.d.q̃re p diffinitionẽ superficies.a.c.ẽ.irrõnalis.ideoqz z suũ latus tetragonicũ ẽ etiã irrõnale.dicit aũt hec superficies medialis qm̃ ipsa ẽ medio loco proportiõalis inter duas superficies rõnales videlicet inter q̃drata duarũ linearũ ipsã ptinẽtiũ z lineã potẽs in ipsã dicit medialis .qm̃ ipsa quoqz ẽ medio loco proportiõalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rõnales cõicantes z hec due linee sunt latera dicte superficiei. Et hoc est quod volumus.



Propositio .20.

Cum adiuncta fuerit linee in lõgitudine rõnali superficies equalis quadrato linee medialis lat9 eius scdm potentialr tãtũ erit rõnale lateriqz primo i lõgitudine icõmẽsurabile

¶ Hec est quasi conuersa premisse. Sit .a. linea medialis. sitqz

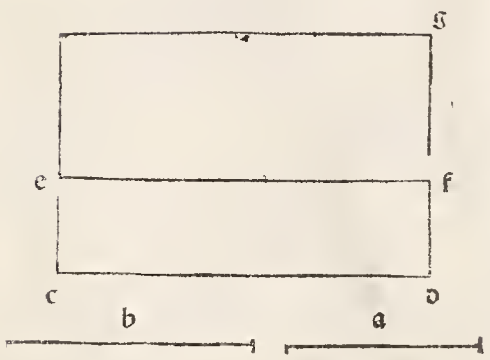


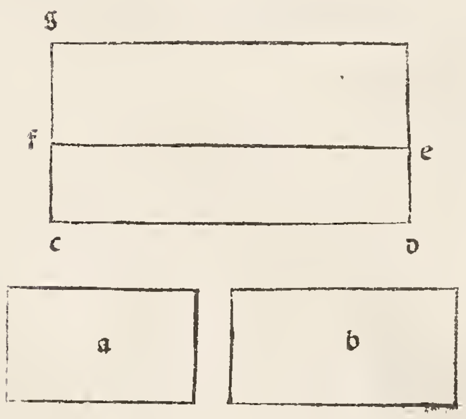
linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur ſuperficies. b.d. equalis qua/
drato linee.a.ꝙ hoc modo fiet:ſubiungatur duabus lineis.b.c.⁊.a.linea.c. d.i cõ
tinua proportionalitate:ut docet.10.ſexti:eritq; ſuperficies ex.b.c.in.c.d. equalis
quadrato linee.a.per.16.eiuſdẽ:dico latus eius ſm quod eſt.d.c.eſſe rõnale in po/
tentia tm̃ ⁊ incõmenſurabile in longitudine lateri.b.c.Eritq; ex premiſſa p diffi/
nitionẽ linee medialis ut linea.a.poſſit in aliquẽ ſuperficiẽ contentam a duabus
lineis potentia tm̃ rõnalibus cõmunicantibus que ſit ſuperficies.e.g.cuius latera
e.f.⁊.f.g.eruntq; due ſuperficies.b.d.⁊.e.g.per primam partem.13.ſexti:laterum
mutuorum propter hoc ꝙ ipſi ſunt equales ⁊ rectangule: ꝓportio ergo.b.c.ad.e.
f.eſt ſicut.f.g.ad.c.d.quare p.16.cũ.b.c.cõicet i potentia cũ.e.f.eo ꝙ q̃drata vtri
uſq; earũ ſunt rõnalia ex ypotheſi.f.g.cõicabit in potentia cum.c.d. cũ igiť qua/
dratum.f.g.ſit rõnale per ypotheſim:erit quoq; quadratũ.c.d.rõnale per diffini/
tionem : at q2 ſuperficies.b.d.eſt irrõnalis ſicut ſua equalis.e.g. per premiſſã.ſe/
quitur vt quadratum linee.c.d.nõ cõicet cũ ſuperficie. b.d. ⁊ quia quadratũ linee
c.d.ad ſuperficiem.b.d.eſt per primam ſexti:ſicut.c.d.ad. c.b. erit per ſecundam
partem.10.ut.c.d.non cõmunicet cum.b.c.quare cum.b.c.ſit rõnalis in longitudi
ne ex ypotheſi:erit.c.d.irrõnalis in longitudine ⁊ potentia tm̃ rationalis:patet er
go propoſita concluſio.

Propoſitio .21.

Omnis linea communicans mediali eſt medialis.

¶ Sit linea.a.medialis cui ponatur linea.b.eſſe cõmunicans ſiue in
longitudine ſiue in potentia tm̃:dico ꝙ etiam linea.b.eſt medialis.
Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur ſuperfici
es.c.f.equalis quadrato linee.a.⁊ item ſuperficies.e.g.equalis qua/
drato linee.b.hoc autem qualiter fiat in premiſſe demonſtratione dictũ ẽ. Eritq;
per premiſſam linea .d.f. rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmenſurabilis linee.c.d.et
quia per primam ſexti.e.g.ad.c.f.ſicut.f.g.ad.d.f.cõicat autem. e.g.cum. c.f.eo
ꝙ quadratum.b .communicat cum quadrato. a.per ypotheſim: quibus quadra/
tis dicte ſuperficies poſite ſunt equales:ſequitur per primaz partem.10.ut linea.f.
g.cõmunicet cum linea.d.f.quare.f.g.eſt rõnalis i potentia tm̃ ſicut eſt.d.f.⁊ in/
cõmenſurabilis in longitudine linee.c.f.cũ linea.d.f.ſibi cõmunicans ſit incõmẽ/
ſurabilis eidem.e.f.eo ꝙ ſue equali:hoc enim probatum eſt in.8.qd̉ ſi fuerint due
quantitates cõicantes cuicũq; vna earũ non cõicat nec reliqua: itaq; per.19.erit
ſuperficies.e.g.medialis ⁊ eius latus tetragonicum quod eſt.b. mediale quod eſt
propoſitũ.¶ Silr̃ quoq; omnes ſuperficies cõicans ſuperficiei mediali medialis eẽ
conuincitur.Sit eni ſuperficies.a.medialis cui ponatur ſuperficies.b.eſſe cõicans
dico ſuperficiem.b.eſſe medialem quod ſic conſtabit.ſit linea.c.d.rõnalis in longi
tudine : adiungaturq; ei ſuperficies.c.e.que ſit equalis ſuperficiei.a.qd̉ hoc mo/
do fiet.Inueniatur linea.c.f.ad quã ſic ſe habeat vnum ex lateribus ſuperficiei.a.
ſicut linea.c.d.ſe habet ad reliquum.hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.ſe/
xti dictum eſt.Eritq; ex.15.eiuſdem ſuperficies.d.f.equalis.a.itẽq; eodem modo
ad lineam.e.f.adiũgatur ſuperficies.e.g.que ſit equalis.b. erit itaq; per.20.linea
c.f.potentia tm̃ rõnalis:erit quoq; linee.c.d.in longitudine incõmenſurabilis. Et
quia.a.⁊.b.erant cõicantes ex ypotheſi:erunt quoq;.c.e.⁊.e.g.eis equales cõican
tes:itaq; per primam partem ſexti ⁊ per primaz partem.10.huius erunt due linee
c.f.⁊.f.g.cõicantes in longitudine.¶ Eſt igitur linea.f.g.rõnalis in potentia tm̃ ⁊



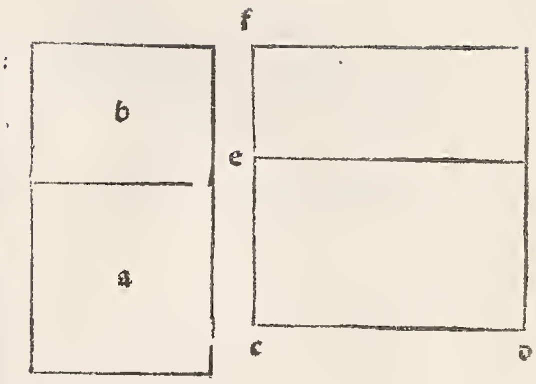


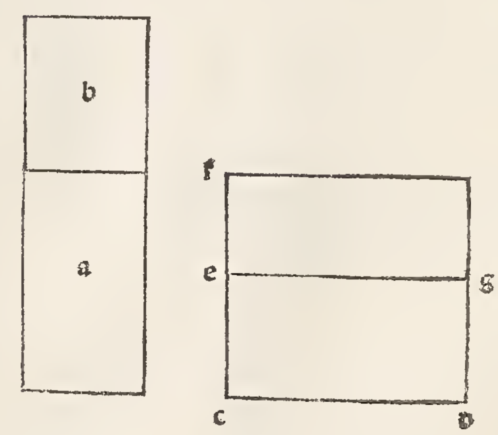
linee.e.f. incõmensurabilis in longitudine:quare per.19.superficies.e.g.erit mediialis:cum linea.e.f.sit rõnalis i longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cũ sit ergo.b.eq̃lis.e.g.erit quoq3.b.medialis q̃d ẽ propositũ. ¶ Et nota q̃ omnes superficies mediales cõicantes cõponunt superficiem medialẽ. Unde tota .d.g.ẽ medialis:q2 cũ due linee.c.f.⁊.f.g.sint rõnales in potẽtia tm̃ ⁊ nõ cõmunicantes in longitudine sequitur ut tota.c.g.sit rõnalis in potẽtia tm̃ ⁊ nõ cõicãs.c.d.i longitudine.itaq3 p.19.d. g.ẽ medialis Eodẽq3 mõ si sint plẽs.

Propositio .22.

Omnis differentia qua habundat mediale a mediali:irrationalis esse probatur.

¶ Sit vtraq3 duarum superficierũ.a.b. ⁊.a. medialis:dico q̃ supficies b.que est earum differentia ẽ irrõnalis.Sit eni linea.c.d.rõnalis i longitudine cui adiungat̃ superficies.d.e.equalis supficiei.a.⁊ superficies.d.f.equalis totali superficiei.a.b. hoc aũt qualiter fiat in premissa docuim⁹:q2 ergo.d.f.est equalis.a.b.⁊.d.e.equalis.a.erit p cõceptionẽ.g.f.equalis.b. Si itaq3 supficies.b.nõ est irrõnalis sed rõnalis:erit ⁊.f.g.sua equalis rõnalis. At cum linea.e.g.sit rõnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea. e.f. rationalis in longitudine ⁊ cõmunicãs linee.e.g. p.20.aũt est vtraq3 duarum linearum c.e.⁊.c.f.potentialiter tm̃ rõnalis ⁊ linee.c.d.incõmensurabilis i longitudine: itaq3.e.f.linea est incõmensurabilis linee.c.e.in longitudine.Et quia per primã sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem que fit ex.c.f.in.c.e.ẽ sicut.c.f.ad. c.e.sequit̃ per scðam partem. 10.ut quadratũ linee.c.f. sit incõmensurabile supficiei facte ex c.f.in.c.e. quare ⁊ ipsũ quadratũ erit incõmensurabile duplo supficiei ex.c.f.i.c.e quadratũ vero.c.e.cum sit rõnale est cõicans quadrato c.f.totum igitur ex ambobus compositũ erit per.9. cõicans quadrato e.f.⁊ ideo incõmensurabile duplo superficiei ex.c.f.in.c.e.Et q2 per quartã scði quadratũ linee.c.f.ẽ.equale duob⁹ quadratis duarum linearum.c.e.⁊.e.f.⁊ duplo supficiei ex.c.e.in. e.f. et duplũ superficiei c.e.i.e.f.ẽ incõmensurabile aggregato ex duob⁹ quadratis duarum linearum.c.e.⁊.e.f. sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratũ.c.f.sit incõmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum.c.e.⁊.e.f.at cũ aggregatũ ex his quadratis sit rõnale:sequit̃ quadratũ linee.c.f.nõ esse rõnale: ⁊ ideo linea.c.f.nõ ẽ rationalis in potentia: ⁊ idcirco nõ erit superficies.d.f.medialis neq3.a.b.sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positis:relinquitur igitur q̃ superficies b.est irrationalis:quod est propositum.

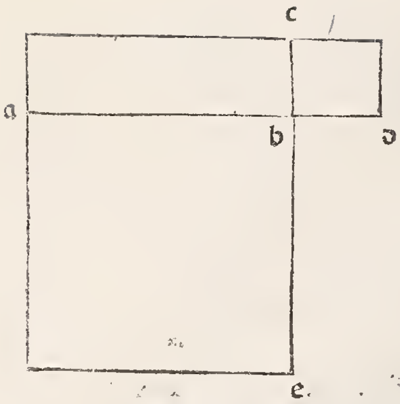


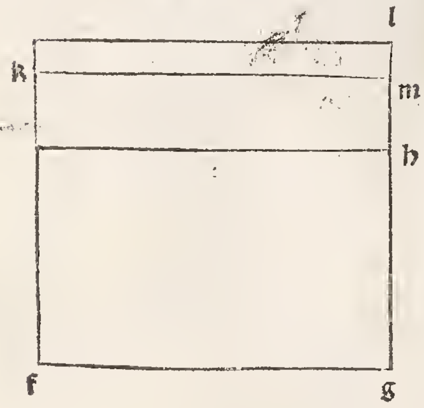


Propositio .23.

Omnis superficies quã cõtinent due linee mediales potentialiter tantũ cõicantes:aut rõnalis est aut medialis.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.mediales potentia tm̃ cõmunicãtes:dico q̃ superficies.a.c.ab eis contenta aut est rõnalis aut medialis Sint enim.c.d.quadratũ linee.b.c.⁊.a.e.quadratũ linee.a.b. eruntq3 ex ypothesi hec duo quadrata communicantia ⁊ erit per primam sexti superficies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea.f.g. que sit rationalis in longitudine:cui adiungatur superfices. f.h. equalis quadrato.a.e.⁊.h.k.equalis superficiei.a.c.⁊.k.l.equalis quadrato.d.c.eruntq3 hee tres superficies.f.h.h.k.⁊.k.l.continue proportionales sicut sunt sue eq̃les





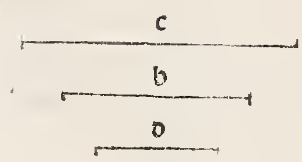
a.e.a.c.z.d.c.quare per primã sexti erunt etiam tres linee.g.b.b.m. z.m.l.q̃ sunt bases earum continue proportionales: z cũ superficies.f.b.z.k.l.sint cõmunicã/tes sicut duo quadrata.a.e.z.c.d.eis equalia: sequitur per primã sexti z.10.hui9 vt linea.g.b.sit cõmunicans cum.m.l. vtraq3 autem earum est rõnalis in potẽtia per 20.huius:igitur supficies vnius eaꝝ in alteram est rõnalis: omnis enĩ superficies quam continent due linee rõnales in potentia : cõmunicantes in longitudine ne/cessario est rationalis ut patet ex prima sexti z prima pte.10.huius z ex diffinitiõe superficierum rõnalium: z quia ex prima pte.16.quadratum linee.b.m. est equale superficiei ex.g.b.in.m.l.erit quadratũ linee.b.m.rõnale. Si ergo linea.b.m.est rationalis in longitudine siue cõicans linee.k.m.que est equalis linee. f.g. erit per 15.superficies.b.k.rõnalis:ideoq3 z sua equalis.a.c.si autẽ linea.b.m. sit irrõna/lis in longitudine siue incõmensurabilis linee.k.m.que ẽ equalis linee.f.g. cũ ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo ꝙ suũ quadratũ est rõnale:erit ex.19.superfi/cies.b.k.medialis:quare z sua equalis.a.c.constat ergo propositũ.❡Et nota ꝙ si due linee.a.b.z.b.c.essent mediales in longitudine cõmunicantes: esset supficies a.c.medialis tm̃:esset enim superficies.a.c. cõmunicans vtriq3 duoꝝ quadratoꝝ a.e.z.c.d.per primã sexti z per presentẽ ypothesim z per.10.huius:z ideo superfi/cies.b.k.sibi equalis.a.c.esset cõmunicãs vtriq3 superficiei.f.b.z.k.l.igit̃ per pma sexti z.10.huius linea.b.m. esset cõmunicans vtriq3 duaꝝ lineaꝝ. g.b.z.l.m.z qꝛ hee ambe sint rõnales in potentia tm̃:non cõicantes in longitudine linee.f.g. eẽt quoq3.b.m.rõnalis in potẽtia tm̃: nõ cõmunicantes in longitudine linee.f.g .z iõ nec cõmunicans linee.b.d.quare per.19. erit superficies.b.k.medialis tm̃. z ideo etiam.a.c.sibi equalis:Si autẽ due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neq3 in longi/tudine neq3 in potentia cõicantes:superficies.a.c.non esset rõnalis neq3 medialis si enim sic esset sc3 ꝙ due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neq3 in longitudine in potentia cõicãtes:eẽnt duo quadrata.a.c.z.c.d.incõmunicantia.itaq3 z due sup/ficies.f.b.z.k.l.eis equales quoq3: eẽnt incõicãtes:quare z due linee. g.b.z. m.l. essent incõmẽsurabiles per primã sexti z per scđam pte.10.z qꝛ vtraq3 eaꝝ ẽ rõna/lis tm̃ in potentia p.20.esset supficies vnius eaꝝ ad alterã medialis per.19.cũ er/go quadratũ linee.b.m.sit equale dicte superficiei que fit ex.g.b.in.m.l.per primã partẽ.16.sexti eẽt per.19.linea.b.m.linea medialis:per.15.ergo nõ esset superficies b.k.rõnalis:nec etiã per.20.medialis:quare nec sua equalis.a.c.

Propositio .24.

Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes sup/ficiemq3 rationalem continentes quarum longior sit po/tentior breuiore:augmento quadrati linee cõmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

❡Cum omnes due linee mediales potentia tantũ cõmunicantes cõ tineant superficiem rõnalem aut medialem ut ex premissa patet: docet inuenire eas duas que continent superficiem rõnalem z eas que medialem. Unde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quarũ lon/gior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in lon/gitudine que contineant superficiem rõnalem.❡Ad hoc ẽm doctrinam.17.Sumo duas lineas.a.z.b.potentia tantũ rõnales communicantes quarum longior que

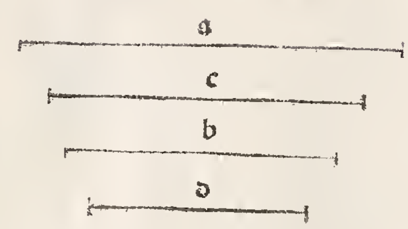
sit.a.possit amplius breviori que sit.b.in quadrato alicuius linee secum ɔmunicantis in longitudine: ⁊ ponam lineam.c.scdm doctrinā.9.sexti medio loco ꝓportionalem inter.a.⁊.b. ⁊ ponam ut sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter fiat in.10.sexti dictum est. Dico tunc duas lineas.c.⁊.d.esse quas querimus: patet eni ex.19. ꝙ superficies quā cōtinent due linee.a.⁊.b.ē medialis:⁊ qꝛ p primā ptē 16.sexti quadratū linee.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c.medialis. Cū autē sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.cōmunicat cū.a.in potentia tm̄ ex ypothesi:qꝛ tam.a.q̄z.b.rōnalis est in potentia sequitur per.10.ꝙ.c.quoqz cōicet cum d.in potentia tm̄.itaqz per.21.cuz.c.sit linea medialis: erit etiā.d.medialis: ⁊ per primā ptē.12.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi ɔmunicātis in lōgitudine. Si ergo due linee.c.⁊.d.contineant superficiem rationalē ipse sūt quales inquirimus. Eas aūt cōtinere supficiē rationalē sic habeto:cū sit.a.ad.b.sicut c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c.ad.b. igitur est.c.ad.b.sicut.b.ad.d.itaqz per primā partē.16.sexti superficies quā continent due linee.c.⁊.d.est equalis quadrato.b.est aūt quadratū.b.rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in potentia:superficies ergo quam continent due linee.c.⁊ d.est rationalis:quare constat propositum.



Propositio .25.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicātes superficiemqz rōnalem cōtinentes:quaꝝ longior sit potentior breviori quadrato linee eidem longiori in longitudine incōmensurabilis inuenire.

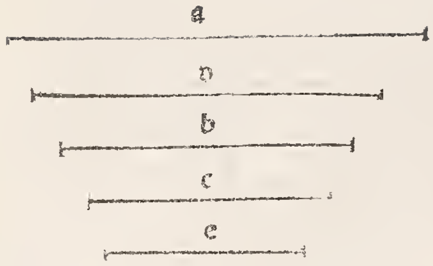
¶ Positis duabus lineis.a.⁊.b.rōnalibus potētia tm̄ cōicantibus quarum longior possit amplius breviori quadrato linee secum non cōmunicantis in longitudine: que quidē reperiunt̄ ſm doctrinā.18.ceterisqz positionibꝰ manentibus sicut in p̄missa argumētando modo cōsimili:patebit duas lineas.c.⁊.d.esse quales querimus. Et nota ꝙ due linee quas hec ⁊ premissa docent inuenire componunt bimediale primū:⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est:dicitur residuum mediale primum.



Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicantes superficiemqz medialem continentes quarum longior breviore tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius linee incōmensurabilis ipsi longiori ī lōgitudine inuenire.

¶ Cū docuerit īuenire duas lineas mediales potentia tātū cōicantes superficiēqz rationalē continentes:quaꝝ longior plus possit breviori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ⁊ secum incōmensurabilis in longitudine Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiemqz medialem continentes quaꝝ longior sit potentior breviori in q̄drato linee nō secum cōicantis in longitudine. sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud enim facile habetur ex isto. Sint itaqz tres linee sumpte ſm ꝙ doctrinā.18.a.b.c. potentia tm̄ rōnales ⁊ i ea solū cōicantes.sitqz.a.potentior.b.⁊.c.quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine:⁊ ponatur.d.medio loco ꝓportionalis inter a.⁊.b.ut docet.9.sexti:⁊ sit.d.⁊.e.sicut.a.ad.c. dico duas lineas.d.⁊.e. esse q̄les inquirimus.cum sit enim quadratū linee.d.equale superficiei que continetur sub.a

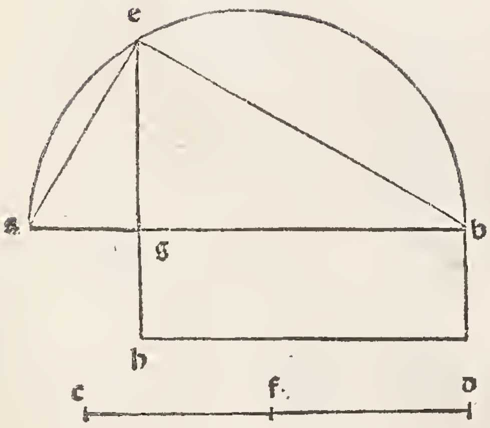


z.b.per primã partẽ.16.sexti.Sitqз superficies contẽta sub.a.z.b.medialis: ex.19. cum.a.z.b.sint potentia tm̃ rõnales cõicantes:erit ex eadem linea.d.medialis. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.c.cõmunicat autẽ.a.cũ.c.in potentia tantũ ex ypothesi sequitur ex.10.ut.c.quoqз cõmunicet cũ.d.in potẽtia tm̃. Itaqз per.21.erit.e. linea medialis.et etiã qr.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine erit quoqз p.12.d.potẽtior.e.q̃drato linee sibi icõmẽsurabilis i lõgitudie Si igitur due linee.d.z.e.contineant sup̃ficiẽ medialẽ constat eas esse quales iquirimus:Eas autẽ continere superficiem medialẽ.sic habet̃:cum sit ex ypothesi.a.ad c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d.ad.b. p ypothesim:itaqз.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primã partẽ.15.sexti:superficies quã continẽt.d.z.e.est equalis ei quã ptinẽt.c.z.b.sed.b.z.c. continent superficiẽ medialem per.19.cum ipsi sint rationales i potentia tm̃ cõicantes ex ypothesi:itaqз.d.z.c.continent superficiẽ medialẽ:qđ est propositũ.❡Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tm̃ cõmunicantes sup̃ficiẽqз medialem continentes:quaꝝ longior esset potentior breuiori quadrato linee secum cõicantis i longitudine:Sumeremus tres lineas ſm doctrinã.17.a.b.c.potentia tm̃ rationales z in ea solum cõmunicantes:z poneremꝰ lineam.a.esse potentiorẽ linea.c.quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in longitudine:cetera vero manerent ut prius z argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d.z.c.esse quales proponit̃ inquirere.Et nota q̃ due linee quas hic.26.docet inuenire:cõponũt bimediale scđm z minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuũ mediale secundũ.

Propositio .27.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽqз medialem continentes quaruз quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire:

❡Propositum est inuenire duas lineas incõmensurabiles tam i potentia q̃з in longitudine que contineant superficiem medialem z quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem:ad hec autẽ sumo per.18.duas lineas.a.b.z.c.d.potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes quaꝝ longior que sit.a.b.sit potentior.c.d.quadrato alicuius linee secũ incõmensurabilis in longitudine z super lineã.a.b.describo semicirculum.a.e.b. z diuido lineam.c.d. per equalia ad punctum.f.z diuido lineam.a.b.ad punctum.g.itaqз linea.e.f.cadat in medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b. et qualiter hoc fiat in.13.dictũ est: z pono q̃ superficies.b.h.fiat ex.a.g.in.g.b.eritqз ex prima pte.16.sexti quadratum.c.f.equale superficiei.b.h.z quia quadratũ.c.f.est equale quarte pti quadrati.c.d.ex quarta scđi:z qr superficiei.b.h.deest ad cõplendũ lineam. a.b.superficies quadrata cuз.a.g.sit equalis.g.b.z quia linea.a.b.potentior est linea.c. d.q̃drato linee sibi incõmensurabilis in longitudine ex ypothesi:erit ex scđa parte.14.linea.a.g.incõmensurabilis linee.g.b.educo igitur a puncto.g.perpendicularem super lineam.a.b.vsqз ad circũferentiam semicirculi que sit.g.e.z protraho lineas.a e.z.e.b.quas dico esse quales querimus.erit enim.e.g.equalis.c.f. eo q̃ vtraqз cadit medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b.prima quidem per primam partẽ corel̃.8.sexti.scđa vero per ypothesim: propter qđ quadratum vtriusqз earum per primam partem.16.sexti est equale superficiei.a.g.in.g.b.que est.b.h. ipsi igit̃ sũt

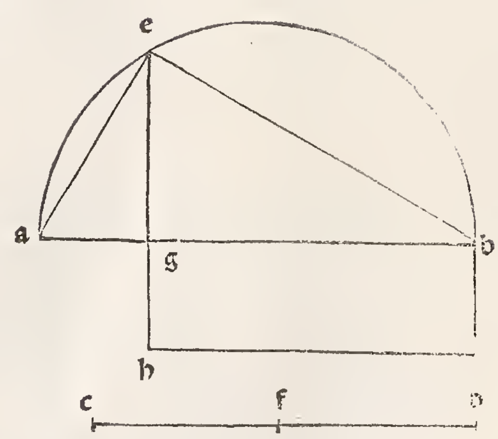


equales. At quia per quartā sexti ꝓportio.a.e.ad.e.b.ē sicut.a.g.ad.g.e. sunt aūt a.g.⁊.g.e.⁊.g.b.ↄtinue ꝓportionales erit.a.e.ad.e.b.duplicata sicut.a.g. ad.g. b.quare p.18.sexti erit quadratū linee.a.e.ad quadratū linee.e.b.sicut.a.g.ad.g.b cum sit igitur.a.g. incōicans.g.b.erit per scdam ptem.10.quadratū.a.e.incōicans quadrato.e.b.quare due linee.a.e.⁊. e.b.sunt incōmēsurabiles in potentia. Et qꝛ p penultimā primi quadratū.a.b.ē eq̄le q̄dratis duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b. piter ac/ceptis q̄dratū aūt.a.b.ē rōale:cū.a.b.sit rōnalis i potētia p ypothe.erūt quoqꝫ q̄/drata duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b.piter accepta rōnale.Si vero hec due linee cōtinent superficiem medialem habitū ē ꝓpositū.erat aūt.c.d.rōnalis in potētia ⁊ in ea tm̄ cōicans linee.a.b.quare ⁊.c.f.⁊ iō etiā.g.e.sibi equalis erit potentia rōnalis ⁊ tm̄ in eadē cōicans cū.a.b.itaqꝫ p.19.supficies.a.b.in.g.e.est medialis:qꝛ igit̄ p quar tā sexti ⁊ per primā ptē.15.eiusdē supficies.a.e.⁊.e.b.ē sibi.s.supficiei.a.b. in.g.e. equalis cōstat duas lineas.a.e.⁊.e.b.esse quales volumus.¶Et nota ꝙ due linee quas docet hec.27.inuenire cōponunt lineā maiorē ⁊ minori eaꝝ abscisa que reli/qua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

Duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēqꝫ rationalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter ac/cepta sint mediale inuenire.

¶Sit hic prorsus eadē dispositio que prius in premissa.Sint autem due linee.a.b.⁊.c.d.quales ꝓponit.25.eruntqꝫ simili argumētatiōe premisse due linee.a.e.⁊.e.b.quales hec.18.proponit.Cum sit eni. a.b. linea me/dialis erit eius quadratū mediale per.19.⁊ iō quadrata duaꝝ lineaꝝ. a.e.⁊. e.b. sunt mediale per penult.primi:⁊ quia.a.b.i.c.d.ↄtinet supficiē rōnalem:sequitur etiā ut.a.b.in.c.f.⁊ ideo in.g.e.sibi equalē cōtineat superficiē rōnalem:itaqꝫ ⁊.a.e in.e.b.patꝫ ergo qd̄ querit̄.¶Unde due linee quas hec.28.docet inuenire cōponūt lineā potentē in rōnale ⁊ mediale ⁊ minori eaꝝ abscisa de maiori que reliqua ē di/citur linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.



Propositio.29.

Duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēqꝫ medialē continentes quaꝝ quadrata ambo pariter acce/pta sint mediale duplo superficiei vnius in alterā incōmē/surabile inuenire.

¶Huius quoqꝫ dispositio a duaꝝ premissaꝝ dispositione non sit in quoquā diuersa.Sint aūt linee due.a.b.⁊.c.d.quales.26.ꝓponit eruntqꝫ p̄missa argumentatione due linee.a.e.⁊.e.b.quas inquirimus.Cū enim.a.b.sit linea me dialis erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b.pariter accepta mediale.at cum.a.b ⁊.c.d.contineat superficiem medialē.sequit̄ ut.a.b.in.c.f.⁊ ideo in.e.g.sibi equa/lem contineat quoqꝫ superficiē medialē:omnis eni superficies mediali cōmunicās medialis esse conuincit̄: quēadmodū in.21.monstratū est: supficies igit̄.a.e.i.e.b medialis est cū ipsa sit equalis supficiei .a.b.in.g.e. Quia vero linea.a.b. ē incō/mensurabilis linee.c.d.erit etiā incōmensurabilis linee.c.f.quare ⁊ linee.e.g.qua/re per primā sexti ⁊ scdam ptē.10.huius :superficies.a.b.in.e.g.que est equalis su perficiei.a.e.in.e.b.erit incōmensurabilis quadrato linee.a .b .itaqꝫ ⁊ quadratis duarum linearum.a.e.⁊.e.b.pariter acceptis: qd̄ cū ita sit sequitur quoqꝫ vt du/plum superficiei.a.e.in.e.b.sit incōmensurabile quadratis predictis duaꝝ linearū

a.e.ꝛ.e.b.pariter acceptis ꝛ hoc erat mõſtrandũ. ¶ Due linee quas hec.29.docet inuenire cõponũt lineã potentẽ in duo medialia ꝛ minori eaꝝ abſciſa de maiori q̃ reliqua eſt dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propoſitio 30.

SI due linee potentialiter tantũ rõnales cõmunicantes in longum directumqꝫ coniungantur: tota linea ex his compoſita erit irrationalis: diceturqꝫ binomium.



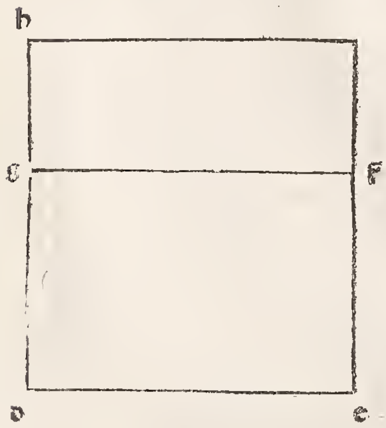
¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.in cõtinuũ directũqꝫ cõiuncte rõnales in potentia tm̃ cõcantes: quas p.17.ꝛ.18.reperies: dico totã lineã.a.c ex eis cõpoſitã eſſe irrõnalem ꝛ ipſa vocatur binomiũ. Eſt eni per quartã ſecundi quadratũ.a.c.equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.ꝛ duplo ſupficiei vni⁹ earum in alterã: quadrata aũt ambaꝝ faciunt ſupficiẽ rõnalem ex ypotheſi: duplũ vero ſuperficiei vnius eaꝝ in alterã facit ſupficiẽ medialẽ ex.19.itaqꝫ quadrata ambarũ pariter acceptaꝝ faciunt ſupficiẽ incõmenſurabilẽ duplo ſupficiei vnius earum in alterã.erit igiť ex.9.quadratũ.a.c.incõmenſurabile duobus quadratis duarum lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.p̃iter acceptis quare irrõnale p diffinitionẽ cũ duo illa quadrata faciãt ſupficiẽ rõnalem.ideoqꝫ ſuum latus tetragonicũ quod eſt.a.c. irrõnale quoqꝫ p diffinitionẽ: ꝯſtat ergo ꝓpoſitũ.

Propoſitio .31.

SI due linee mediales potentia tantũ cõicantes ſuperficiemqꝫ rationalẽ continentes directe coniungant̃: tota linea ex his cõpoſita erit irrõalis diceť qꝫ bimediale pmũ.



¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c. i cõtinuũ directũqꝫ ꝯiuncte quales proponuntur quas p.24.ꝛ.25.reperies: dico totam lineã.a.c.eſſe irrõnalem ꝛ ipſa vocatur bimediale primũ. Eſt eni duplũ ſupficiei.a.b. i.b.c. rõnale per ypothe. duoqꝫ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.p̃iter accepta faciunt mediale. cũ vtrũqꝫ quadratũ ſit mediale per ypotheſim ꝛ vnũ eoꝝ cõicans alij: duplũ igitur ſuperficiei vnius eaꝝ in alterã eſt incõicans duob⁹ quadratis p̃iter acceptis: totum ergo aggregatũ ex duplo ſupficiei ꝛ duobus quadratis ꝛ ipſũ ẽ quadratũ toti⁹.a.c.per quartã ſcdi ẽ incõmenſurabile duplo ſupficiei vnius eaꝝ in alterã p.9.huius cũ itaqꝫ duplũ ſupficiei ſit rõnale erit quadratũ.a.c. irrõnale. ideoqꝫ ꝛ linea .a.c. qḋ ẽ ꝓpoſitũ. ¶ Idẽ aliter: ſit linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungať ſupficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a. b. ꝛ.b.c. eritqꝫ ſupficies hec d.f.medialis cum vtrũqꝫ quadratũ ſit mediale per ypothe. ꝛ vnũ eoꝝ cõicans alij quare per.20.linea.d.g.eſt rõnalis in potentia tm̃: non cõicans in longitudine linee.d.e.rurſus ad lineã.f.g.que eſt equalis.d.e.adiũgať ſupficies.f.h.equalis duplo ſuperficiei. a.b.in.b .c.eritqꝫ.f.h.rõnalis per ypotheſim: quare per.16.linea.g h.erit rõnalis in longitudine: due itaqꝫ linee.d.g.ꝛ.g.h. ſunt potentialiter rõnales ꝛ in ea tm̃ cõicantes: ergo p.30.tota linea ex eis cõpoſita que eſt.d.h.eſt binomiũ ꝛ irrõnalis: quare p.16.a deſtructione ꝯñtis ſupficies.e.h.ẽ irrõnalis. At quia p quartã ſcdi latus ei⁹ tetragonicũ ẽ linea.a.c.ipſa erit irrõnalis p diffinitionẽ qḋ oportuit demõſtrari.

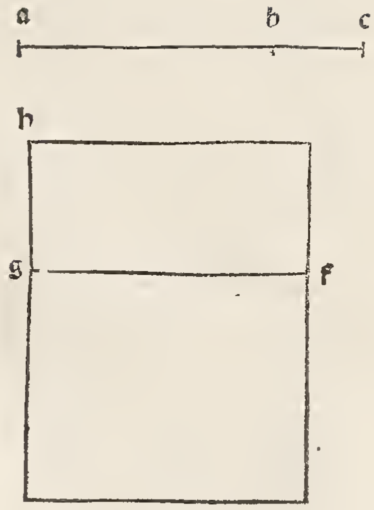


Propoſitio .32.

SI due linee mediales potentialiter tantum cõmunicantes ſuperficiemqꝫ medialẽ continentes directe coniungantur tota linea erit irrõnalis diceturqꝫ bimediale ſecundum.

¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.in cõtinuũ directumqꝫ ꝯiũcte ut ꝓponiť

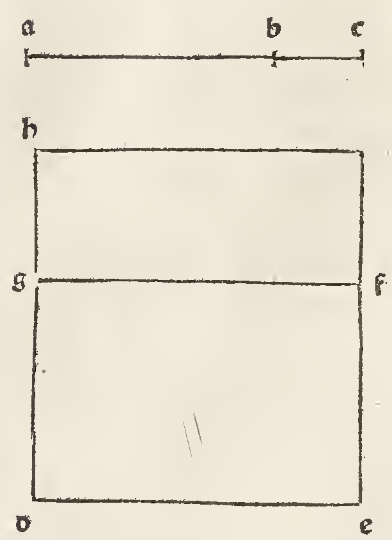
quas per.26.contingit reperiri: dico totã.a.c.ex eis cõpositã esse irrõnalem ꝛ ipsa vocatur bimediale scõm. Esto enim linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungatur supficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.piter acceptis ꝛ quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cõicantia: ꝛ vtrũqꝫ mediale: erit superficies.d.f.medialis quare per.20.linea.d.g.que est eius latus scõm est rõnalis i potentia tm̃: ꝛ linee.d.e.incõmensurabilis in longitudine: Rursus adiungat̃ ad lineã g.f.que est equalis linee.d.e.supficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.erit qꝫ etiã supficies.f.b.medialis: erat enĩ per ypothesim supficies.a.b.i.b.c.medialis.ergo duplũ eius cui est equalis.f.b.erit mediale per.20.igitur est linea.g.b.rationalis in potentia tm̃ ꝛ incõmensurabilis in longitudine linee.g.f.qꝛ vero.a.b.ꝛ.b.c.sunt potentialiter tm̃ cõicantes erit ꝑ primã sexti ꝛ per scdam ptem.10.huius supficies vnius in alterã incõmensurabilis quadrato vtriusqꝫ. At qꝛ quadrata eaꝝ cõicant per ypothesim: erit dicta supficies quare ꝛ duplũ eius incõicans duobꝰ quadratis earũ pariter acceptis: due ergo supficies.d.f.ꝛ.f.b.sunt incõicantes: ꝑ primam itaqꝫ sexti ꝛ scdam pté.10.huius erit linea.d.g incõmensurabilis linee.g.b. que cũ sint rõnales in potẽtia: erit per.30.tota linea.d.b.binomium ꝛ irrõnalis: ergo per.16.a destructione ꝯñtis erit supficies.e.b.irrõnalis. Et qꝛ latus eius tetragonicũ per quartã scdi est linea.a.c. sequitur per diffinitioné ꝙ linea.a.c. sit irrationalis: qd ꝓpositũ erat ostendere.



Propositio .33.

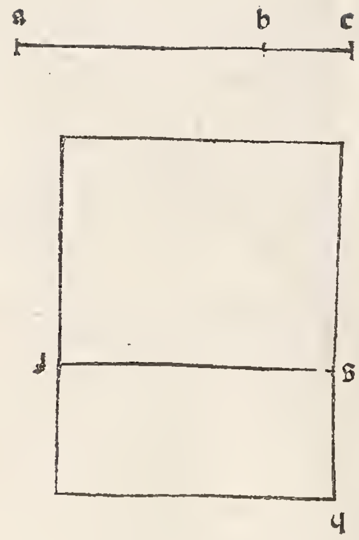
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles supficiéqꝫ medialé continẽtes quaꝝ ambo q̃drata piter accepta sũt rõnale: tota linea erit irrõnalis diceturqꝫ linea maior.

¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.sibi in continuum directumqꝫ coniuncte sicut ꝓponitur: quas cõtingit ex.27.repire: dico.a.c.ex eis cõpositã esse lineã irrationalé ꝛ ipsa vocat̃ linea maior. Cũ enĩ ambo quadrata piter accepta sint rõnale superficies vero alteriꝰ in alterã quare et eius duplũ medialis ꝑ ypothesim: erit totũ ex duobus quadratis piter acceptis incõicans duplo supficiei vnius in alterã.itaqꝫ totũ aggregatũ ex duobus quadratis ꝛ duplo supficiei ꝛ ipsũ est equale quadrato a.c.per quartã scdi: erit ꝑ.9.huiꝰ incõmensurabile duobus quadratis.a.b.ꝛ.b.c.piter acceptis: per diffinitioné ergo ẽ quadratũ linee.a.c.irrõnale ꝛ linea.a.c.irrõnalis qd ẽ propositũ. ¶ Idẽ aliter sicut i pmissis ad lineã.d.e.que sit rõnalis in longitudine adiungat̃ supficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b ꝛ.b.c.pariter acceptis eritqꝫ rõnalis per ypothesim quare per.16.latus eius scdm qd est.d.g.erit etiã rõnale in longitudine ꝛ cõicans linee.d.e. Rursus ad lineã.f.g. adiungatur superficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.eritqꝫ medialis per ypothesiꝫ: quare per.20.linea.g.b.que est eius latꝰ scdm ẽ rõnalis in potentia tãtũ per.30.igitur est linea.d.b.binomiũ ꝛ irrõnalis: ideoqꝫ per.16.a destructione consequentis superficies.e.b.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartaꝫ secundi est.a.c.ẽ irrationale per diffinitionem: qd volumus ostendere.



Propositio .34.

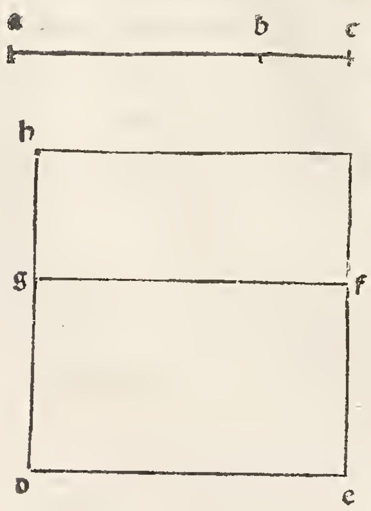
CUm coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensu/rabiles superficiemq3 rōnalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq3 potens in rōnale ꝛ mediale.



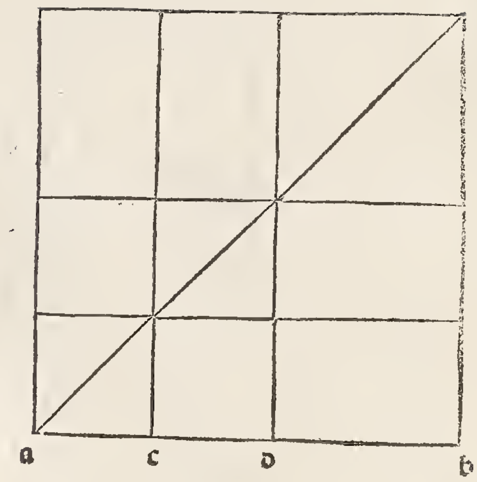
¶ Sint ut in premissis due linee.a.b.ꝛ.b.c.in continuū directumq3 coniuncte quales ꝓponit̄: ꝛ ipse sunt ex.28.sumende: dico ꝙ tota linea.a.c. ex eis cōposita erit irrōnalis ꝛ illa vocatur linea potēs i rōnale ꝛ mediale. Cū sit eni sup/ficies.a.b.in.b.c.rationalis per ypothesim. ideoq3 ꝛ duplū eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartā secūdi ꝛ.9.huius queadmodū in premissis ꝙ quadratū totius.a.c.sit incōicans duplo superficiei.a.b.in. b.c.ꝑ diffinitionē igitur ipsū est irrōnale ꝛ linea.a.c.irrationalis qd̄ ē propositū. ¶ Idē aliter: sit vt in premissis linea.d.e.rationalis in longitudine superficiesq3.d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaꝝ lineaꝝ. a. b.ꝛ.b.c.eritq3 medialis per ypothesim: p.20.igitur: erit linea.d .g.rōnalis in potentia tm̄ nō cōmunicans in longitudine linee.d.e. Sitq3 superficies.f.h.adiuncta ad lineā.g.f. equalis duplo superficiei.a.b.in.b.c.eritq3 rōnalis per ypothe.ꝛ iō p.16.latus ei9 ſm quod ē.g.h.rōnale in longitudine quare per.30.linea.d.h.ē binomium ꝛ irra/tionalis: ꝛ superficies.e.h.per.16.a destructione ꝯñtis est irrōnalis. Cum itaq3 li/nea.a.c.sit eius latus tetragonicū: per quartā scdi: sequit̄ ut.a.c.sit irrōnalis ꝑ diffinitionem: ꝯstat ergo propositū.

Propositio .35.

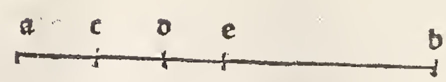
CUm coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensu/rabiles superficiemq3 medialē cōtinentes quaꝝ quadrata ambo piter accepta sit mediale duplo supficiei vni9 i alte/ram incommensurabilem tota linea erit irrōnalis dicetur q3 potens in duo medialia.



¶ Sint quoq3 due linee hic.a.b.ꝛ.b.c.in cōtinuū directūq3 cōiuncte ut proponit̄ que ex.29.sumende sunt: dico ꝙ linea.a.c.ex eis cōposita est irrōnalis ꝛ ipsa dicit̄ potens in duo medialia. Adiungatur eni ad lineā.d.e.que sit rōnalis in longitudine superficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c .pariter ac/ceptis: eritq3 medialis per ypothesiȝ quare per.20.linea.d.g.erit rōnalis in potē/tia tantū ꝛ incōmensurabilis.d.e.linee rōnali in longitudine. Rursus ad lineā.g.f. que est equalis.d.e.adiungatur superficies.f.h.que sit equalis duplo supficiei vni9 in alterā erit etiā ex ypothesi medialis quare per.20.linea.g.h.erit rōnalis in potē tia tm̄.at q2 per ypotesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficiei vnius in alterā sequitur ut.d.f.sit incōmensurabilis.f.h.quare ꝑ primam sexti ꝛ secundam partē.10.huius linea.d.g.est incōmensurabilis.g.h.per 30.igitur est linea.d.h.binomiū ꝛ irrōnalis. itaq3 supficies. e.h. est irrōnalis ꝛ ei9 latus tetragonicum qd̄ ē.a.c.ut in premissis: quare constat propositū .Si aūt du/plum superficiei.a.b.ꝛ.b.c.non esset incōmensurabile ambobus quadratis pari/ter acceptis esset linea.a.c.medialis. esset eni.d.f.cōicans. f.h. ideoq3 linea.d.g. linee.g.h.tota igit̄.d.h.esset rōnalis in potentia tm̄ ꝛ incōmensurabilis in longitudine linee.d.e.per.19.igit̄ esset supficies.e.h.medialis eiusq3 latus tetragonicum qd̄ ē.a.c.linea medialis. Ut aūt facilior fiat doctrina sequētiū premonstranda ar/bitramur hoc loco duo quorum primum est.

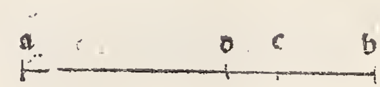


¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarũ sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vni⁹ earũ in alteram quantũ ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.
¶ Sit enī linea .a.b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq3 maior portio .c.b. de qua sumatur .c.d. equalis .a.c. dico ꝙ quadrata duaꝶ linearum .a.c. ꝛ .c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius i alteram in quadrato linee .d.b. nam quod fit ex .a.c. in .c.b. bis cum quadratis duarum linearũ .a.c. ꝛ .c.b. est equale ei quod fit ex .a.c. in .c.b. quater cum quadrato .d.b. eo ꝙ vtraq3 hec equalia sunt quadrato linee .a.b. primum quidem per quartam secundi scōm vero per .8. eiusdem. Demptis itaq3 vtrũq3 equalibus videlicet eo qđ fit ex .a.c. in .c.b. bis erũt residua q̄ sũt de primo quidē quadrata duaꝶ lineaꝶ .a.c. ꝛ .c.b. de secundo vero quod fit ex .a.c. in .c.b. bis cum quadrato .d.b. equalia: quare constat propositũ. Ex hoc ergo manifestũ est ꝙ si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partiũ pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premisimus.

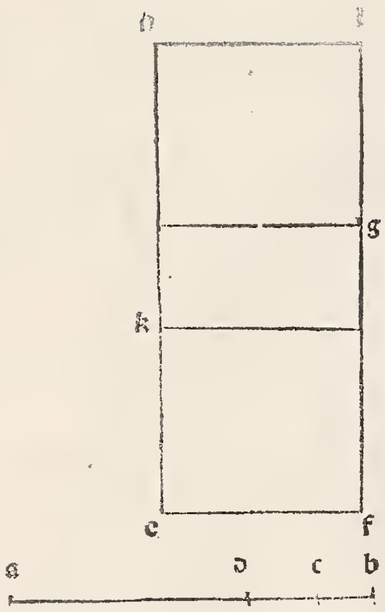


¶ Si aliqua linea per duo inequalia. itemq3 alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt ampli⁹ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantũ est duplũ quadrati illius linee que inter vtrasq3 ē sectiones ꝛ quadruplum eius qđ fit ex eadem linea in eam que est inter punctũ sectionis minus inequalium ꝛ punctum quod diuidit totam lineam per equalia.
¶ Sit linea .b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq3 per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia i .e. dico ꝙ quadrata duaꝶ partium magis inequalium que sunt .a.c. ꝛ .c.b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt .a.d. ꝛ .d.b. quantum est duplum quadrati linee .c.d. ꝛ quadruplum eius quod fit ex .c.d. in .d.e. sunt enim per .9. secũdi quadrata duarum linearum .a.c. ꝛ .c.b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b.e. ꝛ .e.c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duaꝶ linearu3 .a.d. ꝛ .d.b. p̄iter accepta dupla sũt quadratis duarũ linearum .b.e. ꝛ .e.d. p̄iter acceptis: itaq3 quadrata duarum linearum .a.c. ꝛ .c.b. pariter accepta excedũt quadrata duarum linearum .a.d. ꝛ .d.b. pariter accepta in eo quo duplũ quadrati linee .c.e. excedit duplum quadrati linee .d.e. hoc autē per quartam secundi est duplum quadrati linee .c.d. ꝛ quadruplum eius quod fit ex .c.d. in .d.e. quare cōstat propositum. Ex hoc manifestum est ꝙ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earũ quadrata pariter accepta maiora: ꝛ hoc est ꝓpter quod istud premisimus.

Propositio .36.

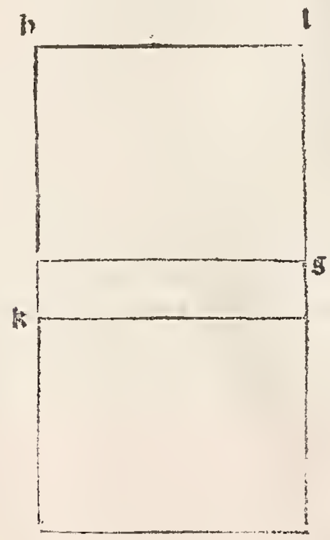


In alias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum ꝛ nominatum est binomium diuidi impossibile est.
¶ Sit linea .a.b. binomium eritq3 ex .30. composita ex duabus lineis in potētia tm̄ rōnalib⁹ cōicantib⁹ q̄ sint .a.c. ꝛ .c.b. dico ꝙ ipossibile ē eā diuidi i alias duas lineas sub hac diōne videlicet ꝙ ipi sint potētia tm̄ rōales cōicātes: si enī pōt diuidat̄ i .a.d. ꝛ .d.b. q̄ sint potētia rōales tm̄ cōicātes. Esto quoq3 linea .e.f. rōnalis in lōgitudine cui adiungat̄ superficies .e.g. que



sit equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis ꝛ supficies. f.b. que sit equalis quadrato linee.a.b.eritqꝫ superficies.e.g.rōnalis eo ꝙ vtrūqꝫ quadratoꝝ lineaꝝ.a.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis est rōnale per ypothesim ꝛ superficies .g.b. medialis per.19.qm̄ ipsa est equalis duplo superficiei.a.c.i.c.b.ꝑ quartā scōi.Sit igit̄ rursus supficies.f.k.eq̄lis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d ꝛ.d.b.pariter acceptis que cū sint diuerse a duabus lineis.a.c.ꝛ.c.b.erit per scōm p̄demonstratoꝝ antecedentium superficies.f.k.diuersa a supficie.e.g.eaꝝ ergo differētia sit.k.g. eritqꝫ ꝑ q̄rtā scōi excessus supficiei.f.b.sup.f.k.qui sit.k.l.eq̄lis duplo ei⁹qd̄ fit ex.a.d.i.d b.ꝛ ꝓpter hoc erit etiā supficies.f.k. rōnalis.ꝛ supficies.k.l.medial': itaqꝫ supficies k.g.cum ipsa sit differentia duarū superficieꝝ rōnalium que sunt.e.g.ꝛ.f.k.erit rationalis.Non eni differt rationale a rōnali nisi in rōnali.ꝛ hoc dico diffinitione ꝛ 9. huius hoc ꝯfirmantibus. Eadē quoqꝫ cū ipsa sit differentia duaꝝ superficierum medialium que sunt.g.b.ꝛ.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

Propositio .37.



Bimediali primo ſm terminū suum in duas lineas mediales diuiso:sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

¶Sit quoqꝫ hic linea.a.b.bimediale primū diuisa i duas lineas mediales potentia tantum cōicantes superficiemqꝫ rōnalem continentes:ex quibus.31.asserit eā cōponi que sint. a.c.ꝛ.c.b.dico ꝙ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub eaꝝ diffinitione.Qd̄ si possibile fuerit diuidam eā in puncto.d.assumptaqꝫ linea rōnali.e.f.adiungatur ei.e.g.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.ꝛ.c .b.et superficies.f.b.equalis quadrato.a.b.ꝛ superficies.f.k.equalis quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.b.eritqꝫ per quartā scōi.g.b.eq̄lis duplo superficiei.a.c.i.c.b.ꝛ per eandē erit.k.l.equalis duplo superficiei.a.d. in.d.b. propter ypothesim quoqꝫ erit vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ .e.g.ꝛ.k.f.medialis ꝛ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.g.b.ꝛ.k.l.rōnalis. hoc autē impossibile:esset eni per primum superficies.k.g.irrōnalis ex.22.per secundū autē eadē esset rōnalis ex diffinitione ꝛ.9.qd̄ est incōueniens.

Propositio .38.

Bimediale secūdū nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

¶Sit vt prius linea.a.b.bimediale scōm diuisa i duas lineas.a.c.et c.b.mediales:potentia tantuꝫ communicantes superficiemqꝫ medialem continentes:ex quibus.32.proponit eam componi:dico ꝙ impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione i alias duas:Sin autem diuidatur in.d.sintqꝫ vt prius superficies.e.g.f.b.ꝛ.f.k .adiuncte ad lineā rōnalem.e. f.erūtqꝫ per presentes ypotheses vtreqꝫ supficies.e.g.ꝛ.g.b.mediales quare ꝑ.20.vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.f.g.ꝛ.g.l.erit rationalis in potētia tantū nō cōicās i longitudine linee.e.f.At q2 due linee.a.c.ꝛ.c.b.erūt incōmensurabiles in longitudine:sequitur per primā sexti ꝛ per scōam ptē.10.huius ꝙ vtrūqꝫ q̄dratoꝝ lineaꝝ.a. c.ꝛ.c. b:sit incōmensurabile supficiei vni⁹ i alterā:cūqꝫ dicta q̄drata cōicent:ex ypothesi sequit̄ vt ambo q̄drata piter accepta sint incōmēsurabile superficiei vni⁹ i alterā. ideoqꝫ ꝛ ei⁹ duplo:quare superficies.e .g.incōmēsurabil' ē supficiei.g.b.ꝛ linea .g.f. linee

g.l.per primã sexti ꝛ scđam ptẽ.10.huius:itaqȝ per.30.linea.f.l.ẽ binomium diui/
sa ſm suũ terminũ i pũcto.g.❡Eodẽqȝ mõ ꝓbabiť ipſã binomiũ eſſe mediantib⁹
ſupficiebus.e.m.ꝛ.m.h.diuiſam scđm suũ terminũ in puncto.m.qđ eſt impoſſibi
le p.36.Nõ eñi põt dici ꝙ linea.f.l.diuiſa ſit ad puncta.g.ꝛ.m. in partes consĩles
ſic eñi eſſet linea.f.m.equalis.g.l.ſed ipſa ẽ maioꝛ linea.m.l.ut patet ex pmo pre/
miſſoꝝ antecedentiũ h⁹ ꝛ pma ſexti cũ.e.m.ſupficies ſit maioꝛ.h.m.ſuperficie: hu
ius aũt demõſtrationis modus poteſt eſſe cõis.37.ceteriſqȝ eam ſequentibus.

Propoſitio .39.

Linea maioꝛ niſi in duas lineas tantũ ex quib⁹conſtat ſub earum termino diuidi non poteſt:

❡Sit quoqȝ hec linea maioꝛ.a.b .diuiſa ad punctũ.c.ĩ duas lineas potentialiter incõmenſurabiles ſupficiẽqȝ medialẽ cõtinentes quarũ ambo quadrata pariter accepta ſint rõnale:ex talibus eñi cõponitur
vt affirmat.33.dico ꝙ impõſſibile ẽ ad aliũ punctum in alias duas lineas ſub hac
diffinitione ipſã diuidi ꝙ ſi põt.ſit hic ad.d.maneant ſub his eadẽ figura eedemqȝ
ypotheſes que prius ꝛ argue quẽadmodũ in.36.ſupficiẽ.g. k.eſſe rationalẽ ꝛ irra/
tionalem:qđ eſt impoſſibile.

Propoſitio 40.

Linea potens in rõnale ꝛ mediale niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino ſuo non diuiditur.

❡Hec quoqȝ.40.manentibus prioꝛibus figura ꝛ poſitionibus exce/
ptoqȝ ipſa linea.a.b.diuidatur in punctum.c.in illas duas lineas ex
quibus.34.dicit eã cõponi probabiť:quẽadmodũ.37. Si autẽ aliter
fuerit q̃ȝ proponat erit ſupficies. k.g.rõnalis ꝛ irrõnalis:qđ eſſe non poteſt.

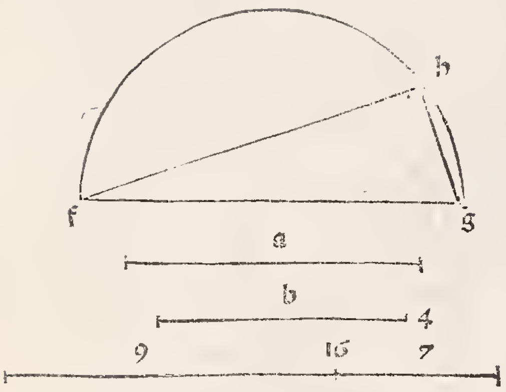
Propoſitio .41.

Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino eaꝝ ex quibus coniuncta eſt:ſed in ſuas tantũ duas ex quibus componitur eſt diuiſibilis.

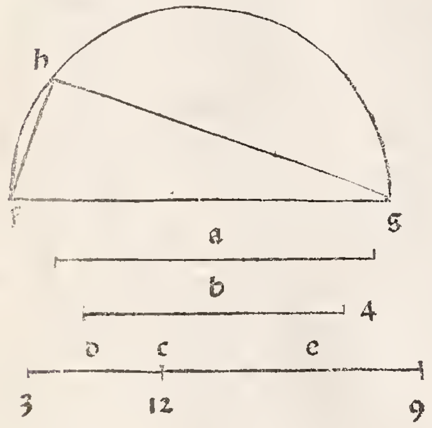
❡Hec eñi.41.diuiſa linea.a.b.ad punctum.c.ĩ eas ex quibus.35.aſ/
ſerit eam componi ceteriſqȝ ut ſupra tam figira q̃ȝ poſitionibus ma/
nẽtib⁹ ꝓbať ſicut.38.nã dato oppoſito ꝓpoſiti.Seq̃ť oppoſitũ.36.qđ ẽ ĩpoſſibile
❡Si fuerit binomij longioꝛ poꝛtio breuioꝛe potentioꝛ augmẽto q̃/
drati linee cõicantis eidem longioꝛi in longitudine fueritqȝ eadeȝ lõ/
gioꝛ linee poſite rõnali cõicans ipſuȝ:vocabiť binomiũ primũ.Si ve
ro breuioꝛ poſite rõnali cõmunicet diceť binomiũ scđm.Qđ ſi neu/
tra poꝛtionũ ei⁹ poſite rõnali cõicet appellabiť binomiũ tertiũ.Itẽ
ſi longioꝛ breuioꝛe tanto amplius poſſit quantũ eſt quadratũ alicu/
ius linee ipſi longioꝛi ĩcõmenſurabilis ĩ lõgitudĩe fueritqȝ lõgioꝛ poꝛ
tionũ poſite linee rõnali cõicãs ĩ lõgitudĩe ipſũ nũcupabiť binomiũ
binomiũ quartũ.Si vero breuioꝛ poſite rõnali cõicet ĩ longitudine
quintũ noĩabiť.Si aũt neutra poꝛtionũ ei⁹poſite rõnali cõicet ĩ lõgi
tudine erit binomiũ ſextũ.

Propoſitio .42.

Binomiũ primũ inuenire.❡Sit. a.linea rõalis poſita:ſumãťqȝ
duo numeri q̃drati .b.ꝛ.c.quoꝝ.c.ſit diuiſibil' ĩ q̃dratũ qui ſit.d.ꝛ ĩ
nõ quadratum qui ſit.e.ponaťqȝ ꝓpoꝛtio quadrati linee.a.ad q̃dra
tum linee.f g. ſicut numeri.b.ad numeꝝ.c.eritqȝ ex scđa ptẽ.7.linea

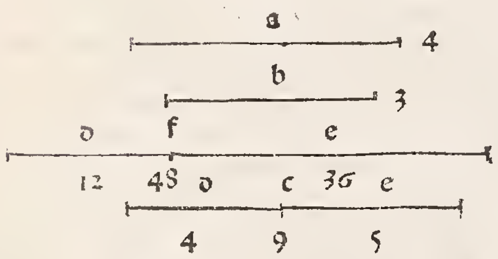


f.g. cõmunicans linee.a.rõnali posite i longitudine: super eã igitur lineetur.f.g.h: semicirculus: sitqз ꝓportio quadrati linee.f.g.ad quadratũ linee.f.h.sicut.c.ad.d ꝛ ducatur linea.g.h.dico ergo duas lineas.f.g.ꝛ.g.h.directe cõiunctas cõponere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior.linea.g.h.que est brevior in quadrato linee.f.h.per.30.tertij ꝛ penultimã primi: cõicat autem linea.f.h.linee.f.g.in longitudine per scðam ptem.7. cum proportio quadratorum ipsaꝝ.f.g.ꝛ.f.h.sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ qui sunt.c.ꝛ.d.linea vero.g.h.convincitur esse rõnalis in potentia tm̃: non cõicans linee.f.g.in longitudine. ideoqз neqз linee.a.rõnali posite: cum sit enim quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.f.h.sicut numerus.c.ad numeꝝ.d.erit per eversam ꝓportionalitatẽ quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.g.h.sicut numerus.c.ad numerum.e. cum itaqз.c.sit numerus quadratus.e.vero nõ q̃dratus: seq̃t per vlt.ptem.7.ut linea.g.h.sit incõmensurabilis linee.f.g.in longitudine: relinquit igitur ipsam.g.h.esse rõnalẽ in potentia tm̃ ꝛ a dione lineas.f.g.ꝛ.g.h.ꝯponere binomiũ pmũ: qð erat inveniẽdũ.



Binomium secundum reperire. Propositio .43.

¶ Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadrat⁹ c.vero sit numerus nõ quadratus divisibilis in.d.nõ quadratum et e.quadratũ.ita tñ qꝫ proportio totius.c.qui est nõ quadratus ad.d. qui est etiã non quadratus sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ: talis autem numerus est. 12.ꝛ.48.divisibilis enĩ est.12.in.9.quadratũ numeꝝ ꝛ.3. non q̃dratum: estqз ꝓportio.12.ad.3.sicut. 16.ad.4.quoꝝ vterqз quadratus eodẽ mõ.48. divisibilis est in.36.ꝛ.12. Tales aũt numeros sic reperies. Sit.a.numerus quadratus.b.quoqз sit vnitate minor: cuius quadratũ sit.c. At vero.d.ꝓveniat ex.b.in.a eritqз ex prima incidentium noni.b.differẽtia.d.ad.c.ducatur idẽ.a.in.c.et ꝓveniat.e.eritqз.e.quadratus ex prima pte conel'.scði noni eo qꝫ vterqз numerorum a.ꝛ.c.est quadratus per ypothesiз: fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritqз.f.qualẽ querim⁹ est enim ex vltima parte predicti conel'.numerus.f.non quadrat⁹: eo qꝫ.d.numer⁹ sit nõ q̃drat⁹. Si enĩ.d.numer⁹ esset q̃drat⁹: esset quoqз.b.q̃drat⁹ ex.2. pte eiusdẽ conel'.2.noni ꝛ ex.22.octavi: ꝛ qr.a.ẽ quadrat⁹ esset p. 16.eiusdẽ: tertius continue ꝓportionalis inter.a.ꝛ.b.qð ẽ ĩpossibile cũ sint sola vnitate distãtes: nõ est igĩ.d quadratus quare nec.f.est enim.f.equalis.d.ꝛ.e.qñ cum.b.sit differentia.d.ad.c vt patet ex premissis: erit per primam incidentium noni qð fit ex.a.in.d.equũ bis que fiunt ex.a.in.b.ꝛ in.c.ꝛ quia ex.a.in.b.fit.d.ꝛ in.c.fit.e.sequitur ut.d.sit differentia.f.ad.e.ꝛ quia per .18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.erit permutatim.f. ad.d.sicut.e.ad.c. Cũqз vterqз duoꝝ numerorum.e.ꝛ.c.sit quadratus manifestũ ẽ numeꝝ.f.eẽ qualẽ volumus.ẽ enĩ non q̃drat⁹ divisibilis ĩ.d.nõ q̃dratũ ꝛ.e.quadratũ: cui⁹ ꝓportio ad.d.ẽ sicut q̃drati ad q̃dratũ vidēз.e.ad.c.cetera oĩa sint vt pri⁹: dico qꝫ linee.f.g.ꝛ.g.h.ꝯponũt binomiũ scðm.cũ enĩ sit q̃dratũ.a.ad q̃dratum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusqз quadratum.f.g.ad quadratum. g.h. sicut.c.ad.e. erit per equã proportionalitatem quadratum.a. ad quadratũ. g.h. sicut.b. ad.e. cũ igĩ vterqз duoꝝ numeroꝝ.b.ꝛ.e.sit q̃drat⁹ erit p scðam ptẽ ꝛ linea.g.h.cõmunicãs in longitudine linee.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat qꝫ ipsa sit rationalis in potẽtia tm̃ nõ cõmunicans linee.a.rõnali posite in longitudine p vltimam partem.7.que cum sit potentior linea.g.h.in linea.f.h.per.30.tertij ꝛ penultimã primi: cõmunicet aũt linea.f.h.linee.f.g.in longitudine p scðam ptẽ.7. eo qꝫ



eoꝝ quadrata sunt in ꝓportione numeroꝝ.c.ꝛ.d.quoꝝ est proportio sicut nume/roꝝ quadratoꝝ per ypothesim: constat ꝓpositū. ¶Aliter quoqꝫ idem est linea.g.b communicans a rationali posite in longitudine quā facile est inuenire sitqꝫ.c.nu/merus quadratus diuisibilis in quadratū.d.ꝛ non quadratū.e.sitqꝫ ꝓportio qua drati linee.g.b.ad quadratū linee.f.g.sicut numerꝰ.e.ad numeꝝ.c. eritqꝫ.f.g. in/cōmensurabilis linee.g.b.in longitudine per vltimā ptem.7.ꝛ potentior ea i qua/drato linee.f.b.cui cōicat in longitudine: primo per conuersā deinde per euersam proportionalitatē: ꝛ per scđam ptē.7.ex diffinitione igitur linee.f.g.ꝛ.g.b. cōpo nunt binomium scđm.

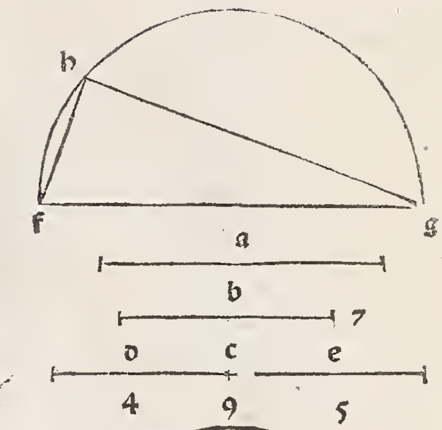
Propositio .44.

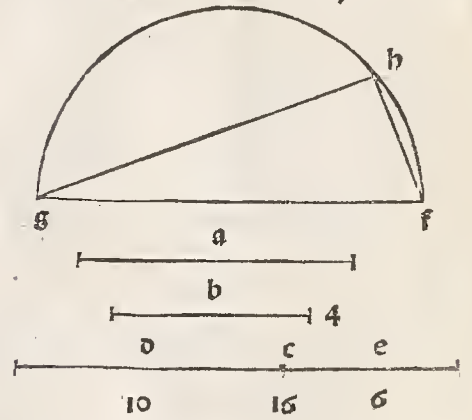
Binomium tertium inuestigare.
¶Binomiū quoqꝫ tertiū sic reperit: posita ut priꝰ linea.a.rōnali i lōgitudine sit.b.numerus primus.c.vero quadratus diuisibilis in quadratum.d.ꝛ non quadratū.e.cetera oīa sint vt prius: dico ꝙ due li/nee.f.g.ꝛ.g.b.cōponunt binomiūꝫ tertiū: neutra eni eaꝝ est incom/mensurabilis in longitudine linee.a.rōnali posite sed vtraqꝫ incōmensurabilis.f.g quidē per vltimā ptem.7.b.g. vero per equā ꝓportionalitatem ꝛ vltimā partē.7. Est eni p equā ꝓportionalitatē quadratū linee.a.ad q̄dratū linee.g.b.sicut nume rus.b.ad numeꝝ.e.mediantibꝰ: hinc quidē quadrato linee.f.g.inde vero numero c.numeri autē.b.ꝛ.e.nō sunt in proportione aliquoꝝ quadratoꝝ: cū.b.sit numerꝰ primus.si eni essent in proportione numeroꝝ quadratoꝝ: necesse esset p.16.octaui ꝛ octauā eiusdē: tertiū eis in cōtinua proportionalitate interesse.esset igitur per.17 eiusdē numerus.b.supficialis qđ ē impossibile cū sit primus p ypothe. incōmensu/rabilis est itaqꝫ linea g.b.linea.a.rōnali posite ex vltima pte.7.qr ergo linea.f.g. potentior ē linea.g.b.in quadrato linee.f.b.ex.30.tertij ꝛ penul. primi que cōicat ei in longitudine ex scđa pte.7.ex diffinitione binomij tertij: pꝫ nostra intentio

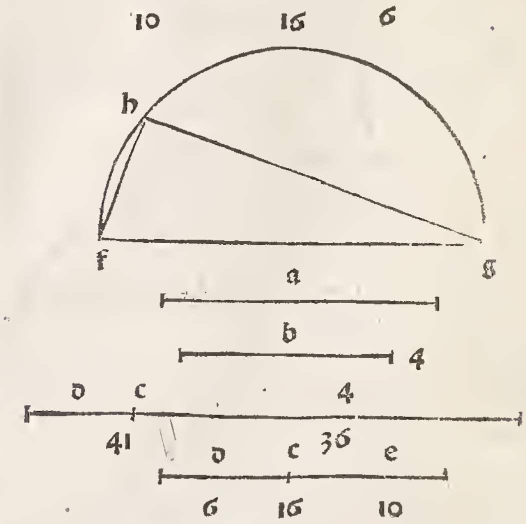
Binomium quartum scrutari. Propositio .45.
¶In inuentione binomij quarti eodē modo ꝓcedendū ē sicut in in/uentione primi.excepto ꝙ q̄dratus numerus.c.diuidat in duos nō q̄dratos qui sunt.d.ꝛ.e.cetera oīa negocianda sunt hic ex diffinitio/ne binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

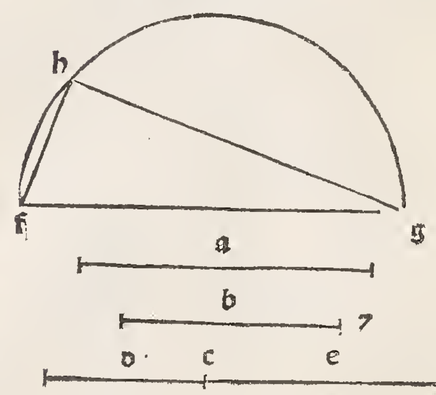
Binomium quintum querere. Propositio .46.
¶Huius inuentio sic ē sicut binomij scđi: excepto ꝙ numerꝰ.c.nō q̄/dratus diuidet in.d.nō quadratū ꝛ.e.quadratū.ita tamē ꝙ ꝓpor/tio.c.ad.d.nō sit sicut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū. Cetera oīa sūt hic ꝑquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt ex diffinitione binomij scđi.vel pone ꝙ linea.g.b.sit cōicās linee.a.rōnali posite i longitudine: ꝛ pone numeꝝ.c.quadratū diuisū in duos nō q̄dratos qui sūt.d.ꝛ.e. pone itaqꝫ ꝓportionē q̄drati linee.g.b.ad q̄dratū.f.g.sicut numeri.e. ad numeꝝ c.deinde astrue ꝓpositū ex vltima parte.7.ꝛ pmisꝰ ypothesibꝰ ꝛ conuersa ꝛ euersa ꝓportionibus ꝛ iterū ex vltima parte. .ex diffinitione binomij quinti.

Propositio .47.
In binomio sexto demū oportet insistere. ¶Binomiū sextū sicut tertiū scrutādū ē ꝛ tā erit hic nūerꝰ q̄dratꝰ.c.diuisꝰ i duos nō q̄dratos.d.ꝛ.e cetera ut ibi eritqꝫ ex dione binomii.6.linea q̄ꝫ cōponūt





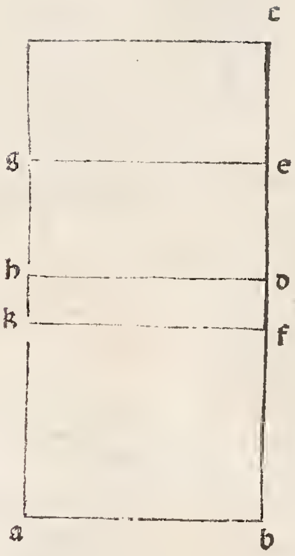


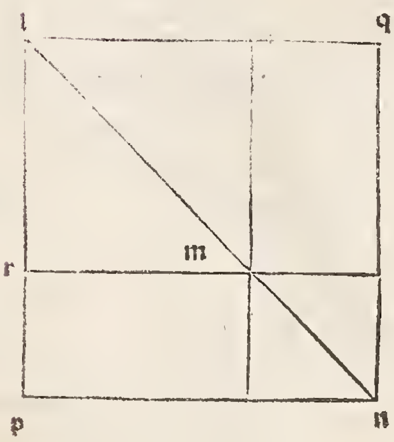


f.g.z.g.b.sibi inuicem directe cōiuncte binomiū sextū: qd ē ppositum inuenire.

Propositio .48.

SI fuerit superficies binomio primo lineaqꝫ rationali contenta: latus qd super eam potest binomium eē necesse est. ¶Sit superficies.a.c.contenta linea rōnali.a.b.z binomio primo qꝫ sit.b.c.dico qꝫ latus tetragonicū superficiei.a.c.ē binomiū: Sit enī punctus.d.cōmunis termin⁹ duaꝝ portionū binomij prim i:b.c.cuius maior portio sit.b.d.eritqꝫ rōnalis i longitudine ex diffinitione: z cōmensurabilis linee.a.b.rōnali posite. Diuidatur item minor portio que est.d.c.per equalia ad punctū e.lineaqꝫ.d.b.diuidat sub ea conditione ad punctū.f. qd inter partes eius que sūt.b.f.z.f d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in.13.dictum est: ducantur autē linee.e.g.d.h.f.k. equidistantes linee.a.b.z quia ex diffinitione binomij primi linea.d.b.est potentior linea.d.c.in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex scda parte.13.qꝫ due linee.b.f.z.f.d. sint cōicantes: per.9.igitur est vtraqꝫ eaꝝ cōmunicans toti linee.b.d.quare p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine.ideoqꝫ per.15.vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ a.f.z.f.h.est rōnalis: describatur itaqꝫ quadratū.l.m.cuius latus.l.r.equale superficiei.a.f.cui circūponatur gnomo protracta dyagonali.l.m.n.ad eam quantitatē qd ipsius gnomonis quadratū: qd sit.m.n.sit equale superficiei.f.h.duoqꝫ ei⁹ supplementa sint.p.m.z.m.q.que necesse est esse equalia duabus supficiebus. d.g.et g.c.qd sic collige: cū enim sit linea.d.c.medio loco pportionalis inter lineas.b.f.z f.d.erit superficies.d.g.ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies a.f.z.f.h. quare z inter quadrata.l.m.z.m.n.z quia supplementuꝫ p.m.est etiam medio loco porportionale inter quadrata dicta ex prima sexti: sequitur ut.p.m.sit equalis.d.g.ideoqꝫ.m.q.g.c.igitur linea.l.p.est latus tetragonicū superficiei.a.c. hanc lineā dico esse binomiū: cū sint enī ambo quadrata. l.m: z.m.n.rationalia erunt ex diffinitione due linee.l.r.z.r.p.potentialiter rōnales. Est autem per primam sexti.a.f.ad.d.g.sicut.b.f.ad.d.e.sed.b.f.est incōmensurabilis.d.e.f.qꝫ.b.f est.ationalis simpliciter vt probatum est.d.e.vero quia cōicat in longitudine.d.c rōnale in potētia tantum eritqꝫ ipsa rōnalis in potentia tantū per.18.qd ex pmissis ypothesibus manifestū est itaqꝫ per scdam ptē.10.supficies.a.f.est incōmensurabilis superficiei.d.g.igitur z quadratum.l.m.supplemento.p.m.quare p primā sexti z scdam ptē.10.linea.l.r.ē incōmēsurabilis linee.r.p.ex.30.igit̄ ꝯstat lineā.l.p esse binomiū qd erat monstrandū.





Propositio .49.

SI fuerit superficies linea rationali binomioqꝫ secūdo cōtenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum. ¶Sit eadem figura eedemqꝫ ypotheses q̄ in premissa: eritqꝫ ex diffinitione binomij secundi linea.d.c.rationalis in longitudine: quare per.15.vtraqꝫ duarum superficierum.d.g.z.g.c.ideoqꝫ et duo supplementa.p.m.m.q.erit rationalis: linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum: et diuisa in duas lineas communicantes.f.d.et. b.f.ex diffinitione binomij secundi z premissis ypothesibus z secunda parte.13.per.19.igitur erit vtraqꝫ duaꝝ superficieꝝ.a.f.z.f.h.ideoqꝫ z vtrūqꝫ quadratoꝝ.l.m.z.m.n.mediale: itaqꝫ ambe

lincc.l.r.z.r.p.sunt mediales in potentia quoqz cōmunicantes:nā cum linca.b.f. cōicet lince.f.d.sequitur ut.a.f.ꝯmunicet.f.b.quare quadratū.l.m.quadrato.m. n.ideoqz z linea.l.r.lince.r.p.in potentia:in longitudine autē non cōmunicāt:qm̄ vna earum ad alterā est sicut.l.m.ad.m.p.Cum igitur.l.m.nō ꝯmunicet.m.p.eo ꝙ altera medialis videlicet.l.m.altera vero rōnalis videlicet.m.p.sequitur ut.l.r nō cōmunicet in longitudine.r.p. qꝛ igitur ipse continent superficiem rationalem que est.m.p.ꝯstat lineam.l.p.ex.31.huius esse bimediale primum.

Propositio .50.

SI binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur linea in eam potens erit bimediale secundum.

¶Dispositio z ypotheses maneant vt supra.Eritqz ex his ypothesibus z diffinitione binomij tertij z.19.vnaqueqz quatuor supficierū in quas diuisa ē supficies.a.c.medialis: quare vtrūqz duoꝝ quadratoꝝ.l.m.m.n.z vtrūqz duoꝝ supplemētoꝝ.p.m.z.m.q.erit etiā mediale vtraqz igitur duaꝝ linearū.l.r.z.r.p.crit medialis.z cū due superficies.a.f.z.f. b.sint cōmunicantes eo ꝙ due linee.b.f.z.f.d.sint cōmunicantes per secūdā partē.13.erūt due linee.l.r.z.r.p.cōmunicantes in potentia in longitudine vero nō:qꝛ supficies l.m.non cōicat cū superficie.m.p.eo ꝙ neqz.a.f.cōicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nō cōmunicat cum.d.e. cum igiť ipsi ꝯtineant superficiem medialem que est.p.m cōstat ex.32.lineā.l.p.esse mediale scdm:quod est propositum.

Propositio .51.

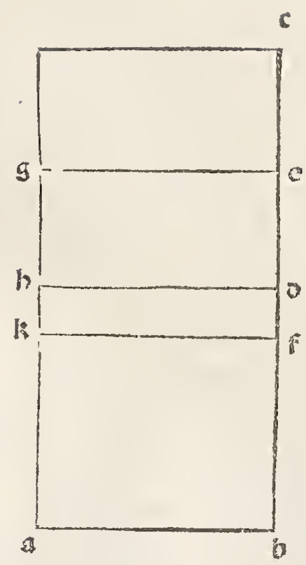
SI linea rationali binomioqz quarto superficies cōtineatur:que in eā superficiem potest est linea maior.

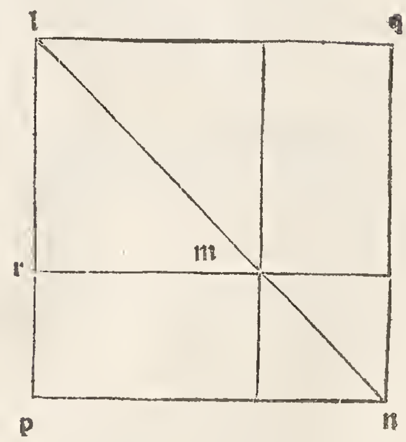
¶Cunctis ut in premissis manētibus erit ex ypoth. z diffinitione binomij quarti z.19.vtraqz duaꝝ supficieꝝ.d.g.z. g.c. quare z vtraqz duaꝝ.p.m.z.m.q.medialis duoqz quadrata.l.m.z.m.n.pariter accepta rōnale eo ꝙ superficies.a.d.ē rōnalis per diffinitionē binomij quarti z.15. Et quia.d.b.diuidiť in puncto.f.in duo incōicantia per scđam partē.14.erit superficies.a.f. incōmensurabilis superficiei.f.b.Ideoqz z quadratum.l.m. quadrato m.n.due igitur linee.l.r.z.r.p.sunt incōmensurabiles i potentia que cū contineāt superficiem medialē.p.m.z earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale ꝯstat per.33.lineā.l.p.esse lineam maiorē quod erat monstrādum.

Propositio .52.

SI fuerit superficies linea rationali atqz binomio quinto contenta quecunqz in eam linea potest potens in rationale z mediale esse ex necessitate conuincitur.

¶Nec in hac quoqz ē aliquid ex priorum dispositione z positionibus mutandū:eis enim manētibus erit ex his que posita sunt in diffinitione binomij quīti z.15.vtraqz duaꝝ supficieꝝ.d.g.z.g.e.quaꝝ vtraqz duaꝝ.p. m.z.m.q.rōnalis totaqz.a.d.quare z duo q̄drata.l.m.z.m.n.piter accepta medialis ex.19.cūqz ex scđa pte.14.sit linea.f.b.icōmēsurabilis linea.f.d.iōqz supficies.a.f.supficiei.f.b.z q̄dratū.l.m.q̄drato.m.n.erit linea.l.r.icōmēsurabil' i potētia linea.r.p.at qꝛ ipe ꝯtinēt supficiē rōnalē.p.m.z eaꝝ q̄drata ābo piter accepta sunt mediale conclude ex.34.linea.l.p.esse potentem in rationale z mediale:quod promissum est.

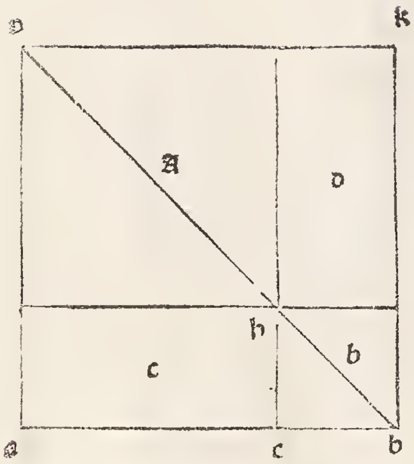




Propositio .53.

SI binomio sexto lineaqz rõnali superficies continetur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

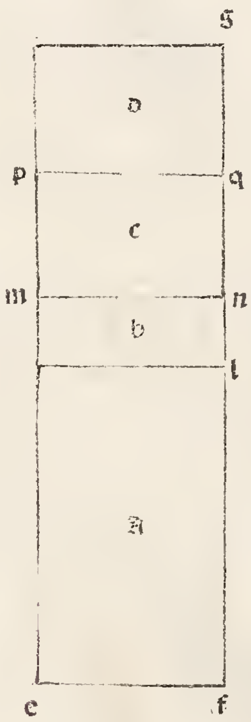
¶ Hec.53.adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta eni est premissis dispositione & positionibus. Quib⁹ stantibus necesse ē ex ipsis positis & dispositione.i.diffinitione binomij postremi &.19.quālibet ex superficiebus.a.d.&.d.g.&.g.c.propter quod & ambo quadrata.l.m.&.m.n.pariter accepta &.p.m.&.m.q.esse mediales. Cumqz.b.f.&.f.d. propter qd.a.f.&.f.b.ideo qz.l.m.&.m.n.sint incōmensurabiles erunt due linee.b.c.&.r.p.incōmmensurabiles in potentia.at quia ipse continent superficiem medialem.p.m. earumqz ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qd est duplo superficiei vnius in alterā incommensurabile:qd ex eo probatur q superficies.b.b. ē incōmensurabilis superficiei.b.c.propter hoc q linea.d.b.est incōmensurabilis linee.d.c. sequitur ex.35.lineam.l.p.esse que potest in duo medialia.



Propositio .54.

SI linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scdm binomiū primū esse coueniet.

¶ Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē Hui⁹ autem est hec intentio. Sit linea.a.b.binomiū diuisa ad punctū.c. in duas lineas.a.c.&.c.b.sm suam diffinitionē aut termini eiusqz.a b.quadratum sit.b.d.sitqz linea.e.f.rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies.e.g.equalis quadrato.b.d.dico q latus scdm:huius superficiei quod ē linea f.g.est binomiū primū. Diuidatur eni quadratū.b.d.in duo quadrata.b.h.&.h.d.que sint quadrata duarum portionuz binomij: & in duo supplementa.a.h.&.h.k.quorum vtrūqz continetur sub duabus portionibus binomij:eritqz ex diffinitione binomij que habetur per.30.vtrūqz istoꝝ quadratoꝝ rōnale.& per.19.vtrunqz supplementū mediale. Ex superficie igitur.e.g.abscindatur superficies.e.l. equalis quadrato.d.h.&.l.m.equalis quadrato .h.b.&.n.p.equalis vni duorꝫ supplementorum .a.h.vel.h.k.eritqz.p.g.residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea.n.q.est equalis linee.q.g.ex premissis aūt manifestū est q vtraqz duaꝝ superficierum.e.l.&.l.m.& iō tota superficies.e.n.est rōnalis Et vtraqz duarum equalium. n.p.&.p.g.& ideo tota.m.g. medialis:quare per.16.vtraqz duarum linearuz.f.l.&.l.n.& tota linea.f.n.rōnalis in longitudine: & linee.e.f.rationali posite cōmensurabilis:& per.20.vtraqz duaruz.n.q.&.q.g.& tota.n.g.rationalis in potentia tantum incōmensurabilis linee.m.n.& ideo linee.e.f.sibi eq̄li & per consequēs & linee.f.n.in longitudine: Si igit linea.f.a. que est maior linea n.g. vt ex primo duoꝝ antecedētiū.35.demonstrationi subiunctorū & primā sexti apparet:fuerit potentior linea.n.g.minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam.f. g.eē binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d.b &.h.b.sit per primā sexti superficies.a.h.medio loco proportionalis:conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem.m.q.esse inter superficies.e.l.&.l.m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea.n.q.que est medietas linee. n.g est in medio loco proportionalis inter duas lineas.f.l.&.l.n.qd igitur fit ex .f.l.in



l.l.n.est quantū qd ex.n.q.in se per.16.sexti:ideoq3 per.4.scdi quantū quarta ps quadrati linee.n.g. Itaq3 per primaz pté.13. cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita q ad cōplendā totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l.erit.f.n potentior.n.g.in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine:constat ergo propositum.

Propositio .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiūgat lat9 ei9 reliquū biōmiū scdm eē oportebit ¶Sit linea.a.b.bimediale primū diuisa ad punctum.c. scdm suum terminū. Cetera aūt sint ut prius:dico lineā.f.g.esse binomium scdm erit eni superficies.m.g.rōnalis eo q ptes bimediales primi continent superficiem rōnalem ⁊ superficies tres.e.l.l.m.⁊ tota.e.n.mediales cōicātes eo q portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm̄ cōicantes ex.31 per. 16.igitur erit linea.n.g.rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f. rōnali posite.⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tantū que cū sit maior linea. n.g. ex primo duorū antecedentiū demonstrationi.35.adiunctorū ⁊ prima.6.ca que potentior quadrato linee cōmunicantis secū in longitudine ex prima pte.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium scdm quod est propositum.

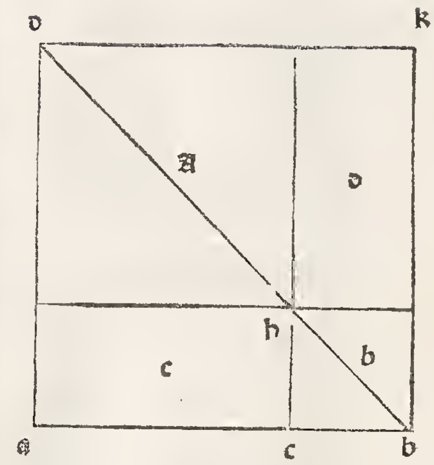
Propositio 56

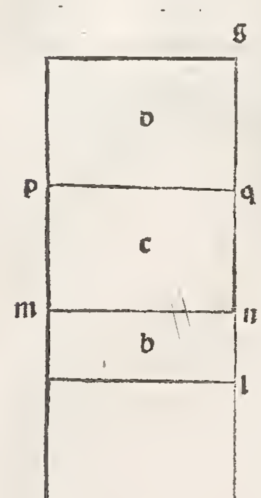
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scdi lat9 ei9 secundum binomium tertium esse necesse est:

¶Si fuerit linea.a.b.bimedia e scdm diuisa per terminum suum ad punctū.c.reliqua vero oia fuerint ut prius:erit linea.f.g .binomium tertium. Erit eni ex.32.⁊ nostris positionibus vtraq3 superficierū.e.n.⁊.m.g. medialis:quare per.20.vtraq3 duarū linearū.f.m.⁊.n.g.erit rōnalis in potentia tātū. at q2 bimedialis scdi partes sunt cōicantes in potētia tm̄ erit supficies.e.l.cōicans supficiei.l.m.⁊ iō linea.f.l.linee .l.n.potentior:ergo ē p primā parté.13.f.n. q3 sit n.g.in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine. Cūq3 sint supficies.a.b. ⁊ quadratū.b.b.incōmensurabilia eo q linee.a.c.⁊.c.b.incōmēsurabiles: ideoq3 ⁊ ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis. eo q quadrata sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplemēta quoq3 cū sibi inuicē sint eqlia:seqt vt supficies.e.n.sit icōmēsurabilis supficiei.m.g.⁊ iō linea.f.n.linee.n.g.p diffinitionē igit ē linea.f.g.binomiū tertiū qd ē ppositū.

Propositio .57.

Si linee rōnali rectāgulū equū qdrato linee maioris adiūgat alterū se cōtinentium laterum erit binomium quartum ¶Si hec quoq3 fuerit linea.a.b.linea maior diuisa scdm terminū suum ad punctū.c. cunctaq3 reliqua non fuerint aliter q3 prius:erit linea .f.g. binomiū quartū.Cū eni sint ambo quadrata portionū linee maioris piter accepta rōnale erit supficies.e.n.rōnalis :ideoq3 per. 16.linea.f.n.rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f.rōnali posite:superficies vero.m.g.erit medialis pter illud q portiones linee maioris cōtinēt supficiē medialē.itaq3 per 20.linea.n.g.é in potētia rōnalis tm̄:⁊ q2 etiā portiones prefate linee.a. b.sūt potentialiter incōmensurabiles superficies.e.l.incōmēsurabilis erit.l.m.ideoq3 linea f.l.linee.l.n.igitur per primā parté.14.linea.f.n.est potentior linea. n.g. i qdrato





lineē sibi incōmensurabilis: ex diffinitione igitur ē linea.f.g.binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio 58.

SI linee rōnali quadrato linee potentis supra rōnale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

¶ Proposita linea.a.b.ea que pōt supra mediale ⁊ rōnale diuisa ƀm eius diffinitionē ad punctū.c.nihil imutet̃ de reliquis.sequit̃qȝ lineā f.g.esse binomium quintū Cū enim ptes hui⁹ linee.a.b.contineāt rōnalē superficiē necesse est vt superficies.g.m.ideoqȝ p.16.linea.n.g. sit rationalis. Cumqȝ ambo quadrata partium huius linee piter accepta sint mediale erit superficies.e.n.me/dialis ⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tm̄.at q̄r portiones predicte linee sūt incōmensurabiles in potentia: erit superficies.e.l.incōmensurabilis superficiei.m.l.ideoqȝ ⁊ linea.f.l.linee.l.n.potentior igit̃ ē per primā ptē.14.linea.f.n.linea.n.g in quadrato linee sibi incōmensurabilis: per diffinitionē itaqȝ binomij quinti con/clude propositum.

Propositio .59.

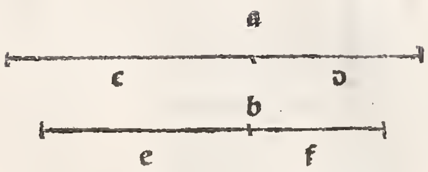
QUotiens adiuncta fuerit linee rōnali supficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdem superficiei latus scōm binomiū sextum esse conuicit ur.

¶ In hac.59.sit linea.a.b.linea potens supra duo medialia: que aūt preter hec sunt sicut supra maneant ⁊ erit tunc linea.f.g.binomium sextū qd̄ ignorare nō poteris si premissoꝝ eiusqȝ qd̄.35.ꝑponit imemor nō fueris: ⁊ sic pȝ in hac nostra intentio.

Propositio .60.

OMnis linea cuiuslibet binomiorum cōmunicans sub ea/dem specie binomium esse probatur.

¶ Sit linea.a.binomium cuius uis speciei: sitqȝ linea.b.sibi cōicans in longitudine: dico lineā.b.eē binomiū eiusdē speciei cui⁹.a.sint eñi binomiales portiones.a.c.⁊.d.eruntqȝ ambe rōnales in potētia tm̄ cōicantes per.30.linea vero.b.diuidat̃ per.12.sexti ƀm ꝑportionē.c.ad.d.in.e.⁊ f.eritqȝ per coniunctam ⁊ euersam ⁊ permutatam proportionalitatem.c.ad.e.⁊.d.ad.f.sicut.a.ad.b.cum sint igitur.a.⁊.b.cōicātes: erunt etiā per primā partē.10.c.⁊.e.itēqȝ.d.⁊.f.cōicantes.si igitur fuerit.c.rōnalis in potentia tm̄ erit ⁊.e.si autem in longitudine ⁊.e.Eodēqȝ modo si.d.ē rōnalis in potentia tm̄ vel etiā in longitudine tm̄.erit quoqȝ ⁊.f.silr̄ ⁊ ex.12.si potētior ē.c.d.quadrato linee sibi cōmē surabilis in lōgitudine vel si forte incōmēsurabilis erit.⁊.e.potentior.f.in quadra/to linee sibi cōmensurabilis vel etiā incommensurabilis: necesse est ex diffinitioni/b⁹ sex specieꝝ binomioꝝ vt eiusdē speciei binomij sint.a.⁊.b.Si autē linea.b.cō/municet binomio.a.in potentia tm̄ erit etiā et sic linea.b.Binomium aūt eiusdē speciei non est necessariū imo impossibile est vt ambe simul cadant sub prima spe/cie binomiorum vel sub scd̄a quarta vel quinta.sȝ necesse est vt ambo cadant sub/primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnū eñi coꝝ esse in aliqua ex tribus primis speciebus ⁊ aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile.cum enim.a cōicet cū.b.in potentia tm̄.c.quoqȝ cū.e.⁊.d.cū.f.cōicabit tm̄ in potentia ex.10. Si igitur alterutra duarum linearum.c.⁊.d.fuerit rōnalis in longitudine non erit sua cōpar ex lineis.e.⁊.f.rationalis in longitudine. Non est itaqȝ possibile ut.a.et b.cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum



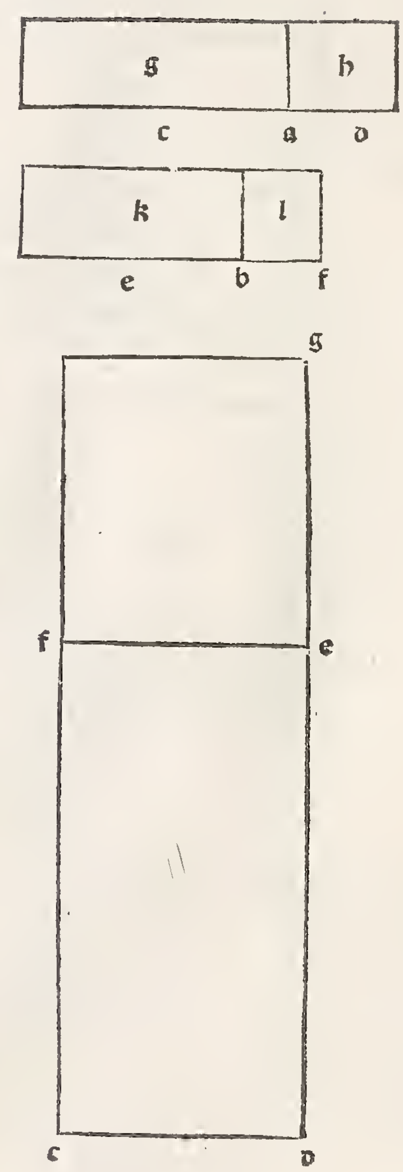
portionū binomij est rōnalis in longitudine.hec aūt species sūt:prima ꝛ scđa quarta ꝛ quinta.At vero q2 per.12.due linee.c.ꝛ.e.simul potentiores sunt duabus lineis.d.ꝛ.f.in quadratis duaꝝ lineaꝝ sibi in longitudine cōmunicantiū aut incōicantium:necesse est vt ambo binomia.a.ꝛ.b.simul cadant sub primis tribus speciebus binomioꝝ aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specieꝝ: Lineā aūt.b.quid dubitas esse binomiū cū sint.eni c.ꝛ.e.cōicantes i potentia tm̄ silr quoqȝ.d.ꝛ.f.sint aūt.c.ꝛ.d.rōnales in potentia:cōuincitur.e.ꝛ.f.esse rōnales in potentia tm̄:que q2 nō cōicant in longitudine sicut nec eis ꝓportionales.c.ꝛ.d. ipse cōponunt indubitanter binomiū per.30.huius.

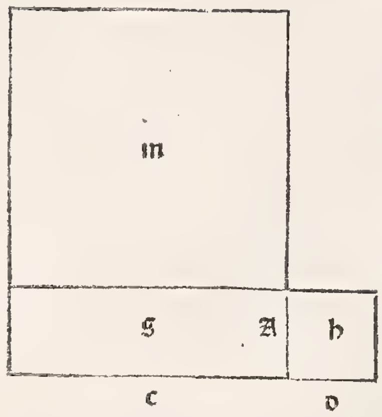
Propositio .61.

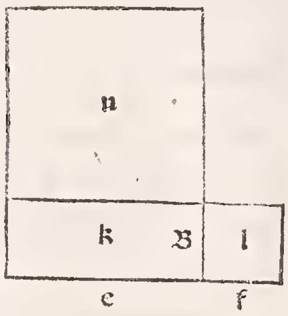
Omnis linea alterutri bimedialiū cōmensurabilis:sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

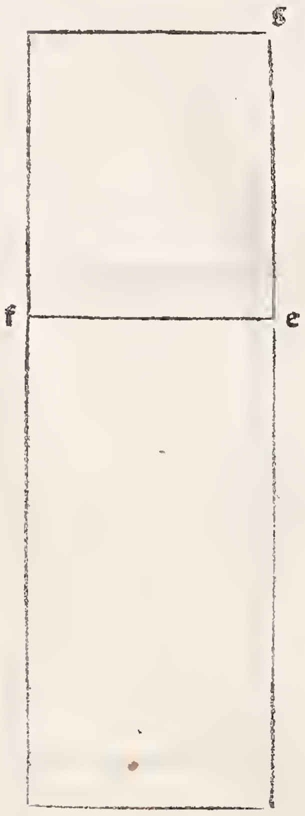
¶Ueritatē habet quod dicit̄ siue in longitudine siue etiā in potentia tm̄ cōicet aliqua linea alterutri bimedialium.Sint eni due linee cōmunicantes.a.ꝛ.b.quouis duoꝝ modoꝝ predictoꝝ.sitqȝ.a.bimediale primū vel scđm:dico ꝙ etiā.b.est bimediale primū vel scđm ꝓut fuerit.a.Diuiso eni.a.bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cōponitur per.31.ꝛ.32 q̄ sint.c.ꝛ.d.b:quoqȝ diuisa i.e.ꝛ.f.ꝺm ꝓportionē.c.ad.d.vt docet.12.sexti.posita qȝ.g.supficie contēta sub.c.ꝛ.d.ꝛ.k.sub.e.ꝛ.f.Et posito.b.quadrato.d.ꝛ.l.f.erit per cōiunctā ꝛ euersam ꝛ permutatā ꝓportionalitatem quēadmodū in premissa.c ad.e.ꝛ.d.ad.f.sicut.a.ad.b.sicut igitur ex positione.a.ꝛ.b.sint cōicantes siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic.c.ꝛ.e.itemqȝ.d.ꝛ.f.silr erunt cōmunicantes At quia.c.ꝛ.d.sunt mediales potentia tātū cōicantes:sequitur ex.21.ut.e.ꝛ.f.sint etiā mediales ꝛ ex.10.potentia tantū cōicantes cū ipse per ypothesiȝ sint ꝓportionales.c.ꝛ.d.cūqȝ sit per primam sexti.g.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝛ.k.ad.l.sicut.e.ad.f. erit.g.ad.b.sicut.k.ad.l.ꝛ permutatim.g.ad.k.sicut.b.ad.l.quia igitur.b.ē cōmunicans.l.eo ꝙ duo coꝝ latera que sunt.d.ꝛ.f.cōicant in longitudine vel in potentia ꝺm ꝙ.a.ꝛ.b.in alterutro eoꝝ cōmunicant.sequit̄ ex.10.ut.g.ꝛ.k.quoqȝ sibi inuicem cōicent erit igitur.k.rōnalis aut medialis prout fuerit.g.ex diffinitione superficiei rōnalis aut.21.In hoc eni tm̄ differt bimediale primū a bimediale secundo ꝙ portiones bimedialis primi in quas scđm suū terminū diuidit̄ continēt superficiem rōnalem:bimedialis autē scđi medialē.Si igitur.a.fuerit bimediale primuȝ erit supficies.g.rōnalis quare ꝛ.k.ꝛ iō.b.bimediale primū p.31.Qđ si.a.fuerit bimediale scđm erit superficies.g.medialis ob hoc etiā.ꝛ.k.b.itaqȝ p.32.erit bimediale scđm q̄re cōstat ꝓpositū.Idē aliter ad lineā rōnaleȝ.c.d.posita.a.alterutro bimedialiū ꝛ.b.sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiungatur supficies.c.e equalis quadrato.a.ꝛ.f.g.equalis quadrato.b.eruntqȝ supficies.c.e.ꝛ.f.g.cōmunicantes eo ꝙ quadrata eis equalia que sūt quadrata lineaꝝ.a.ꝛ.b.sunt cōicantia ex ypothesi:ex prima igitur sexti ꝛ.10.hui⁹:necesse est duas lineas.d.e.ꝛ.e.g.esse cōicantes:ꝛ quia si.a.fuerit bimediale primū linea.d.e.erit binomium scđm p.55. ideoqȝ.e.g.etiam binomium scđm per premissam quare latus tetragonicū superficiei.f.g:ꝛ ipsum est b.bimediale primū per.49.at vero si.a.fuerit bimediale secūdū linea.d.e.erit binomium tertium per.56.ideo.e.g.ē binomium tertium p premissam quare ꝛ lat⁹ tetragonicū supficiei.f.g.ipsū ē.b.bimediale scđm per.50. Manifestū ē igit̄ veꝝ eē qđ ꝓponit̄.

Propositio .62.









Omnis linea cōicans linee maiori: est linea maior.

¶ Et hec quoq3 veritatem habet. si vtrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōmunicans modo: erit. b. linea maior. Diuisa nanq3. a. i eas portiōes ex quibus constat per. 33. que sunt. c. z. d. z. b. ṡm earum ꝓportionē in. e. z. f. positoq3 ꝙ. g. sit superficies cōtenta sub. c. z. d. z. k. sub. e. z. f. z. m. z. b. sint quadrata. c. z. d. at. n. z. l. e. z. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scōam ptē. 18. sexti z coniunctim. m. z. b. ad. b. sicut. n. ad. l. ad. l. z permutatim. m. z. b. ad. n. z. l. sicut. b. ad. l. qr ergo. b. cōicat cū. l. eo ꝙ. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia ꝓut. a. cōicat cū. b. sequit̄ ut ambo quadrata. m. z. b. pariter accepta communicent cū ambobus quadratis. n. z. l. pariter acceptis. cū itaq3 duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq3 z duo postrema rōnale p diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialē sicut. g. ex. 21. lineasq3. e. z. f. esse incōmensurabiles in potentia sicut. c. z. d. ex. 10. concluditur p. 33. lineā. b. esse lineā que dicitur maior qd̄ est propositū. ¶ Idē aliter. cum sit. a. linea maior cui. b cōicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rōnali que sit. c. d. adiungatur supficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cū igit̄ q̄drata duaꝝ lineaꝝ. a. z. b. sint cōicātia ex ypothesi: erit supficies. c. e. cōicās superficiei. f. g. iōq3 p primā sexti z. 10. hꝰ linea. d. e. linee. e. g. i lōgitudie. at qr ex. 57. linea. d. e. ē binomiū q̄rtū erit quoq3 p. 60. liēa. e. g. binomiū q̄rtū: igit̄ ex. 51. linea. b. potēs i supficiē. f g. ē linea maior. Propositio 63.

Si qua linea linee potenti in rationale z mediale ꝯmunicet ipsa in rationale z mediale potens esse comprobatur.

¶ Verū quoq3 est ꝙ qualitercūq3 linea aliqua sit cōicans potenti in rationale z mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiā est potens in rōnale z mediale: qd̄ sicut prius duplici modo probatur: necesse est autē quantū ad primū modū vt sicut due linee. c. z. d. sint i potentia incōmēsurabiles. ita sint etiā. e. z. f. p. 10. Et quēadmodū. g. est superficies rōnalis: nā tale ꝯtinent portiones linee potentis in rōnale z mediale. ita etiā per diffinitionē sit. k. rōnalis z quēadmodū duo quadrata. m. z. b. pariter accepta sūt mediale: sicut etiā per. 21. duo quadrata. n. z. l. piter accepta erunt mediale: igit̄ ex 34. b. ē potēs i rōnale z mediale. quātū aūt ad scōm modū necesse ē ex. 58. ut linea d. e. sit binomiū quintū. iō: 3 z p. 60. linea. e. g. ē binomiū quintū: quare p. 52. latꝰ tetragonicū supficiei. f. g. qd̄ est. b. erit linea potens in rōnale z mediale: quod ē ꝓpositum. Propositio. 64.

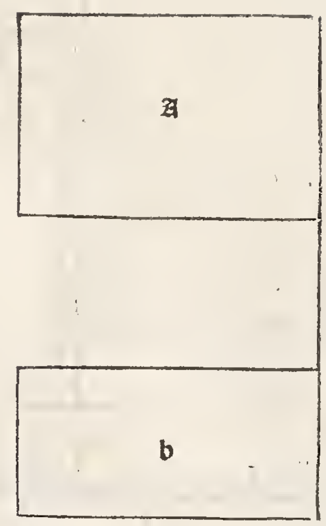
Omnis linea cōmunicans potenti i duo medialia: ipsa quoq3 potens est in duo medialia.

¶ Hec quoq3 manentibus eisdem dispositione z positionibus eo duplici modo quo premisse: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cōmunicet linea. b. cū linea. a. potēti in duo medialia. Quantū eni ad primū argumētationis modū erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq3 z. k. per. 21. cum cōicet ei: duo quoq3 quadrata. m. z. b. pariter accepta erūt ex eadē. 35. mediale: ideoq3 duo. n. z. l. pariter accepta p. 21. at qr duo quadrata. m. z. b. pariter accepta ex p̄dicta. 35. sunt incōmensurabile duplo superficiei. g. eq̄t p. 10. z nostras positiōes vt duo quoq3. l. z. n. piter accepta sint icōmēsurabile

duplo superficiei.k.cum itaq3 sint.e.z.f.incōmensurabiles in potentia queadmodū c.z.d.erit ex.35.linea.b.potens in duo medialia.quantū aūt ad scdm solite argumentationis modū erit p.59.d.c.binomiū sextū. ideoq3 etiā p.60.linea .e. g. erit binomiū sextum quare per.53.latus tetragonicū supficiei.f.g.qd est.b.erit potens in duo medialia quod est propositū. Propositio .65.

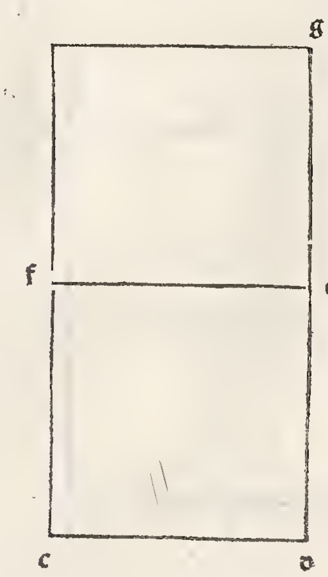
SI due superficies quaꝝ altera rōnalis altera vero medialis cōiungantur:linea potens in totā superficiem inde cōpositā aliqua erit quatuor irrationalium lineaꝝ videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potēs in rationale z mediale:

¶ Ut si.a.sit rōnalis supficies z.b.medialis erit linea potens in totā.a. b.aliqua premissaꝝ quatuor. Sit eni linea.c.d.rōnalis cui adiungat̄. c.e. equalis .a.z.f.g. equalis.b.eritq3 ex.16.linea.d.e.rōnalis in longitudine cōicans linee.c. d. rōnali posite z ex.20.linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄ z ex.30.linea.d.g. binomiū cuius cum altera binomialiū portionū que est.d.e .sit rōnalis in longitudine cōicans linee rōnali posite que est.c.d.ipsū erit ex diffinitione specieꝝ binomij aut binomium primū aut scdm aut quartū aut quintū:tertiū aūt aut sextū nō erit ex diffinitione.itaq3 ex.48.49.51.z.52.linea potens in totā.c.g .que ē equalis duabus simul a.z.b.erit aut binomiū aut bimediale primū:aut linea maior aut potens in rōnale z mediale:qd est propositū:bimediale vero secūdū aut potens in duo medialia non erit:qm̄ si esset bimediale secundum:esset ex.56.linea.d .g.binomiū tertium qd si esset potens in duo medialia esset ex.59.linea.d.g.binomiū sextū. sed neutꝝ erat:vnde patet nostra intentio. Propositio .66.



CUm coniuncte fuerint due superficies mediales incōmensurabiles linea potens in totam supficiē alterutra erit duarū irrōnaliū linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

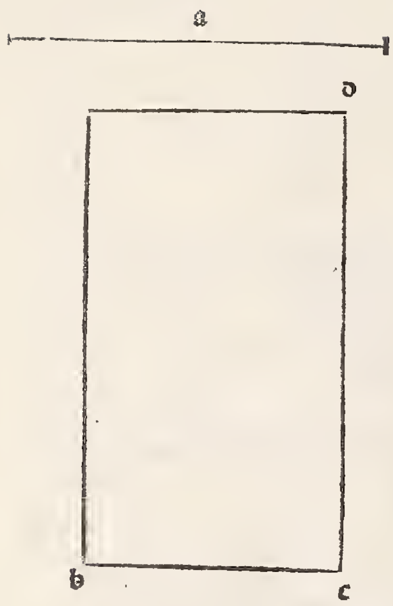
¶ Ut si.a.z.b.sint due supficies mediales incōmensurabiles.si enim eēnt cōmensurabiles esset cōposita ex eis medialis ex.9.z.21.quare z linea potens in ea medialis ex. 19. dico q̄ linea potens in cōpositā ex ambabus erit aut bimediale scdm aut potens in duo medialia. Sit quidē linea.c.d. rōnalis:supficies vero sibi adiuncta.c.e.equalis.a. z supficies.f.g.equalis.b.eritq3 ex.20.linea.d.e. silr quoq3 linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄:cūq3 supficies.c.e.z.f.g.sint incōmensurabiles sicut.a.z.b.eis equales.ideoq3 linee.d.e.z.c.g.ex prima sexti z.10.huius:erit ex.30.linea.d.g.binomiū cuius cū vtraq3 binomialiū portionū que sunt.d. e.z.e. g.sit incōmensurabilis linee rōnali posite que ē.c.d.ipsū erit ex diffinitione binomiū tertiū aut sextū:linea ergo potēs i totā.c.g.eq̄lem ꝓposite ex.a.z.b.erit ex.50 z.53.aut bimediale secundum aut potens in duo medialia :quod est propositum.



Propositio .67.

CUm posita fuerit linea binomialis cetereq3 irrationales sequentes eam:non erit eaꝝ aliqua sub termino alterius.

¶ Uult q̄ si linea aliqua ut .a.fuerit aliqua ex sex ꝓbabitis lineis irrationalibus que sunt binomiū z eius quinq3 comites ipsa non erit aliqua aliaꝝ.Si enim quadrato eius equalis supficies adiūgatur ad lineā rōnalem.b.c.que sit.b.d.siquidem.a.fuerit binomium:erit ex.54.linea.c.d.

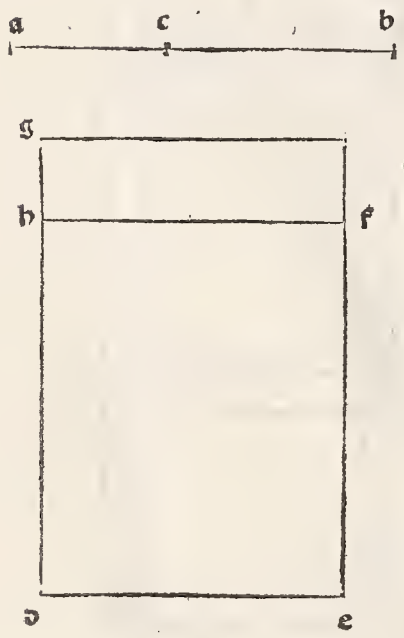


binomiũ primũ:que si fuerit bimediale primũ:erit.c.d.ex.55.binomiũ scõm:si aũt bimediale scõm:erit.c.d.ex.56.binomiũ tertiũ. Et si linea maior erit.c.d.ex.57.binomiũ quartũ.At si potens in rõnale ⁊ mediale.aut si potens in duo medialia:erit ex.58.c.d.binomiũ quintũ:aut ex.59. binomiũ sextũ:et q̄ impossibile est.c.d.esse simul sub diuersis speciebꝰ binomioꝝ a diffinitiõe ẽ ĩpossibile.a.esse simul sub diuersis speciebus sex ꝑhabitaꝝ lineaꝝ irrationaliũ:De linea aũt mediali cõstat ꝙ ipsa quoq̄ nõ sit aliqua sex sequentiũ videlicet neq̄ binomiũ neq̄ aliqua ex ipsius comitibus.cũ eni sup̄ficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalẽ:latus eius scõm est rõnale in potentia ex.20.cum aũt superficies equalis quadrato binomij aut alicuius suaꝝ comitũ:latus eius scõm est binomiũ aut p̄mũ aut scõm ⁊ sic de ceteris per.54.⁊.5.eã sequẽtes quare ipsũ est irrationale et in longitudine ⁊ in potentia.per.30.Cum igitur sit impossibile eandẽ lineã esse rõnalem in potentia ⁊ irrationalem tã in longitudine q̄ in potentia:nimirũ impossibile lineam medialem esse bimedialem aut aliquã ex quinq̄ suis comitibus.

Propositio .68.

Si linea de linea abscindatur fuerintq̄ ambe potẽtialiter tantũ rationales cõicantes:reliqua linea erit irrationalis diceturq̄ residuum.

¶Sit linea.b.c.abscisa ex.a.b.sintq̄ ambe rõnales tantũ potentia cõicantes quales docuit inuenire.17.⁊.18.⁊ hec sunt que cõponunt binomiũ.dico ꝙ.a.c.reliqua est irrõnalis ⁊ ipsa vocatur residuum.cõstat enim ex.7.scõi ꝙ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̄iter accepta que cõponunt superficiem rõnalem ex ypothesi ⁊ diffinitione rõnalis sup̄ficiei ⁊.9.huius tm̄ sunt quantũ duplum superficiei.a.b.⁊.b.c.cũ quadrato.a.c.cũq̄ ex.19.superficies.a.b.i.b.c.sit medialis.ideoq̄ ⁊ duplum eiꝰ mediale per.21.⁊ iõ. irrõnale per 19.sequit̄ vt ambo quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̄iter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei vnius eaꝝ in alterã:quare per.9.⁊ quadrato linee.a.c. ex diffinitione igit̄ quadratũ linee.a.c.ẽ irrõnale cũ ipsũ sit incõmensurabile rõnali videlicet duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̄iter acceptis:itaq̄ etiã ex diffinitione linea.a.c.ẽ irrõnalis quod est propositũ.Exemplariter in figura esto sup̄ficies.e.g.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̄iter acceptis:eritq̄ rõnalis. itemq̄ sit sup̄ficies.d.f.equalis duplo sup̄ficiei vnius in alterã:eritq̄ ex.19.medialis ⁊ erit ex.7.scõi sup̄ficies.f.g.equalis q̄drato linee.a.c.cũq̄ sup̄ficies.e.g.sit incõmensurabilis sup̄ficiei.d.f.eadẽ erit ex.9.incõmensurabilis.f.g.quare.f.g.irrõnalis ⁊ eius tetragonicũ latus.a.c.



Propositio .69.

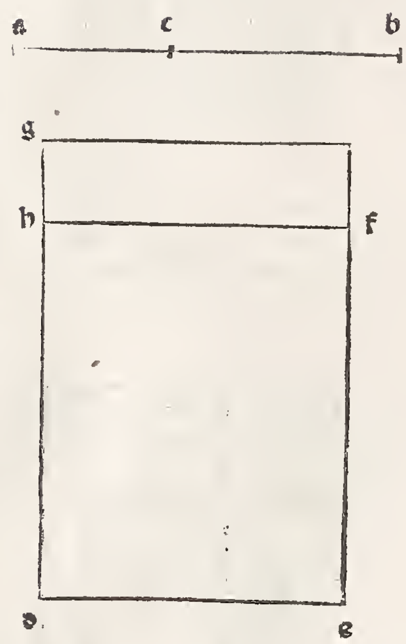
Si fuerit linea de linea abscisa fueritq̄ ambe mediales potentialiter tantũ cõicantes superficiemq̄ rõnalẽ cõtinẽtes reliq̄ linea erit irrõnalis dicet̄q̄ residuum mediale p̄mũ.

¶Sit linea.b.c.abscisa ex linea.a.b. sintq̄ ambe quales ꝓponitur quas ex.24.⁊.25.reperies ⁊ hec sunt que cõiungũt bimediale primũ. dico ꝙ reliqua linea.a.c.erit irrõnalis ⁊ ipsa dicit̄ residuũ mediale primũ:Erũt eni ambo earum quadrata pariter accepta mediale:duplũ vero sup̄ficiei vnius in alteram rõnale.itaq̄ ambo quadrata p̄iter accepta incõmensurabile sunt duplo superficiei vniꝰ i alterã q̄ itaq̄ ãbo quadrata p̄iter accepta cõponunt̄ ex duplo sup̄ficiei vniꝰ i alterã ⁊ q̄drato linee.a.c.sequit̄ p.9.ut q̄dratũ linee.a.c. sit incõmẽsurabile

duplo superficiei vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratū q̄z latus ei⁹.a.c. ē irrōna le p diffinitionē ꝯstat ergo ꝓpositū Qd queadmodū i p̄missa si libet potes decla/ rare exēplariter i figura ¶Aliter idē sic:sit linea.d.e.rōnalis i lōgitudine:cui adiū gatur supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ⁊ supficies.g .e.equalis ambobus quadratis pariter acceptis.eritqz p.7.scdi supficies.f.g.equalis quadra to linee.a.c.cū itaqz.p.ypothesi sit supficies.e.g.medialis erit p.20.linea.d.g.ra tionalis in potentia tm̄. Cū vero sit supficies. e.b.rōnalis p ypothesim erit ex.16. linea.d.b.rōnalis in longitudine:itaqz per.68.linea.g.b.est residuū ⁊ irrationalis ideoqz p.16.a destructione ꝯñtis superficies.f.g.est irrōnalis ⁊ eius latus tetra/ gonicum quod est.a.c.est irrationale.Et sic patet propositum.

Propositio .70.

SI linea de linea secetur fuerintqz ambe mediales poten/ tialiter tantū cōmunicātes cōtinentesqz mediale:reliqua linea erit irrōnalis diceturqz residuū mediale secundum. ¶Sit hic quoqz linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.vterqz autē.a.b. ⁊.b. c.sint vt proponitur ⁊ ipse p.26. reperiunt ⁊ sunt que cōponunt bi/ mediale scdm:dico q̄ linea reliqua que est.a.c.ē irrōnalis ⁊ ipsa dicit residuū me/ diale scdm.Sunt eni ex ypothesi ⁊.21.ambo quadrata duarū linearū.a.b.⁊.b.c.pa riter accepta mediale.silr quoqz duplū superficiei vnius in alterā ē mediale.Cum itaqz ex.22.mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali:erit quadratum linee.a.c in quo p.7.scdi duo quadrata.a.b.⁊.b.c.pariter accepta excedunt duplū supficiei vnius in alterā irrōnale quare ⁊ linea.a.c.irrōnalis. Figurali quoqz exemplo pa/ tefieri pōt istud ut pri⁹.Si eni sit.e.g.eq̄lis ambob⁹ quadratis.a.b.⁊.b.c.silr ⁊.d.f duplo supficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scdi equalis quadrato. a.c. que cum sit differentia supficiei vnius medialis.e.g.ad supficiē medialē.d.f.ipsa est irrationa lis per.22.⁊ ei⁹ tetragoicū lat⁹.a.c.irrōnale.¶Idē aliter Sit linea.d.e.rōalis cui adiungat supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ⁊. e.g. equalis am/ bobus quadratis piter acceptis.eritqz p.7.scdi.f.g.equalis quadrato.a .c. q̄r vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm̄ rōnalis. Silr quoqz.cū.e.b. sit medialis erit ex eadē linea.d.b.rōnalis:silr in potentia tm̄. Et qm̄. a.b.⁊.b.c. sunt incōmensurabiles in longitudine ideoqz quadratū vtriusqz earū supficiei vni⁹ in alterā: ⁊ propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi com municent.sūt quoqz incōmensurabiles duplo supficiei vnius in alterā :sequit vt.e g.sit incōmensurabilis.b.e.qua ꝓpter linea.d.g.linee.d.b.igit ex.68.linea.g.b.ē residuū ⁊ irrōnalis.ideoqz per.16.a destructione ꝯñtis supficies.f.g.irrationalis. ⁊ eius latus tetragonicū.a.c.irrōnale.

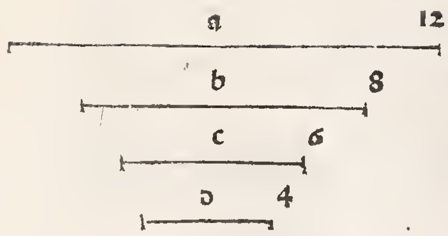


Propositio .71.

SI linea de linea detrahat fueritqz ambe potentialiter in/ cōmensurabiles cōtinentesqz mediale quadrataqz earum ābo piter accepta rōnale:reliqua linea erit irrōnalis voca biturqz minor.¶Si sint.a.b.⁊.b.c. q̄les ꝓponit que p.27.repi/ untur ⁊ ꝯponūt lineā maiorē erit linea.a.c.irrōnalis ⁊ ipsa est q̄ di/ cit linea minor: qd qui p̄missa firmiter tenuerit positionesqz diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72

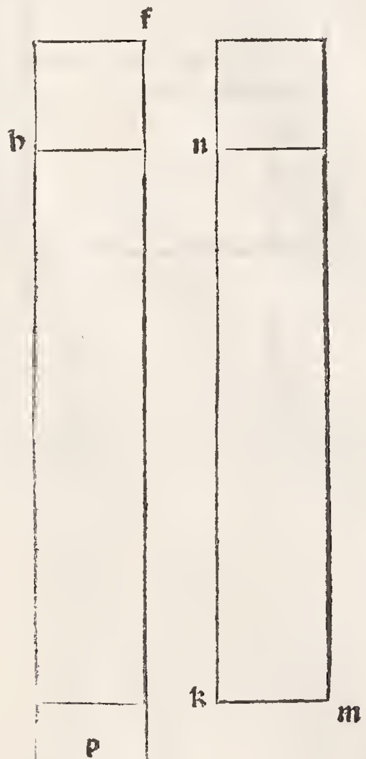
SI linea de linea demat̃ fuerintq; ambe potentialiter icõ/mensurabiles sup̃ficiemq; rõnalẽ cõtinentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irratiõalis diceturq; iũcta cũ rõnali cõponẽs totũ mediale ¶ Et hoc quoq; nescire nõ põt qui priora nouerit nisi a memoria ex/ciderint: qm̃ positis lineis.a.b.⁊.b.c.de qualibet ꝓponit̃ que ⁊ p.28.reperiunt̃ li/neã potẽtẽ in rõnale ⁊ mediale cõponunt: sit.a.c.reliqua irrõnalis ipsa dicitur que iuncta cũ rõnali cõponit totũ mediale. Propositio. 73.



SI linea a linea detrahat̃ fuerintq; ambe potentialiter in/cõmensurabiles sup̃ficiẽq; medialẽ continentes quadrataq; eaꝝ ambo p̃iter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incõmensurabile: reliqua linea erit irra/tionalis diceturq; iuncta cũ mediali faciẽs totũ mediale: ¶ Sint etiã hic.a.b:⁊.b.c.quales ꝓponitur que p.29.rep̃iunt̃ ⁊ ipsi sunt que cõponunt lineã potentẽ in duo medialia eritq;.a.c.reliqua irrõnalis dicta que iun/cta cũ mediali ꝯponit totũ mediale qd̃ vt facile p p̃missa duplici argumentatione concludas ꝓcessũ.70.moneo diligenter attendas: ẽ aũt p̃mittẽdũ hic añs neces/sarium ad demõstrationes sequẽtiũ qd̃ ẽ ꝓpositũ.



¶ Si fuerint quatuor quantitates differẽtia prime quaꝝ ad scd̃am sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartã. ¶ Intelligendũ est hoc de quantitatibus eodẽ modo relatis vt cũ prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta cũ vero mi/nor ⁊ minor. Exẽpli grã sit dr̃ia.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̧ erit.a.ad.c.sic.b.ad d.ẽ eni p hãc cõem ai ꝯceptionẽ dr̃ia extremoꝝ cõposita ex differentijs ipsoꝝ ad media dr̃ia.a.ad.c.ꝯposita ẽ ex ea que ẽ.a.ad.b.⁊ ea que est.b.ad.c. at ea que est b.ad.d.p eandẽ ꝯceptionẽ ꝯponit̃ ex ea que ẽ.b.ad.c.⁊ ea que ẽ.c.ad.d.⁊ quia ex ypothesi ẽ dr̃ia.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ea vero que est.b.ad.c.est cõis sequit̃ p cõem sciam vt sit.a.ad.c.sicut.b.ad.d.qd̃ ẽ ꝓpositũ. Propositio .74.



NUlla linea nisi vna tantũ residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erunt ante separationem. ¶ Sit linea.a.c.residuũ que fuerit reliqua abscisa.b.c.ex.a.b.erunt q;.a.b.⁊.b.c.rõnales tm̃ potentia cõicantes ex.68.dico q̧ ipsa.a.c. nulli alij linee q̃;.b.c.poterit ꝯponi sub hac diffinitione neq; maiori b.c.neq; minori.b.c. Si aũt põt componat̃ cu;.c.d. indr̃nt̃ maiori aut minori q̃; c.d.eruntq; ob hoc ambe linee.a.d.⁊.d.c.rõnalis in potentia tm̃ cõicãtes: q̄r ergo ex.7.scdi q̃drata ambaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̃iter accepta excedũt duplũ superficiei vni⁹ eaꝝ i alterã i q̃drato.a.c.silr̃ quoq; q̃drata duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.d.c.p̃iter accepta excedũt duplũ sup̃ficiei vni⁹ ipaꝝ i alterã i q̃drato eiusdẽ.a.c.sequit̃ ex p̃misso ãtecedẽte vt dr̃ia duoꝝ q̃dratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̃iter accepta ad duo quadrata duaꝝ lineaꝝ a.d.⁊.d.c.p̃iter accepta sit sicut dr̃ia dupli superficiei.a.b.i.b.c.ad duplũ sup̃ficiei.a.d.in.d.c.cum aũt sint duo quadrata vtriusq; sectionis pa/riter accepta rõnale ex ypothesi: duplũ vero superficiei vnius in alterã portionũ vtri/usq; sectionis mediale per ypothe.⁊.19.erit vna ⁊ eadẽ dr̃ia duaꝝ superficieꝝ rõnaliũ.⁊ duaꝝ medialiũ: hoc aũt ẽ impossibile: rõales eni superficies nõ differãt nisi in rõnali superficie: vt p; per diffinitionẽ rõnalis superficiei ⁊ per.9. medialis aũt

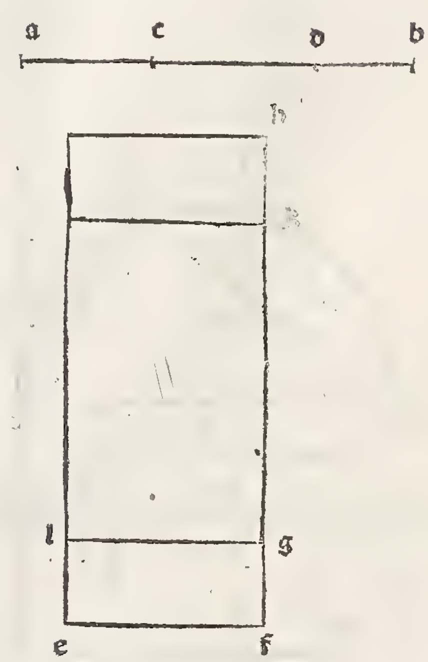
nõ differt a mediali nisi i rõnali superficie per.22. hoc aũt fit manifestius in figura sic. Sit eni supficies.e.f.adiuncta ad lineã.e.g.equalis ambob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.pariter acceptis.At.g.b.sit ęqualis duplo superficiei vni⁹ in alterã eritq₃.f.b.equalis quadrato linee.a.c.ex.7.scdi:silr quoq₃ sit.k.l.adiuncta ad lineã.k.m.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c.piter acceptis ꝛ.m.n.sit equalis duplo supficiei vnius in alterã:eritq₃ ex.7.scdi.n.l. equalis quadrato linee.a.c.ideoq₃ etiam equalis.b.f.est itaq₃ differentia.e.f.ad.g.b.sicut.k.l.ad m.n.quare p añs premissũ erit pmutatim differẽtia.e.f.ad.k.l.ꝛ ipsa sit.p sicut.g b.ad.m.n.ꝛ qꝛ vtraq₃ duaꝝ lineaꝝ.e.f.ꝛ.k.l.est rõnalis vtraq₃ vero duaꝝ lineaꝝ g.b.ꝛ.m.n.medialis:sequit᷑ impossibile videlicet superficiem.p. esse rationalem ꝛ irrationalem.

Propositio .75.

Nulla linea nisi vna tm̃ residuo mediali primo cõiungi põt vt sint ambo sub termino eaꝝ que erãt ante separationem ¶ Hec quoq₃ ꝓbabit᷑ simili mõ. Sint eni i vtraq₃ sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplũ vero supficiei vnius in alteram rõnale ꝛ qꝛ vt prius eadẽ ẽ differentia quadratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ẽ dupli superficiei vnius ad duplũ supficiei alterius erit vna ꝛ eadem superficies differentia duarum medialiũ ꝛ duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secũdo coniũgibilis est ut sub termino eaꝝ fiant nisi tm̃ que ab ea ante separata erat. ¶ Sit eni.a.c.residuũ mediale scdm que fuit residua abscisa.b.c.ex.a b.eruntq₃ ex.70.due linee.a.b.ꝛ.b.c.mediales potentia tm̃ cõicãtes mediale cõtinentes dico qꝫ ipsi.a.c.nulli linee alij q̃₃.c.b.sub hac diffinitione coniungi põt.Sin autem coniungatur linee.c.d.sitq₃ linea.e.f. rationalis in longitudine ad quã cõiungatur supficies.e.b.equalis quadratis duaꝝ linearum.a.b.ꝛ.b.c.pariter acceptis ꝛ.e.k.eq̃lis quadratis lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur.e.g.equalis quadrato linee.a.c.eritq₃ per.7.scdi superficies.l.b.equalis duplo superficiei.a.b.i.b.c.ꝛ.l.k.per eandẽ sit equalis duplo superficiei.a.d.in.d.c.qꝛ ergo quadrata ambaꝝ partiũ prime sectionis sunt mediale ꝛ duplum etiã superficiei mediale incõmensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nõ poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.b.medialis cũ ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis ꝛ superficies.l.b.medialis cũ ipsa sit equalis duplo supficiei vnius i alterã: per.20. igitur ẽ vtraq₃ duaꝝ lineaꝝ.f.b.ꝛ.g.b.rõnalis in potentia tm̃. ꝛ qꝛ vna est incommensurabilis alij:eo qꝫ supficies.e.b.est incõmensurabilis supficiei.b.l. sicut duo quadrata duplo superficiei:erit ex.68.linea.f.g.residuũ quare linea.f.g.que est residuum componitur linee.g.b.vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.Silr quoq₃ probabis eandem.f.g.cu₃ linea.g.k.componi eadẽ conditione mediantibus superficiebus.e.k.ꝛ.k.l.quarum prima est equalis quadratis duarum linearu₃.a.d.ꝛ.d.c.pariter acceptis: ꝛ secunda duplo superficiei vnius in alteram:quod est impossibile per.74.ꝛ hic modus demonstrationis potest esse communis.75.ceterisq₃ quatuor sequentibus eam.



Propositio .78.

Nulla linea minori cõiungibilis est vt sub termino suo fiãt nisi tãtũ que ante sibi abcisionẽ coniungebatur.
¶ Intellige quid sit linea minor: qȝ si oblitus es cõsule .21. ⁊ sine obiectione ꝯcludes ꝓpositũ. Si quẽadmodũ i.74. ꝓcesseris: poterisqȝ si libuerit quẽadmodũ i.76. ꝓcedere.

Propositio .78.

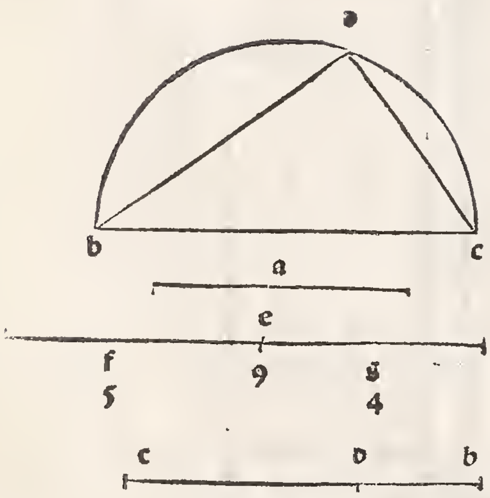
Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantũ componi nõ potest vt sub eaꝝ termino fiant.
¶ Quid sit linea que proponitur ex .72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc .78. dicitur demonstrare a ꝓcessu .75. in quoqȝ nõ deuias. sed sicut i.76. si te delectauerit igeio duce poteris ꝓcedere

Propositio .79.

Linee que iuncta cũ mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. ¶ huius linee que iuncta cuȝ mediali cõponit totũ mediale mgr̃a ẽ.73. de q̃ qȝ hec .79. enũciat sic ꝯcludere cogeris sicut de residuo mediali scḋo qȝ p.76. enunciatũ est ꝯclusisti.

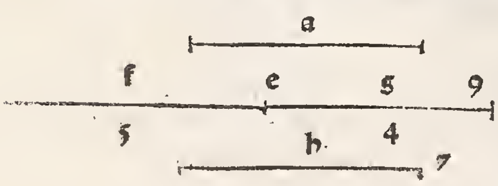
¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiectaqȝ ipsi residuo linea aliqua ƀm eius terminum si fuerit totum inde cõpositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti cõicantis in longitudine: fueritqȝ idẽ totũ posite rõnali linee in longitudine cõmensurabile qȝ positũ erat dicetur residuũ primũ. Si vero linea adiecta posite rationali cõicet in longitudine diceẗ residuũ scḋm. Qḋ si fuerit vtraqȝ rõnali posite in longitudine incõmensurabilis vocabiẗ residuũ tertiũ. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmẽto quadrati linee ipsi toti incõmensurabilis eadẽqȝ tota posite rõnali cõicet in longitudine nuncupabitur residuũ quartũ: Si vero linea adiecta posite rõnali cõicet in longitudine vocabiẗ residuũ quintũ. Qḋ si fuerit vtraqȝ posite rõnali i longitudine icõmensurabilis appellabiẗ residuum sextum.

Propositio .80.



Residuũ primũ inuestigare. ¶ Ab inuentione omniuȝ specierũ residui facile nos absoluat inuentio p ordinẽ omniũ specieꝝ binomij Nam i qualibet specie binomioꝝ si minor portio abscindaẗ de maiori linea reliqua erit residuũ siſis spẽi vt pȝ ex diffinitionibꝰ tam binomiorũ q̃ȝ residuoꝝ: ꝓprijs tñ inuentionibus residuoꝝ isistentes sic inquiramꝰ primũ. Sit linea .a. rõnalis posita cui cõmẽsurabilis i lõgitudie. sumaẗ .b.c. sitqȝ .e. numerꝰ quadratus diuisus in .f. non quadratum. ⁊ in quadratum .g. sitqȝ ꝓportio q̃drati linee .b.c. ad q̃dratũ linee .c.d. sicut .c. ad .f. eritqȝ p vltimã partẽ .c.d. rõnalis i potẽtia tm̃. cũ itaqȝ sit .c.b. potẽtior .c.d. i q̃drato linee sibi cõicãtis i lõgitudine qȝ pȝ sicut i explanatiõe binomij p̃mi ꝯstat ex diffitiõe lineã .b.d. eẽ residuũ primũ.

Propositio .81.



Residuũ scḋm patefacere. ¶ Ad hñdũ residuũ scḋm sit .a. liea rõnalis posita: eiqȝ cõicãs in lõgitudie .c.d. ⁊ sit q̃dratũ .c.d ad q̃dratũ b.c. sicut .f. ad .e. eritqȝ .b.d. residuũ scḋm ex dione: si dubitas aut positas nõ seruas ypotheses aut binomij secũdi repetitione indiges.

Propositio .82.

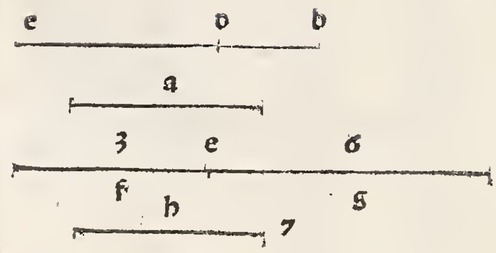
Residuum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius .a. rõnali numeroq3 e. quadrato diuiso in .f. non quadratum .z .g. quadratum: assumpto/ q3 .b. numero primo ac quadratum linee .a. ad quadratũ linee .b.c. sicut .b. ad .c. sit quadratũ linee .b.c. ad quadratũ linee .c.d. sicut .c. ad f. eritq3 ex diffinitione: de quo si hesitas cõsule binomiũ tertiũ: linea .d.b. residuũ tertium.

Propositio .83.

Residuum quartum inuenire.

¶ Hic sicut in inuentione residui primi sit linea .b.c. communicans linee .a. rationali posite: numerus autem .e. quadratus sit diuisus i. f. z .g. quorum sit vterq3 non quadratus: sitq3 quadratum linee .b.c. ad quadratum linee .d.c. sicut .e. ad .f. z scies ex diffinitione lineam .d.b esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti didiceras obli/ tus non fueris.



Propositio .84.

Residuum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c.d. cõmuni/ cans linee .a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: z erit quadratus numerus .e. diuisus in .f. z .e. quorũ3 neuter quadratus sicut in premissa: z erit quadratum linee .c.d. ad quadra/ tum .b.c. sicut .f. ad .e. ex quibus a diffinitione cõcludere licet: habita sufficienti no/ ticia binomij quinti: lineam .d.b. esse residuum quintum.

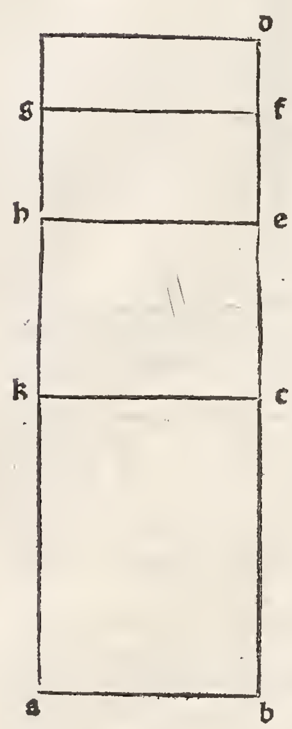
Propositio .85.

Residuũ sextum demum presto sit reperire.

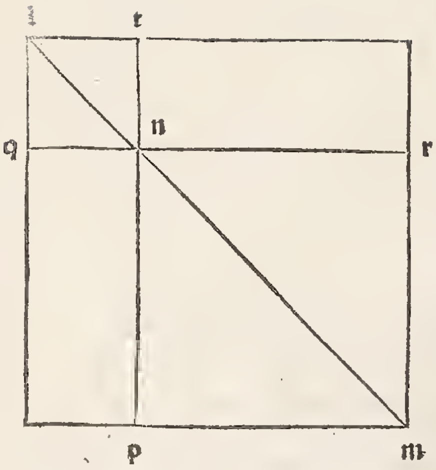
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea .a. rõnalis posita z .c. numer⁹ quadrat⁹ diuis⁹ in .f. z .g. non quadratos z erit .b. nume rus primus z quadratum linee .a. ad quadratũ linee .c.b. sicut .b. ad e. At vero quadratũ .b.c. ad quadratũ .c.d. ut .e. ad .f. eritq3 ex diffi nitione linea .d.b. residuum sextum. cui si nõ plane animus tuus assenserit exerce/ ri te conuenit in inuentione binomij sexti.

Propositio .86.

Si fuerit supficies linea rõnali atq3 residuo primo cõtenta latus eius tetragonicũ necesse est esse residuum.



¶ Sit supficies .a.c. cõtẽta linea rõnali .a.b. z residuo primo .b.c. di co latus tetragonicũ supficiei .a.c. eẽ residuũ: adiungat̃ eni ad lineã b.c. linea .c.d. sitq3 illa cuius detractione .b.c. fuit residuũ primum. Eritq3 ex dione .b.d. rõnalis ex longitudine z .c.d. in potentia tm̃ .b.d. quoq3 erit potẽtior .d.c. i q̃drato linee secũ cõicantis i lõgitudine. diuidat̃ igit̃ .d.c. p eq̃lia i .e z tota .b.d. diuidat̃ ea ↄditione in .f. q̄ inter .b.f. z .f.d. sit .e.d. medio loco ꝓporti onalis: eritq3 ex scda pte .13 .b.f. cõicans in lõgitudine .f.d. p .9. igit̃ vtraq3 eaꝝ cõi/ cat cũ tota linea .b.d. q̃re p diffinitionẽ ambe sunt rõnales in longitudine: ducant̃ itaq3 linee .f.g .e.h. z .c.k. equidistantes .a.b. eritq3 p. 15. vtraq3 duaꝝ supficieꝝ .a f. z .g.d. rõnalis: sit quadratũ ergo .l.m. eq̃le supficiei .a.f. eritq3 rõnale z lat⁹ eius rõnale i potẽtia. intra illud q̃dratũ ꝓtracta dianogali linea .l.m. describat̃ q̃dra/ tum .l.n. equale superficiei .g.d. eritq3 ipsum rõnale z ei⁹ latus rõnale in potentia



protrahantur aũt due linee.m.p.q.n.vel equidistãter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.p.r.esse equale superficiei.a.c.ꝛ eius latus quod ẽ.n.p.ẽ residuũ.Cum eni linea.d.e.sit ex ypothesi medio loco ꝓportionalis inter.b.f.ꝛ.f.d. erit ex prima sexti superficies.d.b.medio loco proportionalis inter duas sup̃ficies a.f.ꝛ.g.d.ideoq; ꝛ inter duo quadrata.l.m.ꝛ.n.l.cũq; ex prima sexti sit sup̃ficies l.p.medio loco ꝓportionalis inter eadem duo quadrata erit. l.p. equalis. d.b.et etiã.b.c.ꝛ q2 quadratũ.l.n.est equale.g.d.erit.t.r.equale.g.e. totus itaq; gnomo circũscriptus quadrato.m.n.est equalis.c.g.ꝛ q2.l.m.erat equale. a.f. relinquitur m.n.equale.a.c.ꝙ aũt.n.p.lat⁹ quadrati.m.n.sit residuũ sic collige.Est eni vtraq; duaꝝ.p.t.ꝛ.t.n.rõnalis in potentia eo ꝙ vtrũq; quadratũ.l.m.ꝛ.n.l.ẽ rõnale vnaq; eaꝝ est incõmensurabilis alij per primã sexti ꝛ. 10.huius:eo ꝙ quadratum l.m.est incõmensurabile.l.r.superficiei sicut sup̃ficies.a.f.sup̃ficiei.b.d.de quibus manifestũ est ꝙ ipse sunt incõmensurabiles:est eni per primã sexti vna eaꝝ ad alterã sicut linea.b.f.que ẽ rõnalis in longitudine ad lineã.d.e.que est rõnalis i potentia tantũ ex.68.igit̃ linea.p.n.que põt in sup̃ficiem.a.c.est residuum: ꝛ hoc est quod intendimus.

Propositio .87.

SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo cõtineatur: linea in eandẽ potẽs erit residuũ mediale primũ
¶ In hac quoq; argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi ꝛ scõa pte. 13.ꝛ nona ꝛ decimanona ꝛ.15.ꝛ.69.

Propositio .88.

SI linea rõnali residuoq; tertio superficies contineat̃ erit linea sup eam potens residuum mediale secundum.
¶ Priori demonstrationi insiste ꝛ facile cõcludes propositum ex diffinitiõe residui tertij ꝛ secunda pte. 13.ꝛ.9.ꝛ. 19.ꝛ.70.

Propositio .98.

SI fuerit sup̃ficies linea rõnali residuoq; quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.
¶ In hac quoq; nõ aliter ꝓcedas q̃; prius. facile eni erit ibi ꝓpositũ ꝯcludere.si premissam nõ despicis ex diõne residui q̃rti ꝛ scõa pte.14 ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.15.ꝛ.71.ꝛ sic patebit ꝓpositum.

Propositio .90.

SI fuerit linea rõnali residuoq; quinto sup̃ficies contenta latus eius tetragonicum erit cũ rõnali cõponẽs mediale:
¶ Nitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti ꝛ secunda parte. 14.ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.15.ꝛ.72.quod propositũ est coucludere.

Propositio .91.

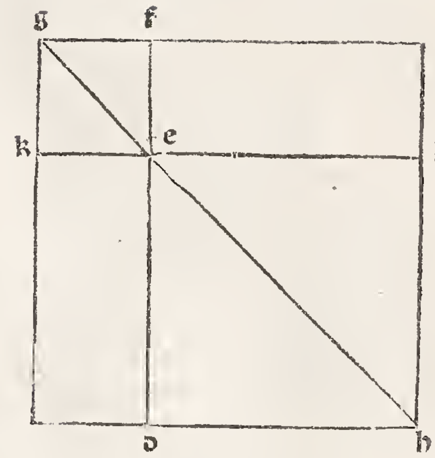
SI linea rõnali residuoq; sexto superficies contineatur latus tetragonicum qd̃ super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.
¶ Nunc quoq; vltimo quod per hanc dicitur premisso modo satage cõcludere ex diffinitione residui sexti ꝛ scõa parte. 14.ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.73.

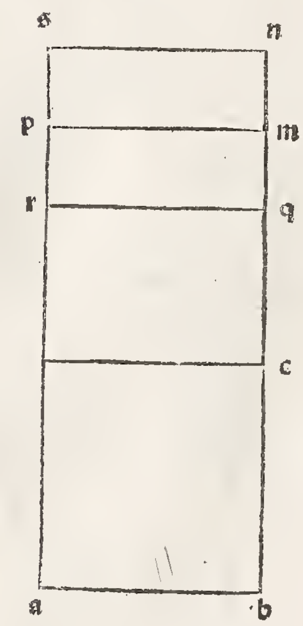
in his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primā earum ꝛ pfe/cte didiceris ꝛ memoriter tenueris: ꝛ quid quoq₃ supponat̃ solerter attenderis. Qđ si forsan de aliquo in quadrato.l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in superficie.a.d.tibi recurrendum erit: et patebunt tuo ingenio.

Propositio .92.

Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato re/sidui applicet̃: alterū lat⁹ residuū primū esse necesse est.

¶ Hec sex sequētes sūt ɔuerse sex pcedētiū p ordinē. hui⁹ aūt pme hec est intentio ꝙ si sit supficies.a.c.adiuncta ad lineā rōnalē.a.b.equalis quadrato residui qđ sit.d.e.erit eius latus scđm qđ est.b.c.neces/sario residuū primū. Adijciatur eni linee.d.e.que proponitur esse residuū: linea p cuius abscisionē ipsa fuerit residuū: sitq₃ ei adiuncta.e.f.eritq₃ ex.68.vtraq₃ duarū linearꝫ.d.f.ꝛ.f.e. rōnalis in potentia ꝛ vna earꝫ incōmensurabilis alij: describatur ergo quadratū linee.f.e.qđ sit.e.g.ꝛ quadrātū.d.e. que posita est esse residuū qđ sit.e.h.ꝛ adijciant̃ supplementa.d.k.ꝛ.f.l.eritq₃ quadratū.g.h.tanq₃ quadrtum linee.d.f.ꝛ quadratū.e.h.erit sicut superficies.a.c.erit etiā vtrūq₃ quadratorꝫ.g.h.ꝛ.g.e.rōnale. Sit igitur supficies.a.m.adiuncta ad lineā.a.b. equalis q̄drato g.h: eritq₃ ob hoc rōnalis: quare per.16.linea.m.n.est rōnalis in lōgitudine: sup/ficies vero.p.n.sit equalis quadrato.e.g.que etiā ꝓpter hoc erit rōnalis ꝛ p.16.linea.m.n.rōnalis in longitudine. itaq₃ tota linea.b.n.est rōnalis p.9.diuidat̃ aūt c.n.per equalia.m.q.ꝛ ducat̃.q.r.equidistans.a.b.eritq₃ ex prima sexti.c.r.equa/lis.r.n. Manifestū vero ē ꝙ cū tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis g.h.ꝛ.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duarꝫ linearum.d.f.ꝛ.f.e.ꝛ supficies a.c.sit equalis quadrato linee.d.e.qđ est.e.h.erit per.7.scđi superficies residua ex a.n.que est.c.s.equalis duplo superficiei ex.d.f.in.f.e.quare ꝛ horum dimidia que sunt.r.n.ꝛ.d.g.necesse est esse equalia. cūq₃ igitur ex prima sexti sit supficies.d.g. medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata.g.h.ꝛ.g.e.eritq₃ superficies.r.n.medio loco ꝓportionalis inter duas superficies.a.m.ꝛ.p.n. ideoq₃ per primā sexti erit ēt linea.q.n.medio loco ꝓportiōalis inter duas lineas.b.m.ꝛ.m.n. cumq₃ sit q.n.dimidiū linee.n.c.ꝛ linea.b.n.diuisa p punctum.m.in duo cōicantia iter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis: sequit̃ ex prima pte.13.ꝙ linea.b.n.sit poten/tior linea.n.c.in quadrato linee secū cōicantis i longitudine: qꝛ ergo supficies.d.g est medialis ex.19.ex ypothesi aūt supficies.c.r.sibi equalis medialis ꝛ linea.c.q. rōnalis in potētia tm̄ per.20.ideoq₃ etiā duplū ei⁹ qđ ē linea.n.c.ē. rōnalis tātū i potentia: qꝛ ergo.b.n.ē rōnalis in longitudine cōicans linee.a.b. posite rōnali et potētior.n.c.i quadrato linee sibi cōmunicātis i longitudine: sequitur ex diffinitione lineā.b.c.eē residuū primū: qđ ē ꝓpositū.





Propositio .93.

Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea.d.e.residuum mediale primum ꝛ linea.e.f. erit linea illa per cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum: di/co ꝙ.b.c.erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationē pre/misse quousq₃ eam solido amplectaris habitu institeris ꝛ quales lineas oporteat esse.d.f.ꝛ.f.e.vigilanter attenderis: de quo si dubitas.69.requirenda erit.

Propositio .94.

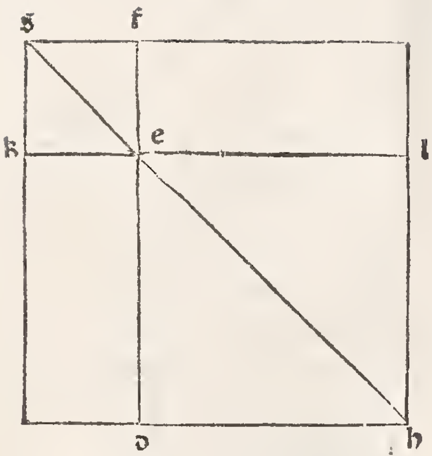
SI superficies equalis q̃drato residui medialis scđi appli/
cata fuerit ad lineam rõnalẽ: alterum latus eius residuum
tertium esse conueniet.

¶ Hic etiã erit.d.e.residuũ mediale scđm ⁊ sequẽtur ut sit.c.b. residu
um tertiũ: qđ ut facile ꝯcludas prime demõstrationi isistas ⁊ q̃les li/
neas ꝯueniat esse.d.f.⁊.f.e.ex.70.collige.

Propositio .95.

CUm adiuncta fuerit linee rõnali superficies equalis qua/
drato linee minoris latus eius scđm erit residuũ quartum:

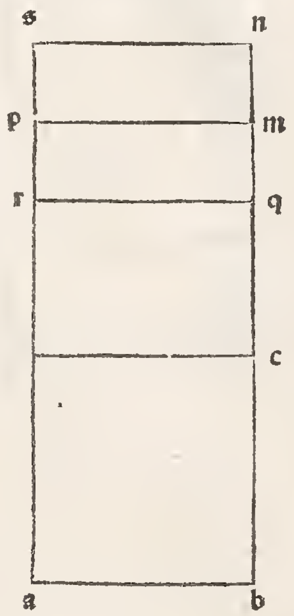
¶ Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.ꝙ.b.c.erit residuũ quar/
tũ: est aũt sumendũ ex.71.quales lineas esse necesse sit.d.f.⁊.f.e.cum
d.e.fuerit linea minor: ⁊ est astruendum ꝓpositũ p̃misso modo: exce
pto ꝙ in hac ⁊ duabus sequentibus necesse est lineã.b.n.diuidi ad punctũ.m.in
duo incõmensurabilia que in tribus premissis diuidebat̃ necessario i duo cõmensu
rabilia: nam in tribus p̃missis fuerant due linee.d.f.⁊.f.e.cõicantes i potentia tm̃
⁊ ideo earum quadrata cõicantia: propter qđ ⁊ sup̃ficies.a.m.⁊.p.n. quadratis ea
rum equales cõicantes. Quapropter etiã ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.ideoq; fuit i tri/
bus premissis linea.b.n.potentior linea.n.c.in quadrato linee secum cõmunican/
tis in longitudine ex prima pte.13. In hac aũt ⁊ duabus sequẽtibus sunt due linee
d.f.⁊.f.e.incõmensurabiles in potentia ut apparet ex.71.⁊.72.⁊.73.⁊ ideo earum
quadrata ꝓpter qđ ⁊ superficies.a.m.⁊.p.n.incõmensurabiles ꝓpter qđ ⁊ due li
nee.b.m.⁊.m.n.incõmensurabiles. ideoq; per primã ptẽ.14.tam in hac q̃ȝ in dua
bus sequentibus necesse est lineã.b.n.esse potentiorẽ linea.n.c.in quadrato linee
sibi icõmensurabilis i longitudine: cetera perquire ut prius.



Propositio .96.

SI ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali cõ/
stituentis mediale equale superficies adiungatur: lat⁹ eius
secundum erit residuum quintum.

¶ Pone similiter hic lineã.d.e.esse illã que iuncta cũ rõnali ꝯponat
totũ mediale ⁊ attende ex.72.quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e.
⁊ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris li
neam.b.c.esse residuum quintũ.



Propositio .97.

SI ad lineã rationalẽ superficies equalis quadrato linee
cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius
alterum erit residuũ sextum.

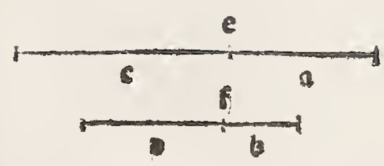
¶ Nunc vltimo conuenit lineã.d.e.esse illam que iuncta cum media/
li cõponit totum mediale cui adiuncta linea.e.f.que videlicet sit illa
per cuius abscisionem linea.d.e.fuerat que proponitur si quales lineas.d.f.⁊.f.e.
esse oporteat ex.73.didiceris priorẽ argumẽtationẽ firma mente tenueris sine obi
ce quoq; lineã.b.c.esse residuũ sextũ ꝯcludere poteris. si aũt fortassis in aliquo he
sitare ꝯtigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.b.ad sibi equalẽ sup̃ficie.a.n
ꝯferẽdum erit: ⁊ sic patebit ꝓpositũ nostrũ.

Propositio .98

OMnis linea residuo ꝯmẽsurabil' ipsa quoq; i termĩo ⁊ or
dine ẽ idẽ residuũ

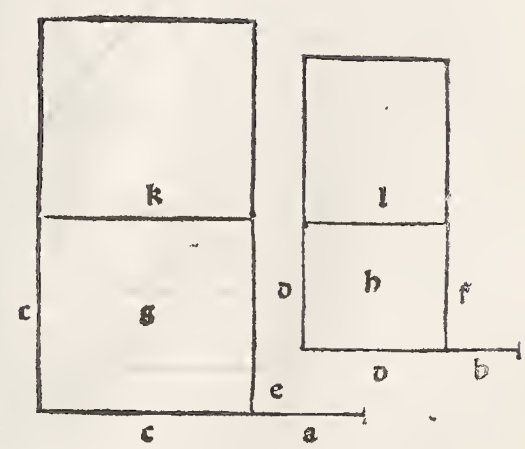
¶ Qđ .60.⁊.quatuor.eã sequẽtes de binomio eiusq; comitib⁹ q̃nq;
ꝓposuerũt hec .98.⁊.quatuor.eam sequentes de residuo suisq; q̃nq;

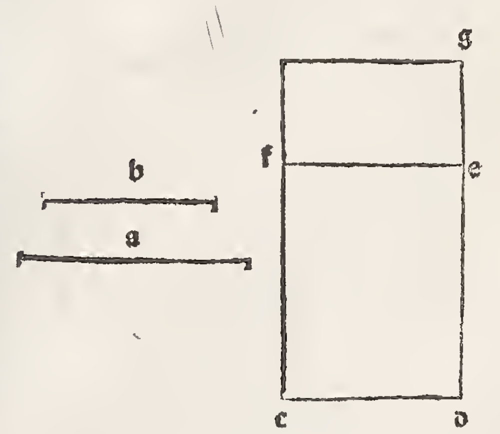
comittibus verum eſſe proponunt: quibus qui vſqꝫ ad ſolitum habitum inſtiterit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cõicantia in longitudine et potentia tantum dictum eſt: in his quoqꝫ idem oportet intelligi. nam omnis linea reſiduo cõmunicans in longitudine ſiue in potentia tm̃ ipſa etiã eſt reſiduum. ſed ſi communicat in longitudine: non ſolum eſt ipſa reſiduum. ſed etiam eiuſdẽ ſpẽi reſiduum. Verbi gratia: linea cõmunicans in longitudine reſiduo primo eſt reſi/duũ p̃mũ: ⁊ ſecũdo cõicans eſt ſcõm. ſic quoqꝫ in ceteris: Qȯ aũt linea communi/cat reſiduo in potentia tantum: ipſam quoqꝫ neceſſe eſt eſſe reſiduum ſed nõ eiuſ/dem ſpeciei: imo ĩpoſſibile eſt vt linea cõmunicans in potentia tantũ reſiduo pri/mo aut ſcȯo aut tertio aut quarto aut quinto cadat ſimul cum eo ſub eadem ſpecie ſed neceſſe eſt vt ãbo cadãt ſimul ſub trib⁹ primis ſpeciebus aut ãbo ſimul ſub tri/bus poſtremis. Sit itaqꝫ exempli gratia. a. reſiduũ cui cõmunicet. b. in longitudi/ne: dico ꝙ. b. erit reſiduũ eiuſdẽ ſpeciei cũ. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineaꝫ a. ⁊ cum illa ſit per cuius abſciſionẽ. a. fuit reſiduũ: ⁊ ad. b. adiũgaẗ alia que ſit. d. ad quã ſic ſe habeat. b. ſicut. a. ad. c. ſitqꝫ compoſita ex. a. ⁊. c. e. compoſita vero ex b. ⁊. d. ſit. f. eritqꝫ ex permutata ꝓportionalitate. a. ad. b. ſicut. c. ad. d. ⁊ ꝑ. 13. quinti erit. e. ad. f. ſicut. a. ad. b. vel ſicut. c. ad. d. cum itaqꝫ. a. cõmunicet cum. b. erit per 10. c. cõmunicans cum. d. ⁊. e. quoqꝫ cõmunicans cum. f. ⁊ quia etiam eſt neceſſa/rio ex permutata proportionalitate. e. ad. c. ſicut. f ad. d. ſequitur ꝑ. 12. vt ſi fuerit e. potentior. c. in quadrato linee ſibi cõicantis in longitudine vel ſi forte incõmen/ſurabilis: ſit ſimiliter. f. potentior. d. at qm̃ omnis linea cõmunicans in longitudi ne linee rationali eſt ſimiliter illi rationalis: ſimiliter dico quia ambe erunt rationa les in longitudine vel ambe in potentia tantum: ſequitur ex diffinitionibus reſidu orum vt. b. ſit reſiduum eiuſdem ſpeciei cum. a. Si autẽ. b. cõmunicat in potentia tantũ cum. a. ipſa quoqꝫ erit reſiduum non tamen eiuſdem ſpeciei neceſſario. ſed queadmodũ dictũ eſt: cuius demõſtratio ex his que in. 60. de binomijs dicta ſunt colligenda eſt.



Propoſitio .99.

Omnis linea vtrilibꝫ reſiduo mediali cõmunicans: eſt ſub ipſius termio ⁊ ordine reſiduũ mediale. ¶ Verũ eſt qȯ diciẗ ſiue cõicet linea cum vtrolibet reſiduo mediali in longitudine ſiue in potentia. Sit enim. a. vtrũlibet reſiduũ mediale cui. b. cõicet in lõgi/tudine vł potẽtia. dico ꝙ. b. ẽ etiã reſiduũ mediale q̃le fuerit. a. adiũgaẗ eni linea. c. ad lineã. a. ⁊ ſit. c. ꝑ c⁹ abſciſionẽ. a. fuit reſiduũ mediale: ⁊ ad. b. adiũgaẗ alia q̃ ſit. d. ſitqꝫ. b. ad. d. ſicut. a. ad. c. totaqꝫ ꝯpoſita ex. a. ⁊. c. ſit. e. ⁊ ex: b. d. ſit. f. deſcribãẗ igiẗ q̃drata. c. ⁊. d. q̃ ſint. g. ⁊. h. ⁊ ſupficies. e. i. c. ſit. k. ⁊. f. i. d. ⁊ ſit. l. Et qꝛ ẽ vt pri⁹. e. ad. f. ⁊ c. ad. d. ſicut. a. ad. b. ſũt aũt. e. ⁊. c. mediales potentia tm̃ cõicãtes ex. 69. ⁊. 70. ſequiẗ ex. 21. vt. f. ⁊. d. eis cõicãtes. ſint etiã mediales po tẽtia tm̃ cõicãtes: ꝯſtat aũt ex prima ſexti ꝙ ſit. k. ad. g. ſicut. e. ad. c. ⁊. l. ad. h. ſicut f. ad. d. ⁊ qꝛ ẽ. e. ad. c. ſicut. f. ad. d. ſequiẗ ut ſit. k. ad. g. ſicut. l. ad. h. Et ꝑmutati. k. ad. l. ſicut. g. ad. h. cũ g̃. g. cõicet cũ. h. ſequiẗ vt. k. cõicet. cũ. l. Si igiẗ. k. ẽ rõnale qȯ ẽ in reſiduo mediali primo erit etiã ꝑ diffinitionẽ. l. rõnalis q̃re ꝑ. 69. b. etiã ẽ reſi/duũ mediale primũ. ſi aũt. k. ſit medialẽ qȯ ẽ ĩ reſiduo mediali ſcȯo: erit ꝑ. 21. etiã. l medialis: ideoqꝫ. b. ꝑ. 70. reſiduũ mediale ſcȯꝫ q̃re ꝯſtat ꝓpoſitũ. Idẽ aliter Si liẽa b. cõicat cũ liẽa. a. q̃ ẽ vtrũlibet reſiduũ mediale ĩ lõgitudiẽ vł ĩ potẽtia ſit ſupficies c. e. adiũcta ad lineã rõalẽ. c. d. eq̃lis q̃drato. a. ⁊. f. g. eq̃liſ q̃drato. b. erũtqꝫ ob hoc





c.e.⁊.f.g.cōicantes queadmodū ⁊ quadrata linearum.a.⁊.b.eis equalia.ideoq̧ p primam sexti ⁊.10.huius.d.e.⁊.e.g.sunt cōicantes in longitudine: ⁊ quia si.a.est residuum mediale primū:est:linea.d.e.est residuum scōm per.93.⁊ si.a.est residuū mediale scōm:linea.d.e.est residuū tertium per.94.at cum.d.e. est residuum scōm linea.e.g.est etiam residuū scōm ⁊ cū illa ē tertium:silr ⁊ hic est tertiū per.98.sequitur itaq̧ ex.87.⁊.88.vt.b.sit residuū mediale primū aut secundū prout fuerit.a.et sic patet quod intendimus.

Propositio .100.

Si linea aliqua linea minori cōmunicet.ipsa quoq̧ erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut pmissam:siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potentia hoc aūt apposito quātū ad primū modū qꝫ cum sit.f.ad.d. sicut.e.ad.c. erit ex scōa pte.18.sexti quadratū.f.ad quadratū.d.sicut quadratū.e. ad quadratū c.⁊ coniunctim quadrata duaꝝ linearum.f.⁊.d.ad quadratū.d.sicut quadrata duarum linearum.e.⁊.c.ad quadratum.c.⁊ permutatim quadrata duaꝝ linearum.f. ⁊.d.ad quadrata duaꝝ linearum.e.⁊.c.sicut quadratū.d.ad quadratum.c. cōicat autē quadratū.d.ad quadratū.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta cōicant cū duobus duaꝝ lineaꝝ.e.⁊. c.piter acceptis:⁊ quia ex.17.quadrata duarum lineaꝝ.e.⁊.c.pariter accepta sunt rōnale: erit aūt per diffinitionē ⁊ duo duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta rationale. Cūq̧ sit superficies.k. medialis erit etiā.l.sibi communicans medialis:igitur ex.71.b.est linea minor. Quantū autem ad scōm modū erit per.95.linea.d.e.residuū quartum:ideoq̧ per.98.⁊ linea. e.g. erit etiam residuum quartum.ideoq̧ etiā per.89.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.

Omnis linea cōmunicans linee cum rōnali componēti mediale est cum rationali componens mediale:

¶ hanc quoq̧ duplici predicto modo nō est difficile probare:siue de communicantia in longitudine siue de cōicantia in potentia tantum intelligatur:sed quantum ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum.f.⁊.d.pariter accepta mediale per.21.queadmodū sunt duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.piter accepta ex.72.quibus ipsa cōmunicant ⁊ superficies.l.erit rationalis:per diffinitionem queadmodū est superficies.k.ex.72.cum ipsa cōmunicat:igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale:quantū ad scōm modū:erit.d.e.residuum quintum ex.69.ideoq̧ ⁊.e.g.ex.98.quare.b.est cū rōnali componens mediale.per.90.

Propositio .102.

Omnis linea cōmēsurabilis linee cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

¶ hic quoq̧ pone lineā aliquā cōicare cum ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̄ put volueris:⁊ duplici modo pmisso sine difficultate ꝯcludes eā quoq̧ cū mediali ꝯponere mediale.erit etiā quantū ad primū modū supficies.l.medialis queadmodū ⁊.k.⁊ duo quoq̧ quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.piter accepta mediale sicut ⁊ duo quadrata duaꝝ.e.⁊.c.⁊ qꝛ duo quoq̧ duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.ad.k.sicut duo duaꝝ.f.⁊.d.ad.l.cū duo prima non cōmunicēt cū duplo.k.ex.73.neq̧ duo secūda

cōicabunt cū duplo .l.ex.10.igitur ex.73.b'.est cū mediali cōponēs mediale. quantum autē ad scōm modū erit.d.e.residuū sextū ex.97. ideoqꝫ ⁊.e.g. ex.98.quare.b est cū mediali cōponens mediale ex.91.

Propositio .103.

Si de supficie rationali superficies medialis abscindatur linea ī reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

¶Sit eni tota superficies constans ex.a.⁊.b.rōnalis a qua detrabatur.b.que sit medialis: dico ꝙ linea potens in.a.residuū aut ē residuum aut linea minor.Esto nanqꝫ linea.c.d.rationalis superficiesqꝫ.c.e. sibi adiuncta sit tāqꝫ.a.⁊.f.g.tāqꝫ.b.⁊.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritqꝫ.c.g.rōnalis.ideoqꝫ p 16.linea.d.g.rōnalis in longitudine ⁊.f.g.erit medialis.ideoqꝫ per.20.e.g. rōnalis in potentia tm̄:est igiṫ ex diffinitiōe line a.d.e.residuū primū aut quartū: ergo per.86.⁊.89.linea potens in supficiem.c.e. ⁊ iō in supficiē.a.sibi equalem est residuū aut linea minor:qđ ē ꝓpositum.

Propositio .104.

Si de superficie mediali superficies rōnalis detrahatur linea in reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primū :aut cum rationali componens mediale.

¶Hec quoqꝫ sicut premissa ꝓbaṫ.Erit eni tota.a.b.medialis.b. aūt rōnalis:⁊ tunc dico qđ in.a.residuum pōt: aut est residuū mediale primū aut cum rōnali cōponens mediale.Cū eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per.20.linea.d.g.rōnalis in potentia tm̄:⁊ cū sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.e.g. rōnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuū scōm aut quintū quare per.87.⁊.90.latus tetragonicū superficiei .c.e.⁊ ideo superficiei.a.est residuū mediale primum aut cum rationali componens mediale:quod est propositum nostrum.

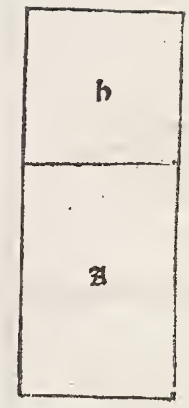
Propositio .105.

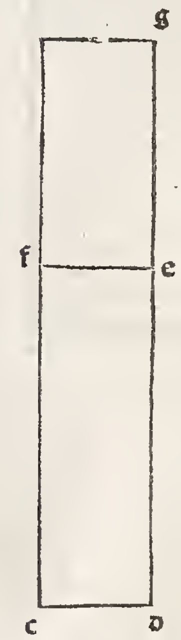
Si superficies medialis superficiei mediali detrahatur fueritqꝫ reliqua toti incōmensurabilis que in ipsam reliquā potest: alterutra erit duaꝝ irrōnaliuꝫ videlicet aut residuum mediale scōm aut cum mediali componens mediale

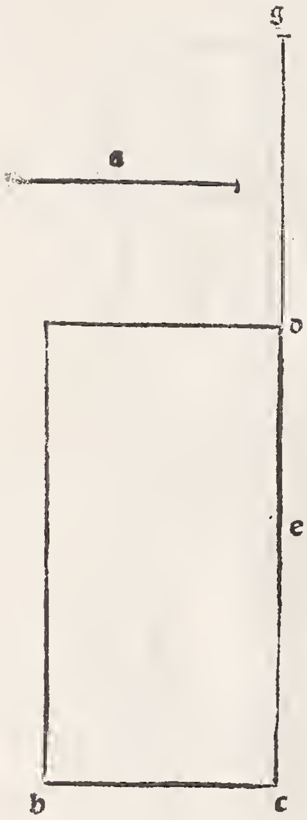
¶Si a duaꝝ premissaꝝ demōstratione non deuias concludes sine difficultate propositū.Sint eni tota.a.b.⁊.b.mediales ⁊ sit.a.reliqua incōmensurabilis toti:aliter eni esset.a.medialis ex.21.⁊ eius lat⁹ tetragonicū mediale ex.19 tunc dico ꝙ linea potens in.a.est residuū mediale scōm aut cū mediali cōponens mediale.nam cū sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rōnalis in potentia tātū per eandē quoqꝫ cum sit.f.g.equalis.b.erit etiā.e.g.rōnalis in potentia tm̄ ⁊ cum sit.a.incōmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incōmensurabilis.c.g. ideoqꝫ per primā sexti ⁊.10.huius erit etiā.e.g.incōmensurabilis.d.g. igiṫ a diffinitione linea .d.e. erit residuū tertiū aut sextū:q̄re p.88.⁊.91.latus tetragonicū supficiei.c.e.⁊ iō superficiei.a.ē residuū mediale scōm aut cū mediali componēs mediale.

Propositio .106.

Lineaꝝ irrōnaliū que sunt residuū ⁊ post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoqꝫ binomij terminū vel ordinē cōuenire non est possibile. ¶Vult aūt p hanc.106.ꝙ residuū ⁊ alie quinqꝫ linee







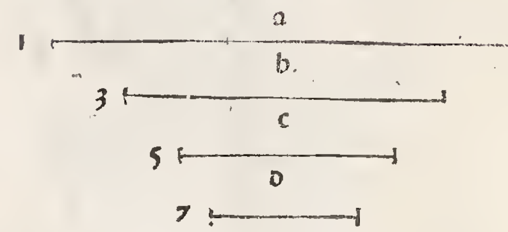
irrõnales eam sequentes differunt specie ⁊ diõne abinuicẽ ⁊ nulla linea vna potest
eẽ sub duabus neq; sub pluribus specieb⁹ haꝝ sex lineaꝝ irrõnaliũ que sunt residu
um ⁊ eius quinq; comites: ⁊ ꝙ oẽs spẽs residui differunt ab oĩbus speciebus bino
mij nec ẽ possibile lineã vnã simul esse residuũ ⁊ binomiũ cuiuscũq; speciei residui
vel binomij: Pars prima sic ↄstat: qm̃ supficies equalis quadratis residui ⁊ suaꝝ
quinq; comitũ cũ adiũgant̃ ad lineã rõalẽ habẽt scđa latera necessario diuersa ab/
inuicem ex.92.⁊ quinq; eã sequentibus. sunt autẽ scđa latera residuũ primũ ⁊ se/
cũdũ ⁊ deinceps vsq; ad sextũ. Scđa ps ↄstat hoc modo: si eadẽ linea põt eẽ simul
residuũ ⁊ binomiũ. sit.a. cui⁹ quadrato adiũgat̃ ad rõnalẽ lineã.b.c. sitq;.b.d. erit
q; ex.54. linea.c.d. binomiũ primũ ⁊ ex.92. residuũ primũ. inquantũ ergo binomi
um primũ diuidat̃ in suas binomiales portiones ad punctũ.e. sitq; maior portio
c.e. q̃ erat rõalis i lõgitudine ꝑ diffinitionẽ: iquãtũ aũt ẽ residuũ pmũ adiũgat̃ ei
d.g. ꝑ c⁹ abscisionẽ fuerat residuũ primũ: eritq; etiã ex diõne.c.g. rõalis i lõgitudie
Cũ itaq; sit vtraq; duaꝝ lineaꝝ.c.g.⁊.c.e. rõnalis i lõgitudie erit ẽt ꝑ.9. liẽa.e.g.
rõnal' i lõgitudie: at q2 linea.d.e. ẽ rõnalis i potẽtia tm̃ cũ ipsa sit ꝑ ypothe. mior
portio binomij pmi: erit per.68. linea.d.g. residuũ ⁊ q2 ipsa erat rõalis i potentia
tm̃ cũ per eius abscisionẽ eẽt linea.c.d. residuũ sequit̃ impossibile ꝑ.68. Qđ ut cla/
rius pateat: esto supficies.b.d. adiuncta ad lineã rationalẽ.b.c. equalis q̃drato li/
nee.d.g. cũ itaq; linea.d.g. sit rationalis in potentia erit per.16. linea.c.d. rõna/
lis in longitudine. at cũ etiã linea.d.g. sit residuũ erit ex.92. linea.c.d. residuũ pmũ
quod esse nõ potest cum linea que dicitur residuum sit irrõnalis per.68.

Propositio .107.

Linea que residuũ dicit̃ vilave irrationaliũ que post eam sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino ⁊ ordine vllius ceteraꝝ lineaꝝ irrõnalium que binomiũ subsequũtur: cum aũt possibile sit lineaꝝ irrõnaliũ seriẽ in infinitum produci non est possibile vllã earum cum ea que precesserit in termino ⁊ ordine conuenire.

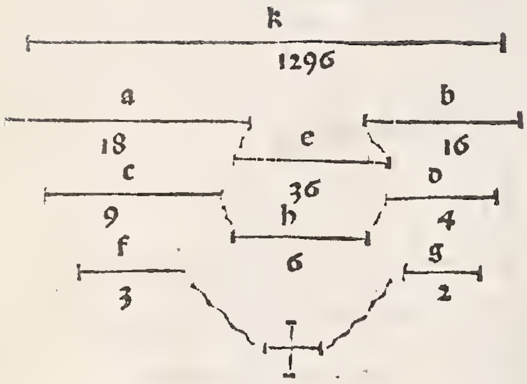
¶ Vult per hanc vltimã libri.10. ꝙ.13. irrõnales linee de quib⁹ in hoc decimo de/
monstratũ ẽ ⁊ ipse sunt linea medialis binomiũ ⁊ ei⁹ quinq; comites residuũ ⁊ ei⁹
quinq; comites sint abinuicẽ singule a singulis specie differentes: ⁊ ꝙ nulla linea
vna põt eẽ simul sub duab⁹ aut pluribus speciebus eaꝝ: ⁊ ꝙ spẽs lineaꝝ irrõnaliũ
pñt i infinitũ ꝓduci q̃ꝝ nulla cũ alia ↄuenit i diõne ⁊ ordine. Qđ aũt hec.13. linee
videl; medialis binomiũ ⁊ ei⁹.5. comites residũu ⁊ ei⁹.5. comites sint irrõales de/
monstratũ esse superius memento: de mediali quidẽ ex.19. de binomio aũt ⁊ eius
quinq; comitib⁹ ex.30. ⁊ quinq; eã sequẽtibus: at vero de residuo suisq; quinq; co
mitibus ex.68. ⁊ quinq; eã sequẽtibus. Nullã aũt haꝝ.13. lineaꝝ irrõnalium posse
ↄuenire in specie cũ aliqua aliaꝝ lineaꝝ sic collige. Esto eni vt ad vnã eãdẽq; lineã
rõnalẽ in longitudine adiungant̃ superficies equales quadratis predictaꝝ.13. line
arũ irrõnaliũ ſm ꝙ ordine se inuicẽ sequunt̃: eritq; ex.20. secũdũ latus prime ista
rum.13. superficierum ⁊ quinq; eam sequentiũ rationale in potentia tm̃. scđa aũt
latera scđe istaꝝ.13. superficieꝝ ⁊ quinq; eam sequentiũ erũt omnes spẽs binomio
ruꝫ ꝑ ordinẽ videlicet binomiũ primũ scđm ⁊ deinceps vsq; ad sextũ ex.54. ⁊ quin
q; eã sequẽtibus demonstratũ esse memineris. scđa vero latera octaue superficiei ⁊
quinq; eã sequẽtiũ sunt spẽs residuoꝝ in ordine videlicet residuũ primũ ⁊ residuũ

secundū ꝛ deinceps vsq3 ad sextū qd̄ ex.92.ꝛ quinq3 eā sequētibus didicisti. Cum igit̄ ipa linea rōnalis ī potētia tm̄ nō cōueniat cū aliq̄ specie binomioꝝ aut cū aliqua residuoꝝ quoniā omne binomiū p.30.ꝛ oē residuū p.68 ē linea irrōalis ꝛ ī lōgitudine ꝛ ī potentia. Et cū nulla spēs residuoꝝ cōueniat cū aliqua spē binomiorū ex secūda pte penul.bꝰ decimi: sequit̄ ut oia scđa latera haꝝ.13.superficieꝝ sint ab inuicem diuersa: ideoq3 p primā sexti ꝛ ipse.13. superficies sunt diuerse cū eaꝝ omnium altitudo sit vna quare etiā hec.13.linee irrōnales ꝓposite sunt singule a singulis diuerse. ¶ Possunt aūt haꝝ.13.lineaꝝ irrōnaliū species in infinitū ꝓduci.infinite eni sūt spēs lineaꝝ medialium.infinite quoq3 binomioꝝ ꝛ sic de singulis Qd̄ hoc modo ꝯstat: esto linea.a.medialis.sumaturq3 vnitas ꝛ quotlibet numeri p̄mi vt.3.5 ꝛ.7.ꝛ sint totidem linee.b.c.d.quot sunt sūpti numeri primi.sintq3 q̄drata istaꝝ lineaꝝ.b.c.d.ad quadratū.a.sicut hi numeri primi ad vnitatē: eruntq3 linee b.c.d.mediales ex.21.qm̄ ipse cōicant in potētia cū linea.a.mediali. oēs autē erūt diuerse in longitudine ab.a.ꝛ a seinuicē p vltimā ptē.7.qm̄ nullius istorum numeroꝝ ad vnitatē nec alicuius eoꝝ ad alteꝝ per.16.ꝛ.8.ꝛ correlariū scđe octaui ꝛ presentis ypothesis ē ꝓportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo a.ꝛ omnes sibi cōicantes in longitudine sub p̄ma specie lineaꝝ medialiū.b.vero ꝛ oēs sibi cōicantes in longitudine sub scđa.c.aūt ꝛ oēs eidē cōicantes vel cōmensurabiles sub tertia.d.quoq3 ꝛ oēs sibi cōicantes in longitudine sub quarta: ꝛ q: numeri primi sunt infiniti vt ex.21.noni didicisti: necesse ē spēs lineaꝝ medialiū ēe infinitas. Qd̄ aūt ē dictū de linea mediali itellige de binomio suisq3.5.comitibꝰ: ꝛ residuo suisq3.5.comitibꝰ: nā sicut ois linea cōicans mediali ē medialis siue cōicet ei in longitudine siue in potentia ut probatū est in.21.ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suaꝝ quinq3 comitū vel etiā residuo aut alicui suaꝝ quinq3 comitū in longitudine vel in potentia est secū sub eadē specie vt probatum est in.60.ꝛ quatuor eam sequentibus ꝛ.98.ꝛ quatuor eam sequentibus. Sunt igit̄ species haꝝ.13.lineaꝝ irrōnaliū infinite quaꝝ nulla cōueniet cū p̄cedenti in ordine vel dione. Conuenit quoq3 drie aliter species linearum irrōnaliū esse infinitas nam omne latus tetragonicū superficiei dicte a numero nō quadrato est irrōnale p vltimā ptē.7.ꝛ p diffinitionē.cum itaq3 tales numeri sint infiniti: erunt etiā species haꝝ lineaꝝ irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit scđam ptem huius vltime conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaquaq3 linea rōnali i potentia tantū infinitas lineaꝝ irrōnaliū spēs produci quaꝝ nullā cum aliqua earū que ipsā precesserint: possibile est in diffinitione ꝛ ordine conuenire. Verbi gratia Sumatur aliqua supficies rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quiq3: eritq3 latus eius tetragonicū irrōnale in longitudine: qm̄ ipsū ē incōmensurabile lateris tetragonico superficiei rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte.7. dico ergo ꝙ huiꝰ lateris latus.itemq3 scđi lateris latus ꝛ rursus huius tertij lateris latus ꝛ sic in infinitū: sunt linee irrationales tam in longitudine q̄3 in potentia: ꝛ ꝙ nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā precesserit in ordine. estq3 latus tetragonicum premisse superficiei quecunq3 dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix ꝛ principium ꝛ quelibet ipsaꝝ est principiū oim ipsam sequentiū: ꝛ quecunq3 ab aliquo tetragonico latere cuiusq3 talis superficiei proficiscuntur diuerse sunt in longitudine ꝛ potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiei generantur ꝛ hoc dico cum ipsaꝝ supficieꝝ



non fuerit ꝓportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ. hec aũt vt possimus firma demon stratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitq; istud.

❡ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

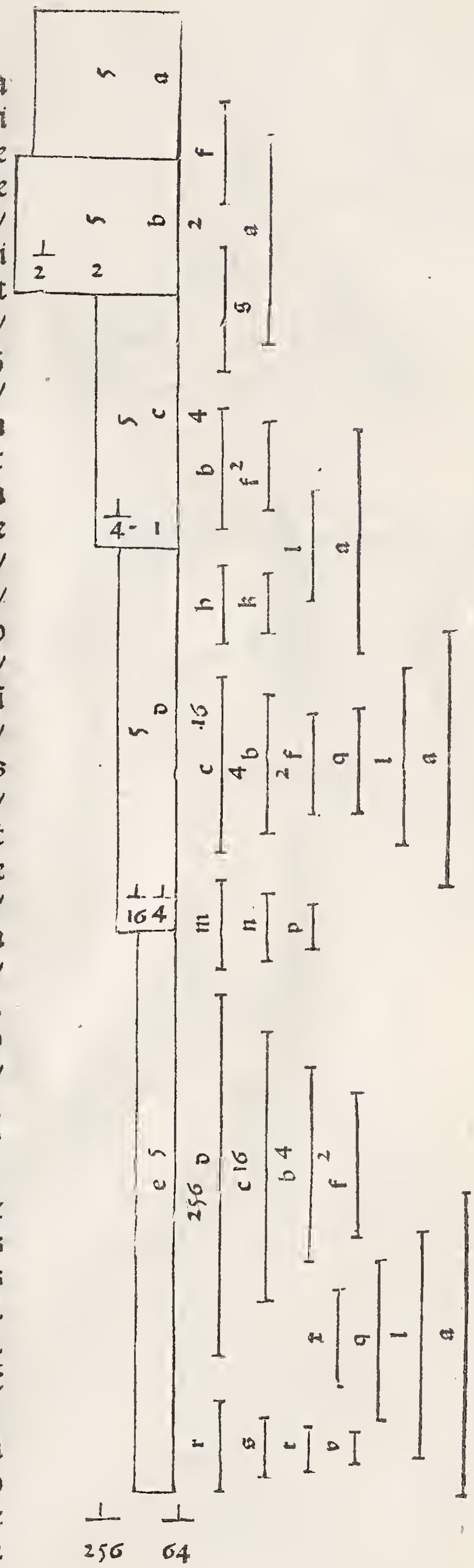


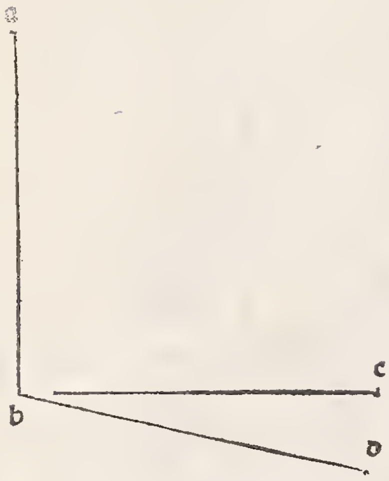
❡ Uerbi gratia sit vt ex. a. in. b. fit. k. ad. c. ꝛ. d. sint latera tetragonica. a. ꝛ. b. fiat auté. e. ex. c. in. d. sintq; iteꝝ. f. ꝛ. g. latera tetragonica. c. ꝛ. d. ꝛ fiat. h. ex. f in. g. di co ꝙ. h. est latus tetragonicũ. e. ꝛ ꝙ. e. rursus est latus tetragonicũ. k. cum enĩ ex. f. in se ꝛ in. g. fiant. c. ꝛ. h. erit. c. ad. h. sicut. f. ad. g. sed ꝛ sit. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo ꝙ ex. g. in. f. ꝛ in se fiunt. h. ꝛ. d. sint igiť. c. h. d. continue ꝓportionales itaq; ex. h. in se quantũ ex. c. in. d. quare. h. est latus tetragonicũ. e. eadẽ quoq; rõne cũ ex. c. ĩ se fit. a. in. d. fit. e. ꝛ ex. d. in se fit. b. erunt etiam. a. e. b. cõtinue ꝓportionales ĩ ꝓ portiõe. c. ad. d. cũ igiť ex. a. in. b. fit. k. sequiť etiã vt ex. e. ĩ se fit. k. q̃re. e. est latus tetragonicũ. k. constat itaq; qδ diciť. restat itaq; demonstrare qδ propositum est. Sit igiť supficies. a. rõnalis dicta a numero nõ quadrato. ut. 5. sitq; linea. a. ei⁹ te tragonicũ latus ꝛ sumanť quotlib; linee rõnales ĩ lõgitudie q̃ sint. b. c. d. e. Sint q; dicte a numeris quoꝝ quisq; precedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequentis: vt si. b. sit ꝛ. c. 4. d. 16. e. vero. 256. ad has aũt lineas rõnales in longitudine adiunga tur supficies equalis. a. eruntq; scda latera singulaꝝ rõnalia in longitudine per. 16 vt scdm latus. b. 2. ꝛ dimidiũ: secundũ. c. vnũ ꝛ quarta: secundũ vero. d. vna quar ta ꝛ vna. 16. at vero superficiei. e. secundũ latus erit vna. 64. ꝛ vna. 256. sit ergo. f. tetragonicũ latus. b: g. vero sit tetragonicũ latus scdi lateris superficiei. b. eritq; p premissam añs ut ex. f. in. g. sit. a. rursus sit. h. tetragonicum latus secundi lateris c. k. quoq; sit tetragonicũ latus. h. eritq; per predictũ añs vt ex. h. in. h. sit. a. ꝛ ex. f in. k. sit tetragonicũ latus. a. qδ sit. l. sit iteꝝ. m. tetragonicũ latus secũdi lateris su perficiei. d. sed cũ. n. sit tetragonicũ latus. m. ꝛ. p. tetragonicum. n. eritq; per predi ctũ antecedens vt ex. c. in. m. fiat. a. ꝛ ex. h. in. n. l. ꝛ. ex. f. in. p. tetragonicũ latus l. qδ sit. q. Amplius aũt sit. r. tetragonicũ latus lateris secundi superficiei. e. sit quo q;. s. tetragonicũ. r. ꝛ. t. ꝛ. t. s. sit et. u. tetragonicũ. t. sequiť que per dictũ antecedẽs vt ex. d. in. r. fiat. a. ꝛ ex. c. in. s. l. ꝛ ex. h. in. t. sit. q. ꝛ etiam ex. f. in. u. tetragonicũ latus. q. qδ sit. x. ꝛ sic in infinitũ: dico ergo has lineas. a. l. q. x. quaꝝ. a. est tanquã radicale principium esse irrationales. a. quidem in longitudine tantum: cetere ve ro in longitudine ꝛ in potentia ꝛ dico ꝙ nulla earum conuenit cũ alia in diffiniti one vel ordine. Cũ enĩ ex. f. in. g. ꝛ. k. fiant. a. ꝛ. l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. ꝛ q2 vt p; ex dictis ypothesib⁹. g. ꝛ. k. sũt incõmensurabiles in longitudine ꝛ in potentia. sequitur etiã vt. a. ꝛ. l. sint incõmensurabiles in longitudine ꝛ in potẽtia: eadem ra tione. a. ꝛ. q. est enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. ꝛ propter eandẽ causam etiã. a. ꝛ. x. cũ sint sicut. g. ꝛ. u. ꝛ hac via quoq; necesse est vt. l. ꝛ. q. sint simpliciter incõmensurabi les tã ĩ lõgitudine quã in potẽtia. cum enĩ ex. f. in. k. ꝛ. p. fiant. l. ꝛ. q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p: at. k. ad. p. nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt. h. ꝛ. n. commensurabiles. sed non sũt: at vero. l. ꝛ. x. oportet eẽ vtroq; modo incommensurabiles: est enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo ꝙ ex. f. in. k. ꝛ u. fiunt. l. ꝛ. x. sunt autem. k. ꝛ. u. vtroq; modo incommensurabiles. Sin autẽ acci dct. d. ꝛ. b. esse commensurabiles quod est inconueniens: q. vero ꝛ. x. ꝙ sint quoq; incommensurabiles potentia ꝛ longitudine ex eo patet ꝙ ẽ. q. ad. x. sicut. p. ad. u.

constat autē q̄ p.t.u.sunt incōmensurabiles.nam si nō erunt.n.t.c. cōmensurabiles.ideoq̄ʒ.m.t.s.sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq̄ʒ infinitas lineas irrationales in longitudine t in potentia incommensurabiles t ideo diffinitiōe t specie differētes produci ex linea.a.rōnali in potentia tantū.Restat aūt nunc ostendere q̄ quecūq̄ʒ irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via generantur:diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ʒ in potentia que a quali libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratuʒ prioris nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt̄:hoc quoq̄ʒ sic constat.Sint.a.t.b.rōnales in potentia tm̄ siue tetragonica latera duaruʒ superficierum dictarum a numeris non quadratis.sitq̄ʒ ut illi numeri nō sint i ꝓportione aliquorum numerorum quadratoruʒ:linee quoq̄ʒ que procedunt hac via ab.a.sint.c.d.e.t a.b.procedant.f.g.h.dico q̄ nulla ex lineis.c.d.e.communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h.cum enim sint.c.t.f.tetragonica latera.a.t.b.at.d.t.g.tetragonica latera. c.t.f.t.e. t.h. tetragonica.d t g.nō est possibile vt aliqua ex.c.d.e.cōicet cum sua cōpari ex.f.g.h.vl' longitudine vel potētia.Si enim alterutro modo cōmunicet.e.cum.h.sequitur ut.d.cōmunicet cum.g.t.c.cum.f.quare t.a.cum.b.etiam in longitudine quod est cōtra ypothesim.Uniuersaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroq̄ʒ modo incommensurabilem cuilibet istarū. Dato nanq̄ʒ q̄ d.communicet cum. h. etiam i potentia tantum.sequitur ut.c.quoq̄ʒ cōicet cum.g.t.a.cum.f.quod nō ē possibile.Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄ʒ latus superficiei denominate a latere priori.Unde tetragonicum latus linee.a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea.a.talis autem superficies est quā continet linea.a.t linea rōnalis in longitudine dicta ab vno.Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet linee.sit linea.a.cuius tetragonicū lat⁹ volo inuenire.b.vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitate t ipsa est minima omnium linearum rōnalium numeratarum ab integris medio loco proportionalis inter eas.sit.c.est igitur p.16.sexti.c.tetragonicum latus.a.idem enim fit ex.a. in.b.t ex.c.in se.At vero ex.a.in.b.fit sup̄ficies dicta ab.a.Quicquid enim a quo libet in vnum ducto producitur ab eo qd̄ vnum multiplicat denominatur.Et nota q̄ cum.c.fuerit latus teteragonicum linee.a.indifferenter contingit lineam.c. esse maiorem linea.a.t minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus:incipit liber Undecimus.

Corpus est qd̄ longitudinem t latitudinem t altitudinē habet cui⁹ termini sunt sup̄ficies Linea erecta supra sup̄ficiē ē que cū singulis sibi ꝯterminalibus lineis in ea sup̄ficie expāsis angulos rectos facit.linea aūt hec supra eā superficiē perpendicularis esse t ad eādē orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligat̄ eni linea.a.b.exurgere supra planū:ita q̄ pūctus.a.imaginet̄ i aere t.b.in plano t a pūcto b.ducant̄ plures linee in eodem plano ut.b.c. b.d.t quotlibʒ alie.Si igit̄ ita fuerit q̄ linea .a.b.cū linea b.c.t cū linea.b.d.t cū qualibet alia linea ꝓtracta a puncto.b.i plano illo angulū

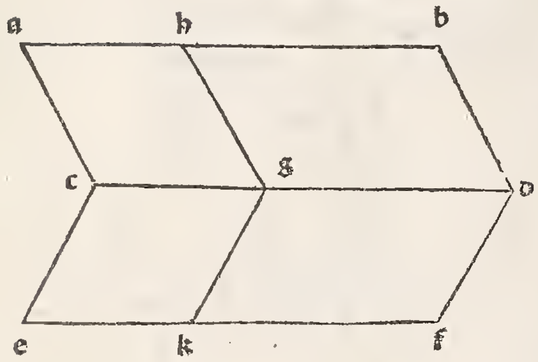




rectũ cõtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illã superficiẽ in qua ꝑtracte sũt hee linee videlicet.b.c.⁊.b.d.⁊ alie cũ quibus ipsa ponit̃ continere angulũ rectuꝫ.

¶ Superficies autẽ erecta sup sup̃ficiẽ est quotiẽs puncto vno eodem linee que est cõmunis terminus illaꝝ sup̃ficieꝝ due perpendiculares cõterminales sup̃stant que rectũ cõtinentes angulũ in eisdẽ sup̃ficiebus site sunt. ¶ Verbi grã imaginemur sup̃ficiẽ.a.b.c.d.exurgere sup̃ficiẽ vero.c d.e.f . iacere: ⁊ intelligamus lineam .c. d.esse communem terminum ambarum in ea itaqꝫ signet̃ punctus.g.a quo ad lineã.c.d .extrahant̃ due linee perpendiculares vna vidꝫ i superficie.c.d.e.f .que sit.g.k:⁊ alia i sup̃ficie.a.b.c.d.que sit.g.h si igitur angulus quẽ continent hec due linee perpendiculares videlicet.g.h.⁊.g.k. erit rectus sup̃ficies.a.b.c.d.dicitur orthogonaliter erecta super sup̃ficiẽ.c.d.e.f.

¶ Superficies equidistãtes sunt que in vtrãlibꝫ partem protracte nõ concurrent et si in infinitum producantur. ¶ Intellectum est quod dicit̃. Scire tamẽ debes ꝙ omnes plane sup̃ficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnẽ partẽ ꝑtracte cõcurrent alicubi ⁊ super rectã lineã se secabunt lineas autẽ rectas nõ ẽ necessariũ vl' eẽ equidistantes vel in vtrãqꝫ pteꝫ protractas concurrere Quippe que in eadẽ sup̃ficie nõ sunt nec equidistant ab inuicẽ nec tñ quantũlibet protracte cõcurrent.



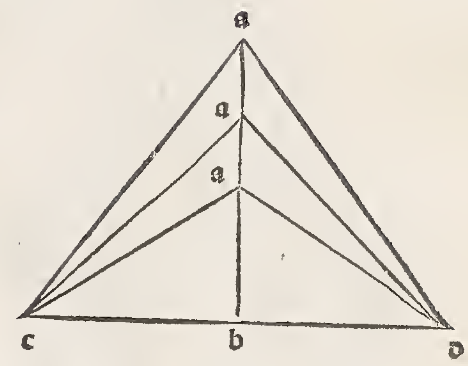
¶ Equa corpora sunt atqꝫ similia quoꝝ terminales superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sint atqꝫ similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero equalibus continentur. ¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus ⁊ similib⁹ nõ intelligis ad diffinitionẽ similium superficieꝝ positã in principio sexti recurre. ¶ Corpus seratile dicitur qd̃ quiqꝫ superficiebus quarum tres paralellograme sunt due vero triangule continentur.

¶ Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectũ vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ⁊ equidistanti suppositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit. ¶ Spera est transitus arcus circũferentie dimidij circuli quotiens sumpto vel suppremo semicirculo lineaqꝫ diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

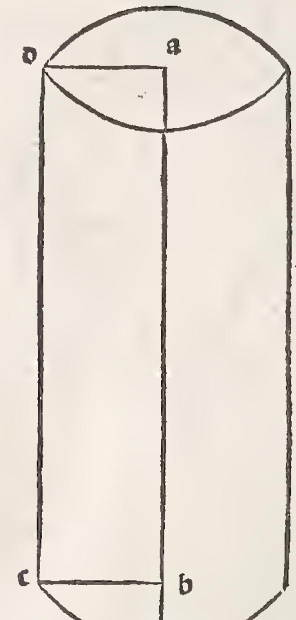
¶ Super quãlibet lineã semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circũducatur corpus quod describitur spera nominat̃ cuius centrũ constat esse centrum semicirculi circũducti. ¶ Piramis laterata est figura corporea quã cõtinent superficies ab vna quaꝝ relique sunt ad vnũ oppositum punctũ sursum erecte. ¶ In omni laterata piramide cuncte sup̃ficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctũ subleuãtur qui conus piramidis dicitur suntqꝫ omnes hee laterales sup̃ficies triangule:basis vero frequẽter nõ est triangula. ¶ Piramis rotunda est figura solida:estqꝫ transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continẽtium fixo ⁊ donec vsqꝫ ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circũducto. Si autem latus fixum lateri circũducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breui⁹ obtusiangula erit. Axis aũt ipsi⁹ figure ẽ latus fixũ. Basisqꝫ sua circulus Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

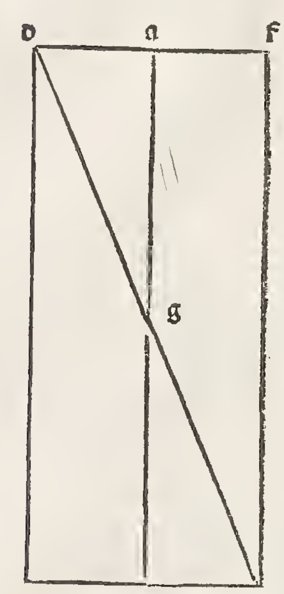
¶ Sit trigonus.a.b.c.rectũ angulũ habens qui sit.b.figaturqꝫ alteꝝ duoꝝ laterũ ambiẽtiũ rectũ angulũ.b.sitqꝫ latus qd̃ figit̃.a.b.quo fixo circũducat̃ trigon⁹ quo/

usq3 ad locũ vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellat̃: cui⁹ tres sũt dñie. Alia eni est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidẽ ẽ qñ latus.a.b.lateri.b.c.fuerit equale. Esto eni ut linea.b.c.cũ rotatu trigoni puenerit ad sitũ linee.b.d.ita q̃ punct⁹.c.cadat sup pũctũ.d.fiatq3 linea vna.hoc ẽ vt ipsa tunc ꝯiungat̃ situi a quo moueri cepit scdm rectitudinẽ: eritq3 linea hic q̃si.b.c.d.⁊ q2 ex.32.pmi ⁊.5.eiusdẽ angulus.c.a.b.ẽ medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus.ideoq3 piramis hec dicitur rectangula. Si autẽ latus.a.b.sit longius latere.b.c.erit acutianguli: erit eni tunc ex.32.primi ⁊.19.eiusdẽ angulus.c.a.b.minor medietate recti. ideoq3 totus angulus.c.a.d.ẽ minor recto ⁊ acutus: quare piramis acutiangula. Qḋ si latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.d.maior medietati recti ex.32.primi et 19.eiusdẽ ⁊ totus.c.a.d.qui ẽ duplus ad ipsũ.c.a.b.maior recto ⁊ obtusus. igitur ⁊ piramis cõueniẽter tũc dicit̃ obtusiangula. Axis autẽ huius piramidis dicit̃ linea.a.b. basis vero eius circulus quẽ describit linea.c.b.super centꝛ.b.dicit̃ quoq3 hec piramis columne rotunde illi⁹ videlicet quã motu suo desciberet palellogramum ꝓueniens ex.a.b.⁊.b.c.latere.a.b.manente fixo.



¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus ⁊ crassitudine idest altitudine equales est transitus paralellogrami rectanguli latere rectũ angulum continente fixo ipsaq3 superficies donec ad locũ suũ redeat circunducta diciturq3 hec figura columna rotũda. Columne itaq3 rotunde atq3 spere circuliq3 vnũ atq3 idẽ est centrũ. ¶ Sit palellogramũ rectangulũ.a.b.c.d.figuratq3 latus.a.b.⁊ eo fixo totũ palellogramũ quousq3 ad locũ suũ cadat vel redeat circũducat̃: corporea ergo figura huius palellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus.b.alter vero est quem motu suo designat linea.d.a.⁊ eius centrum est punctus.a. Axis autem huius columne dicitur linea.a.b.que manet fixa in motu palellogrami. Qḋ si imaginati fuerimus paralellogramum.a.b.c.d.cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.e.f.coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totũ sit vnũ palellogramũ.d.c.e.f.⁊ protraximus in eo diametrũ.d.e. erit quoq3 diameter.d.e.diameter colũne. Qḋ autẽ dicit̃ columne ⁊ spere ⁊ circuli idem esse centrũ: intelligi d3 cũ hoꝝ vna ẽ eadẽq3 diameter. Verbi grã diximus eni q̃.d.e.ẽ diameter istius colũne Sperã igit̃ atq3 circulũ quoꝝ diameter est linea.d.e. necesse est idẽ centꝛ habere cũ centro ꝓposite colũne. Sit eni vt linea.d.e.secet lineam a.b.in puncto.g.eritq3.g.centꝛ columne: diuidit eni axem colũne p equalia ⁊ diametꝛ colũne p equalia qḋ p3 p.25.primi nam anguli qui sunt.a.d.g: sunt equales ex.15.primi ⁊ anguli qui sunt ad.a.⁊.b: recti ex ypothesi: linea quoq3.a.d.ẽ equalis linee.b.e.itaq3.d.g.est equalis.e.g.⁊.a.g.equalis.g.b.cunq3 anguli.c.⁊.f.sint recti si super punctũ.g.scdm spaciũ.d.g.ac super lineã.d.e.circulus describat̃ trãsibit ex cõuersa prime ptis.30.tertij per puncta.c.⁊.f.itaq3 punctum.g. est centrũ circuli cuius diameter est diameter columne.ideoq3 ⁊ spere: quare manifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq3 columne rotunde speram esse circũscriptibiles. Sicq3 patet q̃ voluit istud theoreuma.

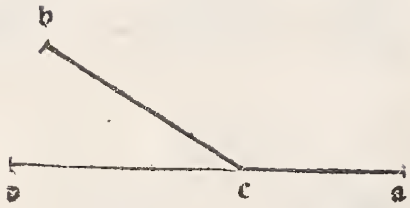




¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̃3 duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem

conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoqꝫ planos solidū angulum continentes in eadē superficie nō conuenit esse sitos sed in diuersis quēadmodū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secūdū sitū rectitudinis applicari. ¶ **Similes sunt figure corporee rotūde siue sit colūne siue earū piramides quaꝝ axes diametris suarū basiū sunt proportionales.** ¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius eaꝝ ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

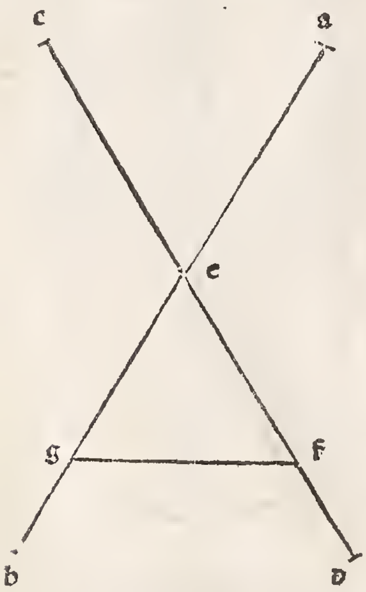
Propositio .1.



Linee recte partem esse in plano & partem in sublimi ē impossibile.

¶ Sit linea .a.b. recta. dico ꝙ non est possibile ut pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si eni est possibile sit pars eiꝰ que est .a.c. sita in plano & pars eius que ē .c.b. in sublimi posita & protrahaẗ directe .a.c. in plano in quo ipsa sita est vsqꝫ ad .d. eritqꝫ vt vni eidemqꝫ linee que est linea .a.c. due linee penitꝰ diuerse que sūt linee .c.b. & .c.d. ex eadē parte directe adijcianẗ qȯ est ipossibile: ex .13. primi.

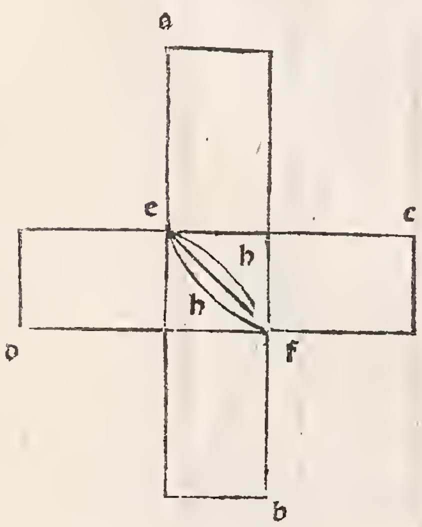
Propositio .2.



Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna supficie site sunt omnisqꝫ triangulus in vna supficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte .a.b. & .c.d. se inuicem secantes in puncto .e. dico eas esse in superficie vna & omnē triangulū dico esse in superficie vna totū. signetur eni punctus .f. in linea .c.d. & punctū .g. in linea .a.b. & ducaẗ linea .f.g. Quia igitur impossibile est ptē trianguli .e.f.g. esse in plano & ptem i sublimi quin etiam suarum terminaliū lineaꝝ vnius aut plurium pars similiter sit in plano. & pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam erit quoqꝫ impossibile de triangulo. itaqꝫ totus triangulus .e.f.g. est in superficie vna. Ex hac igitur secūda parte & premissa cōstat prima ps huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Omnium duarum superficieꝝ se inuicē secantiū cōmunis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige & verum erit qȯ dicitur. Sint itaqꝫ due superficies plane .a.b. & .c.d. se inuicem secantes dico ꝙ earuꝫ cōmunis sectio erit linea recta. Esto eni duo pūcta .e. & .f. termini cōmunis sectionis eaꝝ que cōtinuenẗ per lineā rectā que sit .e.f. si igitur linea .e.f. est in vtraqꝫ duaꝝ supficieꝝ .a.b. & .c.d. ꝑstat ꝓpositū: at vero si in neutra aut si nō in altera: cū ambo puncta .e. & .f. sint in vtraqꝫ supficieꝝ .a.b. & .c.d. in ea superficie in qua ipsa nō fuerit protrahaẗ linea recta que sit .e.h.f. erūt igiẗ due recte linee .e.f. & .e.h.f. hñtes duos terminos cōes qȯ ē ipossibile. sic eni due recte linee includerēt supficiē qȯ ē ꝯ petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiē perpendicularis erit.

¶ Sit linea .a.b. orthogonaliter erecta super inscisionē duaꝝ linearū

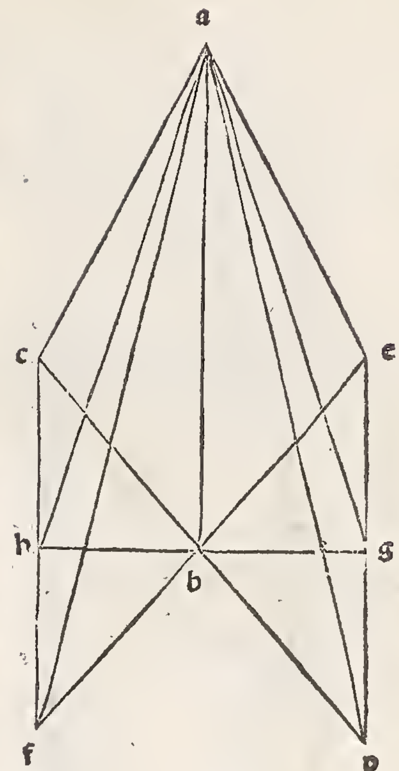
c.d.z.e.f.secātiū se in puncto.b.de quibus ꝯstat ꝑ anteꝑmissā ꝙ ipse sunt site in vna superficie dico ꝙ linea.a.b.ꝑpendicularis ē ad ipsaꝝ supficiē. Sint eni.c.b.z b.d.equales at vero.f.b.z.b.e.equales z ꝓtrahant̄ linee.e.d.z.c.f.que erūt equales per.4.primi z equidistantes p.27.eiusdē. Signato itaqꝫ puncto aliquo i linea e.d.qui sit.g.ducat̄ linea.g.b.h.eritqꝫ ex.26.primi.e.g. equalis.f.h. igit̄ a puncto a.vel quouis puncto linee.a.b.demittant̄ ypothemisaliter linee.a.c.ad.a.e.a.f.a.g.a.h.eritqꝫ ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.z.a.e.eq̄lis.a.f. Itē p.8.eiusdē eq̄lis erit angulus.a.e.d.eq̄lis āgulo.a.f.c.ergo per.4.ipsi⁹ erit.a.g.eq̄lis.a.h.z ideoqꝫ p.8.eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.h.quare ex diffinitione vterqꝫ ē rectus z linea.a.b.ꝑpendicularis ad lineā.g.h.Simili quoqꝫ mō ꝓbabis eādē esse ꝑpendicularē ad oēs lineas ꝓtractas a puncto.b.in supficie duaꝝ lineaꝝ.c.d.z.e.f.igit̄ ex dione constat lineā.a.b.eē ꝑpendicularē ad supficiē i qua site sūt due linee c.d.z.e.f.seinuicē secātes qđ ē ꝓpositū.

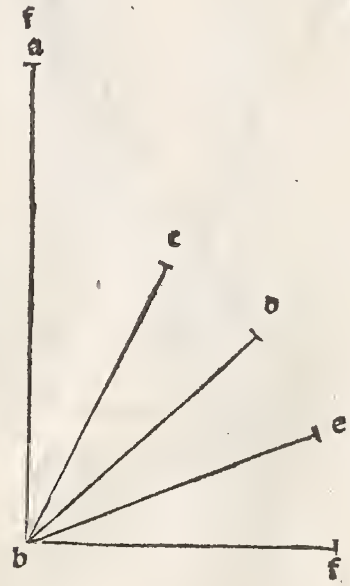
Propositio .5.

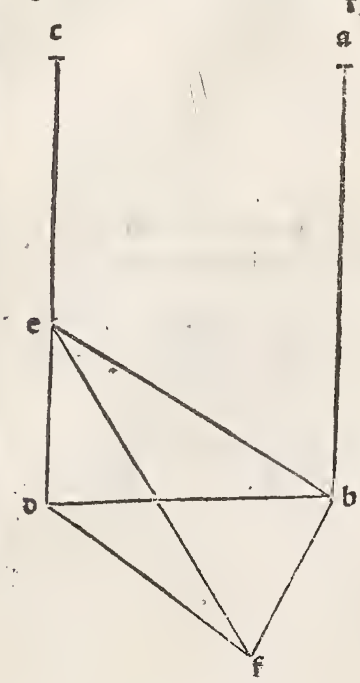
Si super tres lineas cōterminales cōi eaꝝ termino erecta linea quedā orthogonaliter insistat eedē tres linee i vna superficie site erunt. ¶Sit linea.a.b orthogonaliter erecta super cōem terminū triū lineaꝝ.b.c.b.d.b.e.angulariter se cōtingentiū in puncto.b.quaꝝ nulla alij directe applicetur qđ idem ē ac seinuicem secent in puncto.b. protracte eni se secabunt dico ꝙ tres linee.b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site. Constat autē de quibusqꝫ eaꝝ duab⁹ ꝙ ipse sunt in vna superficie site per scđam hui⁹ vel p primā ptē.2 .hui⁹.si igit̄ linea.b.d.nō fuerit in supficie duaꝝ lineaꝝ.b.c.z.b.e.sed ille duo i plano:hoc autē in sublimi:erit vt hec superficies in qua site sunt due linee.a.b.z.b.d.si protrahatur z p illud qđ notū est sup quartā secet illā in qua site sunt.b.c.z.b.e.eritqꝫ per.3.huius cōis eaꝝ sectio linea recta z ipsa sit.b.f.qꝛ igitur ex premissa linea.a.b.ē ꝑpendicularis ad superficiē duaꝝ lineaꝝ.b.c.z.b.e.sequit̄ ex diffinitione vt ipsa sit perpēdicularis ad lineā b.f.quare angulus.a.b.f.est rectus cumqꝫ etiā angulus.a.b.d.sit rectus ex ypothesi.sequitur ipossibile videlicet ptē suo toti eē equalē.

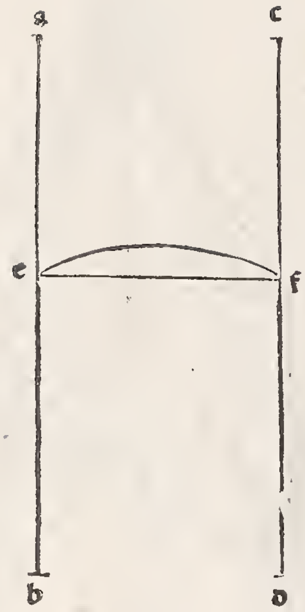
Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnā supficiē ꝑpendiculares eas eq̄distātes eē necesse est. ¶Sint due linee.a.b.z.c.d.ꝑpendiculares ad vnā superficiē dico eas esse equidistantes:protrahat̄ enim linea.b.d.eruntqꝫ ex dione duo anguli.a.b.d.z.c.d.b.recti.si igit̄ due linee.a.b.z.c.d.sint in superficie vna ipse sunt equidistantes p scđaꝫ partē.28.primi:ipsas autem esse in superficie vna sic collige:a puncto.b. super lineam.b.d.in plano cui perpendiculariter insistunt.a.b.z.c.d.ꝓtrahe orthogonaliter lineam.b.f.z ex linea.c.d.sume.d.e.equalem.b.f.z protrahe lineas.e.b.z.e.f.erunt igit̄ duo latera.e.d.z.d.b.trianguli.e.d.b.equalia duob⁹ lateribus. f.b.z d.b.trianguli.f.d.b.z angulus.e.d.b.equalis angulo.f.b.d.cū vterqꝫ sit rect⁹. itaqꝫ per quartā primi linea.b.e.ē equalis linee.d.f.itēqꝫ cū duo latera.e.b.z.b. f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.z.d.e.trianguli.f.d.e.z basis.e.f. cōis erit p.8.primi angulus.e.b.f.equalis angulo.f.d.e. cū vterqꝫ sit rect⁹:qꝛ igit̄ angul⁹.f.d.c.ē rect⁹ a dione erit etiā angul⁹.e.b.f.rect⁹:itaqꝫ linea.f.b. ꝑpēdiculariter ē erecta sup cōem terminū triū lineaꝝ.b.a.b.d.b.e.se ꝯtingētiū angulariter i puncto.b.q̄re p ꝑmissā ipse sūt i supficie vna:cū igit̄ ex ꝑma parte h⁹ scđe linea.c.d.









sit in eadem superficie. cum vtraq3 linearum.e.b.z.b.d.sequitur.a.b.z.c.d.esse i superficie vna: Constat ergo propositum.

Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duob9 punctis signatis ab altero ad alterū recta linea ducat: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoq3 in eandem sitam eē necessario comprobatur.

¶Sint due linee. a.b.z.c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem φ ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.z.f.z producatur linea recta.e.f.dico itaq3 lineam.e.f.esse sitam in superficie linearum.a.b.z.c.d.Sin autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens q̄ superficies si protrahatur secabit necessario superficiē in qua site sunt due linee.a.b.z.c.d.eritq3 per.3.huius cōmunis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile.sic eni due recte linee cōcluderent superficiem.

Propositio .8.

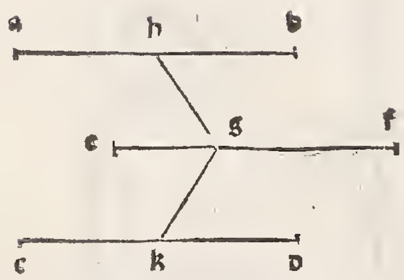
Si in idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq3 ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

¶Hec est quasi conuersa sexte.Sint enim due linee.a.b.z.c.d.equidistantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super superficiē quālibet:dico reliquā earum que est.a.b.esse perpendicularem ad eandē superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio que in sexta:eritq3 ut ibi vterq3 duoꝝ anguloꝝ.f.d.b.z. f.b.e.rectus: primus quidem per positionem.secūdus autē per.8.primi:quare p.4.hui9 linea.f.b.ē ppendiculariter erecta super sup̄ficiem ī qua sunt due linee.b.d.z.b.e.cūq3 per premissā due linee.a.b.z.c.d.sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.z.b.e.sequitur lineā.f.b.esse ppēdiculariter erectā supra superficiē in qua est linea.b.a.a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus z q2 etiam angulus.d.b.a.est rectus per vltimā partē.29.primi :sequitur per quartam huius lineam.a.b.esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.z.b.f.quare constat propositum.

Propositio .9.

Si due linee vni non in vna superficie equidistāt eas quoq3 sibi inuicem equidistare necesse est.

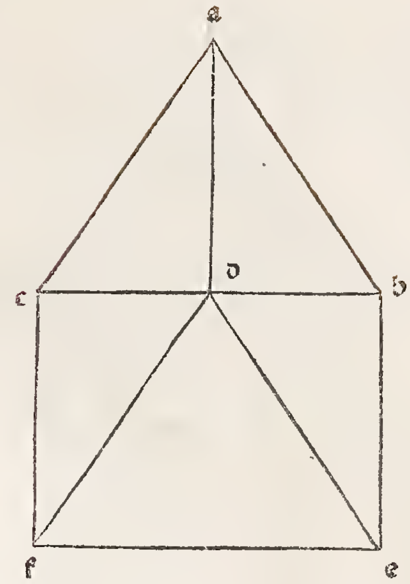
¶Sit vtraq3 duarum linearum.a.b.z.c.d.equidistās linee.e.f. nec sint omnes in superficie vna:dico φ eedem quoq3 sibi inuicem sunt equidistantes:de his quidē que sunt omnes in sup̄ficie vna probatū est per.30.primi:at vero de his que in vna sup̄ficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursū erecta ī sublimi. restat hoc loco probandū.signetur itaq3 in ea pūctus.g.a quo educantur due perpēdiculares ad duas lineas .a.b.z.c.d.que sint.g h.z.g.k.eritq3 per.4.huius linea.e.f.perpendicularis ad superficiē videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.z.g.k. itaq3 per premissā his assumptā vtraq3 illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.z.c.d. ppendicularis ē ad eandē sup̄ficiē videlicet ad illā in qua site sunt dicte due linee.g. h.z.g.k.p sextā hui9 igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qd̄ est propositū.



Propositio .10.

SI due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cōtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nō aūt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

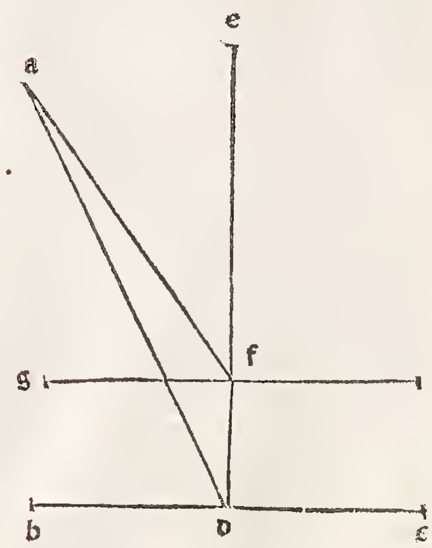
¶Sint due linee.a.b.&.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a equidistantes alijs duabus que sunt.d.e.&.d.f.se quoq; angulariter contingentibus in puncto.d.nec sint cum eis i superficie vna: dico angulū.a.esse equalē angulo.d. Esto enī linea.d.e.equalis linee.a.b.cui ipsa posita est esse equidistans. &.d.f.equalis.a.c.cui etiā ipsa equidistare ponit̄ & ducant̄ linee.d.a.&.e.b.&.f.c.eritq; ex.33.primi bis assumpta vtraq; duaꝝ lineaꝝ.b.e.&.e.f.equalis & equidistans linee.a.d.per conceptionē igitur & premissam eedē sunt equales & equidistantes sibi inuicem.& itaq; per.33.primi denuo repetitā due linee.b.c.&.e.f.sunt etiā equales & equidistātes: igit̄ per.8. primi cōstat ꝓpositū.



Propositio .11.

PUncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

¶Sit punctus.a.sursum in aere a quo volumus ad superficiē subiacentem perpendicularem ducere: ducat̄ igitur in plano illo: linea.b.c vtcūq; cōtigerit ad quā ab ipso puncto.a.ducat̄ perpēdicularis.a.d scðm doctrinā.12.primi rursusq; a puncto.d.in plano illo ad qð ducenda est perpendicularis a puncto.a.extrahat̄ linea.d.e.que sit perpendicularis ad lineā .b.c vt docet.11.primi. Ad hanc quoq; lineā.d.e.ducat̄ alia linea perpēdicularis a puncto.a.que sit.a.f.hanc dico esse eā quā intēdimus. Sit enī linea.f.g.equidistās linee b.c.& q2 vterq; duoꝝ anguloꝝ.b.d.a.&.b.d.f.est rectus: erit ex quarta huius linea b.d.perpendicularis ad sup̄ficiē in qua est triangulus.a.d.f.ideoq; etiā p.8. huius erit linea.g.f.ꝑpendicularis ad eandē superficiē: igit̄ a diffinitione erit angulus.g f.a.rectus: cūq; etiā angulus.d.f.a.sit rectus: sequit̄ ex quarta huius lineā.a.f.esse ꝑpendicularē ad superficiem in qua sunt due linee.d.f.&.f.g.qð est propositum



Propositio .12.

SUperficie ꝓposita punctoq; in ea assignato ab eo puncto ad datam sup̄ficiē lineā orthogonaliter erigere. ¶Cū a puncto quolibet in superficie ꝓposita assignato ꝑpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandē sup̄ficiē ꝑpēdicl'arē quēadmoð p̄missa docuit demittere que si i assignatū punctū ceciderit ipsa ē quā queris. Sin aūt ab ipsa assignato pūcto ad demissā perpendicularē equidistantem ducito: eā q; per.8.huius probabis eē quam queris.

Propositio .13.

DUas lineas super pūctū vnū ad sup̄ficiē vnā orthogonaliter isistere ē ipossibileē. ¶Si enī possibile ē vt due linee vni eidēq; sup̄ficiei sup punctū vnū ꝑpendiculariter insistāt sup̄ficies i q̄ ipse ꝑpendiculares site sūt itelligat̄ ꝓduci quousq; secet sup̄ficiē cui dicte linee ꝑpendiculariter isistūt eritq; per.3.huius cōmunis eaꝝ sectio linea recta: & q2 ex diffinitione vtraq; illaꝝ duarū perpendicularium cū cōmuni sectione cōtinet angulum rectū sequitur ut angulus rectus sit ps anguli recti qð est impossibile. Quēadmodū aūt demonstratū est impossibile esse ab vno eodem puncto extra sup̄ficiem

duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodemq; puncto extra superficiem signato ad eandē superficiem protractas ad ipsā esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex.6.huius qd est impossibile ex diffinitione lineaꝝ equidistantium. Constat igitur ex hac ꝙ si aliqua superficies plana aliā planā superficiem orthogonaliter secet ꝛ ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in cōmuni eaꝝ sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad cōmunē earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet.12.primi ꝛ a puncto i quo incidit cū cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandē cōmunē sectionē in superficie secta educatur ut docet.11.primi: eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendiculares rectus: quare per quartā huius prima haꝝ duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiā ad superficiē sectā. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandē superficiem quod est impossibile: relinquitur itaq; propositum nostrum.

Propositio .14.

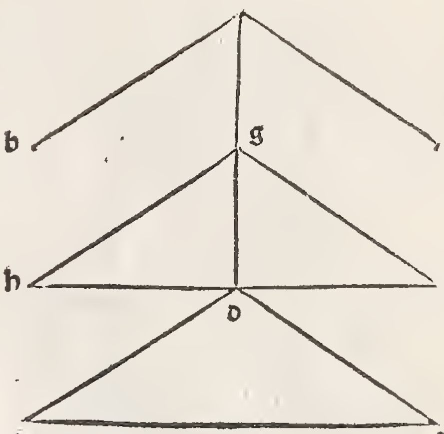
SI linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiā in infinitū i quācunq; partem protrahantur nunquā concurrēt.

¶ Posita eni linea vna duabus superficieb⁹ orthogonaliter insistere si possibile ē supficies illas cōcurrere in eaꝝ cōi sectione que per.3.huius erit linea recta: punctulq; quocunq; modo signet᷑ a quo due linee in illis duabus supficieb⁹ ad lineā illā que ipsis ppendiculariter supstat ꝓtrahat᷑: eritq; constitutus triangulus ex his duab⁹ lineis ꝛ perpēdiculari hui⁹ itaq; trianguli vterq; duoꝝ anguloꝝ qui superpendicularē cōsistūt ē rect⁹ vt pꝫ ex dione linee supra supficiē ppendiculariter stantis hoc aūt ē ipossibile per.32.primi.

¶ Econuerso quoq; videlicet si super duas superficies equidistātes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquum. ¶ Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earū ppendiculariter superstat: dico ꝙ eadem linea relique superficiei ppendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrātē eritq; cōis sectio huius supficiei secātis ꝛ alteri⁹ sectarū videlicet illi⁹ cui linea penetrās poni᷑ ppendiculariter insistere cōtinēs angulū rectum cū ipsa linea penetrāte ex dione linee ppēdiclaris ad supficiē: si igi᷑ alia cōis sectio ipsi⁹ supficiei secātis ꝛ reliq̄ duarū sectarū cū eadē linea penetrāte nō ꝯtineat angulū rectū erit ex vltima petitione pmi vt ille due cōes sectiōes i alterutrā ptē protracte necessario ꝯcurrāt quare ꝛ supficies que posite sūt equidistantes necessario ꝯcurrēt. ꝛ q2 hoc ē ipossibile erit ille angul⁹ rect⁹ eodēq; modo erit de qualibꝫ alia supficie easdē supficies eq̄distātes secāte sup eandē lineā: igi᷑ ex q̄rta h⁹ ꝛ ex ista.14. constat verū eē qd dixim⁹.

Propositio .15

SI fuerint due linee se continentes angulariter equidistantes alijs duabus se contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis contente due superficies in nulla parte quantūcunq; producantur possunt concurrere.



¶Sint due linee.a.b.⁊.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a. equidistan/tes duabus lineis.d.e.⁊.d.f.se angulariter contingentibus in puncto.d. ⁊ nō sint in superficie vna: dico eaꝝ superficies i quācūqꝫ ptē ⁊ quātūcūqꝫ protrahanť nunq̄ꝫ concurrere: protrahatur ⁊ eni a puncto.d.ꝑut docet.5.huius perpendicularis ad superficiē duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.a.c.sitqꝫ.d.g.⁊ a puncto.g.ducatur.g.h.equidi/stās.a.b.⁊.g.k.equidistans.a.c.eritqꝫ ex diffinitione vterqꝫ duoꝝ angulorum.d.g.h.d.g.k.rectus ⁊ per.9.erit linea.d.f.equidistans linee.g.k.⁊ linee.d.e.equidi/stans linee.g.h.quare p vltimā ptem.29.primi vterqꝫ duoꝝ angulorum.e.d.g.f.d.g.erit rectus: ideoqꝫ per quartā huius linea.d.g.erit ꝑpendicularis ad sup̄ficiem duaꝝ lineaꝝ.d.e.⁊.d.f.cumqꝫ ipsa eadem sit etiā ex ypothesi perpendicularis ad superficiē duarum linearum.a.b.⁊.a.c.igitur ex premissa liquet quod ē ꝓpositum

Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cō munes eaꝝ sectiones equidistantes erunt.

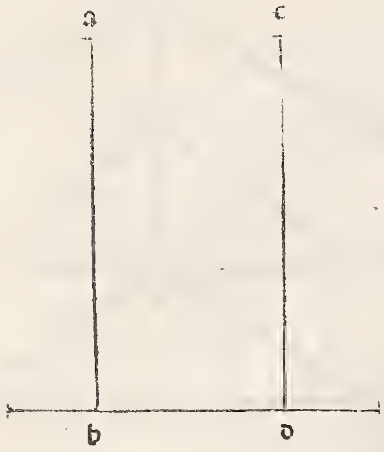
¶Constat equidem ex tertia ꝙ vna superficie quascūqꝫ duas super/ficies equidistantes secante cōmunes earum sectiones erunt due li/nee recte: que cū sint ambe site in superficie secante. si ipse nō fuerit equidistantes ponantur ad quotlibet vnum punctum concurrere: erit itaqꝫ vt vnus atqꝫ idē punctus sit in vtraqꝫ illaꝝ duaꝝ sectionū cōmunium cumqꝫ vna illaꝝ com muniū sectionū sit in vna duaꝝ sup̄ficieꝝ sectaꝝ ⁊ reliqua in altera. sequiť sup̄ficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erūt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est propositū. ¶Ex hac ⁊ premis/sa potes elicere conclusionē vnā similem.30.primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoqꝫ erunt adinuicē equidistantes. Positis eni tribus superficiebus quarum vtraqꝫ duaꝝ extremarū equidistet medie dico ꝙ ne/cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. secentur omnes illi tres superfici/cies duabus superficiebus se quoqꝫ inuicem secantibus: erūtqꝫ ex hac.16.cōmunes sectiones duaꝝ extremaꝝ superficieꝝ equidistantes sectionibus medie: quare ex.30 primi ipsi etiā sectiones duaꝝ extremaꝝ superficieꝝ erant equidistantes adinuicē. Et quia ipse contingunt se in cōmuni sectione duaꝝ superficieꝝ tres positas super ficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.

Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secēt illa rum linearum portiones proportionales esse probantur.

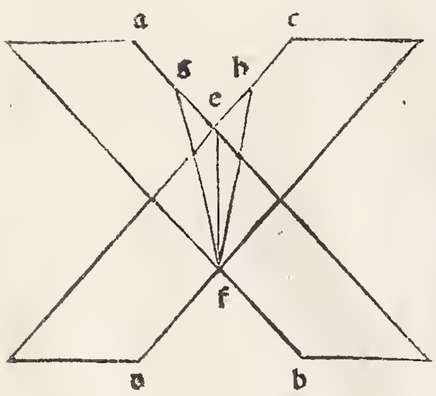
¶Intelligant eni due recte linee penetrantes qualitercūqꝫ cōtigerit tres superficies equidistantes aut etiā plures tribus. dico itaqꝫ duas portiones illaꝝ linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas pro/portiona les esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus sup/ficiebus interceptis. Coniungant enim due extremitates illaꝝ duaꝝ lineaꝝ ducta inter eas linea vna diagonaliť: eritqꝫ hoc diagonalis cū vtraqꝫ illarū duaꝝ lineaꝝ penetrātiū sup̄ficies ꝓpositas in sup̄ficie vna illas equidistantes sup̄ficies positas secāte. si ergo haꝝ sup̄ficieꝝ cōes sectiōes q̄ p premissā erūt equidistātes cogitatōe protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

Propositio .18.



SI in superficie assignata orthogonaliter steterit: linea oĩs superficies a linea illa quorsum libet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

¶ Sit enĩ linea.a.b.erecta perpendiculariter sup assignatã superficiẽ ⁊ a linea.a.b.ꝑducat̃ superficies quorsũ libuerit: quã dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam.cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cõmunis sectio linea recta ex.3.huius.sitq3.b.d.in hac ergo cõmuni sectione signato puncto quolibet qui sit.d.extrahatur ab eo In superficie que producta est a linea.a.b.linea quedã ꝑpendicularis ad lineã.b.d. que sit d.c.eritq3 ex secunda pte.28.primi linea.c.d. equidistans:linee. a.b. ideoq3 ex.8. huius linea.c.d.est etiã perpendicularis ad superficiẽ propositã:quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee.b. d.ad ipsam lineam.b.d.in ipsa superficie que producta est a linea.a.b.est perpendicularis ad propositã superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erecte:cõstat verũ esse qđ propositũ est. Propositio .19.



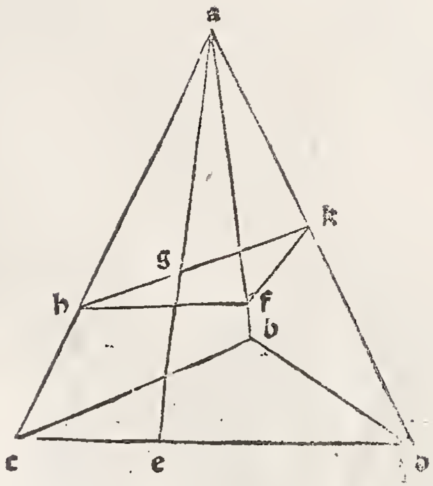
SI due superficies se inuicẽ secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

¶ Sint due superficies.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatã superficie3:sitq3 cõmunis earũ sectio linea recta.e.f.hanc dico esse perpendicularẽ ad assignatã superficiem.alioquin a puncto f.qui est cõis termin⁹ sectionũ duarũ superficierũ secantiũ:⁊ tertie supficiei secte ꝑducat̃ vna linea recta que sit.f.g.in superficie.a.b.perpẽdicularis ad supficiẽ assignatã.itẽq3ab eodẽ pũcto ducat̃ alia perpendicularis ad eandẽ supficiẽ que sita sit in superficie.c.d.⁊ ipsa sit.f.h.eruntq3 due linee.f.g.⁊.f.h.orthogonaliter insistentes super punctũ vnũ ad supficiẽ assignatã:hoc aũt impossibile per. 13.huius Tales aũt lineas posse ꝓtrahi a puncto.f.in vtraq3 duarũ superficierũ.a .b.⁊. c.d. cũ.e.f.nõ fuerit perpẽdicularis ad assignatã superficiẽ dubitare nõ cõuenit.Intelligat̃ quidẽ linea.f.b.cõis sectio superficiei.a.b.⁊ supficiei assignate ⁊ linea.f.d.superficiei.c.d.⁊ supficiei assignate.Si igit̃ linea.e.f.fuerit ꝑpendicularis ad vtranq3 duarũ linearũ.f.b.⁊.f.d.ipsa etiã erit perpendicularis ad supficiẽ assignatã ex q̃rta huius.si aũt ad neutrã sit.f.g.ꝑpendicularis ad.f.b.⁊.f.h.perpendicularis ad.f.d deinde a puncto.f.ꝓtrahe in superficie assignata vnã lineã ꝑpendicularẽ ad lineã f.b.q̃ ex dione supficiei sup aliã supficiẽ orthogonaliter erecte cũ linea.f.g.ꝯtinebit angulũ rectũ:p quartã igit̃ hui⁹erit linea.f.g.ꝑpendicularis ad superficiẽ assignatã Eodẽ quoq3 mõ ꝓtracta alia linea a puncto.f.i supficie assignata q̃ sit perpendicularis ad lineã.f.d.sequet̃ ex dione predicta ⁊ ex quarta hui⁹ lineã.f.b.eẽ ꝑpẽdicularẽ ad supficiẽ assignatã qđ ẽ impossibile p.13.huius.Qđ si ꝯfitearis lineã.e.f. esse ꝑpendicularẽ ad lineã.f.b.sed nõ ad lineã.f.d.sequet̃ modo consimili duas lineas.e.f.⁊.f.h.esse perpendiculares ad superficiem assignatam:qđ nihil minus ẽ impossibile. Propositio .20.

SI tres anguli supficiales solidũ angulũ ꝯtineãt illorũ triũ angulorum quiq3 duo pariter accepti reliquo sũt maiores.

¶ Sint tres linee. a.b.a.c.a.d.piramidaliter erecte supra superficiem.b .c .d. continentes tres superficiales angulos ex quib⁹ solidus

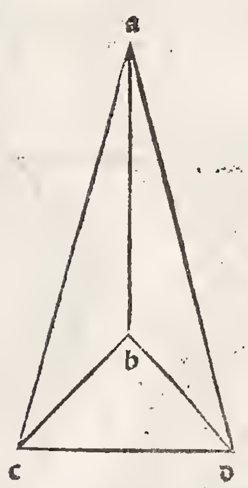
perficitur angulus in puncto.a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialib⁹ angu/lis solidum angulum in puncto.a.constituentibus pariter acceptos tertio eē maio/res. Si eni hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem eq̄les:aut si duo tantū equales tertio exi̅te minore vtrolibet duorum equalium:cōstat p cōem scientiā verum esse qd̄ dicitur. Qd̄ si eorum vnus vtrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponant̄ equales siue non equales:adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duorū reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorē.Sed ⁊ illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores:sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulus.c.a.d. maior vtrolibet re/liquorum duorum.Ex ipso ergo abscindam angulum.c.a.d.equalem angulo. b.a.d. ꝓtracta linea.a.e.⁊ sumā ex hac linea.a.e.lineā.a.g.⁊ ex linea.a.b.lineā.a.f.quas ponam esse equales ⁊ protrabam lineam a puncto.g.qualitercūq̄ contingat in su perficie duarum linearū.a.c.⁊.a.d.quousq̄ secet.a.c.in puncto.h.⁊.a.d. in puncto k.⁊ ipsa sit.h.g.k.⁊ producā lineas.f.h.⁊.f.k.cum sit igitur.a.f.equalis .a.g. posi ta.a.k.cōmuni erit per quartā primi.f.k.equalis.k.g.⁊ q2 ex.20.prime due linee h.f.⁊.f.k.sunt maiores linea.h.k.erit per cōceptionē.h.f.maior. h.g. ideoq̄ per 25.primi cū sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.h.maior angulo.h.a. g.per cōceptionē igitur cōstat duos angulos.h.a.f.f.a.k.pariter acceptos eē ma/iores angulo.h.a.k.qd̄ erat demonstrandū.

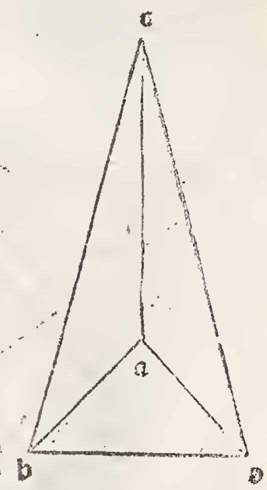


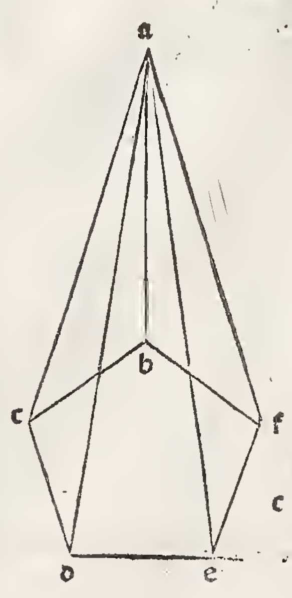
Propositio .21.

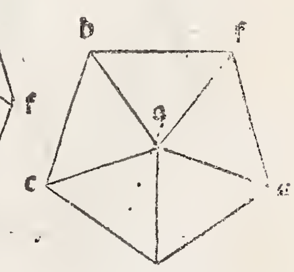
Omnis angulus solidus quatuor rectis āgulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialiū ipsū solidū con/tinentium quantitate determinatur:hac ergo.21.propositioāliter ꝑ/ponit̄ quoq̄ quoslibet supficiales angulos solidū quēlibet cōtinētes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores .Sit eni triangula piramis a.b.c.d.cui⁹ supremus angulus cū possit esse quilibet suorum angulorum hic tū sit.a.de quo dico ꝙ tres supficiales anguli ipsū.a.ꝯtinentes sint minores quatuor rectis. Constat eni ex.32.primi.9.angulos triū ⁊angulorum hanc piramidē circūstantium ⁊ ipsi sunt.a.b.c.a.c.d.a.d.b .esse equales sex angulis rectis:de trib⁹ aūt angulis basis ei⁹ que ē triāgulus.b.c.d .cōstat quoq̄ ꝑ eandē ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis.cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram piramidē de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū:qui inq̄ sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent:sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis:sequit̄ ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. ex.nouē.igit̄ angulis trium triangulorum piramidē circūdantiū his sex angulis demptis erunt ex cōmuni scīa reliqui tres ⁊ ipsi sunt qui constituūt so/lidū angulū.a.minores.4.rectis.Si aūt angul⁹.a.supmus i assūpta piramide plu/rib⁹ angulis supficialib⁹quā trib⁹ꝯtineat̄ qd̄ erit fm multitudinē anglorum sue basis: cū igit̄ oēs anguli oim triangulorum ipsā piramidē circūdātiū piter accepti sint ex.32 pmi tot rectis angulis eq̄les quāt⁹ē numer⁹anglorum sue basis duplicat⁹:eo ꝙ tot ne cesse ē ēe triangulos piramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis.Cūq̄ omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis eq̄les quant⁹ē numer⁹angulorum suorum dupli/catus: demptis inde.4.ut in.32.pmi demonstratum est. Cunq̄ igitur omnes an/



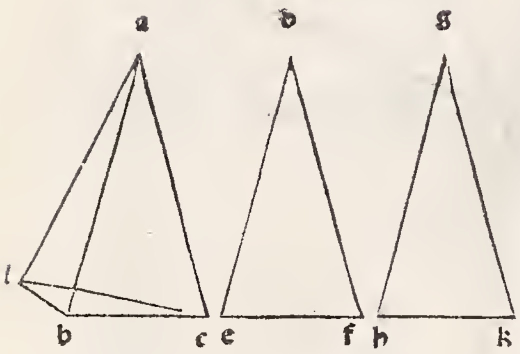






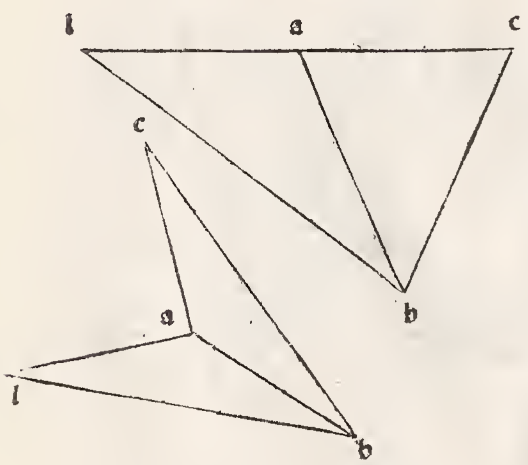
guli trianguloꝝ piramidē circūdātiū qui sup latera basis ipsi⁹ piramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt euidēter con/stat ex premissa totiēs quot angulos basis habuerit repetita. adhuc necessario se/quitur ex cōi scia supficiales angulos solidū angulū.a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquā minores quo oēs anguli trigonoꝝ pirami/dem circūdantium qui sup latera basis statute piramidis consistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22.



Si tres anguli superficiales quoꝝ quinq3 duo pariter ac/cepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsaꝝ li/neaꝝ equalium terminis subtendētibus triangulum subsi/tui vel constitui possibile est:

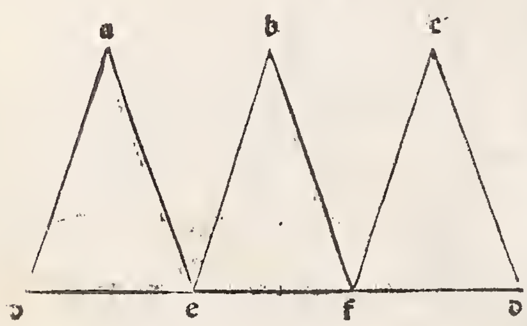
¶Sint tres supficiales anguli.b.a.c.e.d.f.b.g.k. vt ponit: tales videlicet ut qui q3 duo eoꝝ tertio sint maiores. sintq3 sex latera eos continentia equalia que sint a.b.a.c.d.e.d.f.g.b.g.k. ꝛ subtēdant eis tres bases que sint. b.c.e.f.b.k. Ex his ergo tribus basibus triangulū aio constitui posse. Esto eni angulus.b.a.l. equa/lis angulo.d. ꝛ linea.a.l. linee.d.e. ꝛ protrahantur.l.b.l.c. eritq3 ex.4. primi linea l.b. equalis linee.e.f. ex ypothesi vero ꝯstat to talem angulū.a. esse maiorem angu lo.g. erant eni quiq3 duo ex tribus angulis.b.a.c.d.ꝛ.g. tertio maiores igit ex.24 primi linea.l.c. linea.b.k.ē maior. cunq3 sint ex.20. primi due linee.l.b.ꝛ.b.c. maio res linea.l.c. sequitur duas lineas.l.b.ꝛ.b.c. esse multo fortius maiores linea.b.k. quia igitur.l.b. est equalis.e.f. erunt due linee.b.c.ꝛ.e.f. maiores linee.b.k. Con/stat itaq3 hoc modo quasq3 duas lineas ex tribus lineis.b.c.e.f.b.k. esse longi/ores tertia: igit ex.22. primi constat verum esse qd dicitur: hoc dūtaxat addito ꝙ si duo anguli.b.a.c.ꝛ.d. pariter accepti sint equales duobus rectis erunt due linee l.a.ꝛ.a.c. ex.14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis.g b.ꝛ.g.k. que ex.20. primi longiores sunt linea.b.k. cunq3 ex eadē linee due.l.b.ꝛ.b c. sint longiores linea.l.c. sequitur vt prius.b.c.ꝛ.e.f. piter acceptas eē longiores b.k. At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis: erunt ex.21. primi due linee.a.l.ꝛ.a.c. ideoq3 ꝛ due.g.b.ꝛ.g.k. breuiores duab⁹ q̄ sūt.l.b.ꝛ.b.c. qua re vt prius.b.c.ꝛ.e.f. pariter accepte sunt longiores linea.b.k.



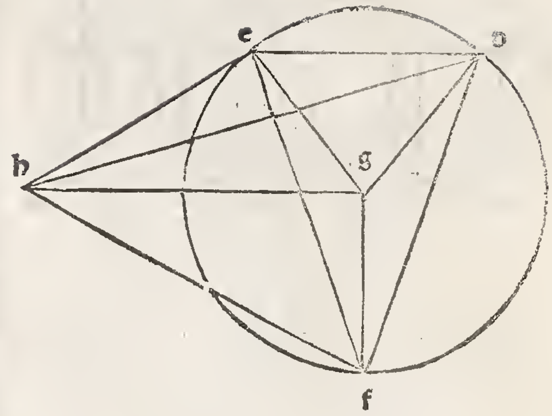
Propositio .23.

Tribus angulis supficialibus propositis quoꝝ quiq3 duo piter accepti tertio sunt maiores omnes aūt tres simul qua tuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalib⁹ qua lescunq3 sint solidum angulum constituere.

¶Sint ppositi tres anguli supficiales qui sunt.a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnū solidū angulū constituere oportet: igit ex.21.h⁹ vt quiq3 duo eoꝝ pariter accepti tertio sint maiores ꝛ ex.21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq3 sint hec posita: latera vero eos continētia cuncta adinuicem sint equalia eisq3 subtendantur tres bases ꝛ ipse sint d.e.e.f.ꝛ.f.d. eritq3 ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalib⁹ tri āgulum constitui. Sit igit ex eis cōstitut⁹ sm doctrinā.22. primi triangulus.d.e.f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribat circulus. d.e. f. supra cen/trum.g.ꝛ ptrahāt: g.d.g.e.g.f. que cū sint adinuicē eq̄les ex dione circuli lateraq3

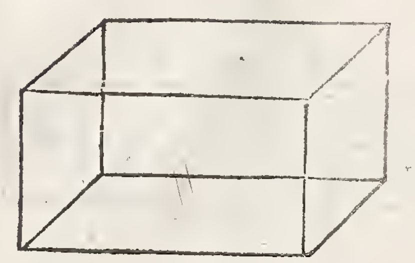


tres ꝓpositos angulos ambientia equalia ex ypothesi necesse est vt eaꝝ quelibet quolibet illorum laterū sit minor equalē aūt aut maiorē esse est impossibile Si eni linea exiens a centro.g.ad circūferētiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui lateꝝ.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sūt annuente.8.primi tres angulos.a.b.c.ꝓpositas esse equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d. cūq3 hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile p3 ex.13.primi:protracta paulisp vna lineaꝝ exentiū a centro ad circūferentiam in continuum ꝛ directū:essent etiā tres anguli.a.b.c.equales etiā quatuor rectis qđ est cōtra posita. Qđ si esset maior superpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triāgulis diuidentibus triangulum.d.e.f. vnoquoq3 illi cū quo cōicat in basi itaq3 bases supponant̄ basibus equales videlicet equalibus ꝛ anguli.a.b.c.cadant ad ptem puncti. g. sequeret̄ ex.21.pmi tres āgulos.a.b.c.esse maiores trib⁹ qui sūt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. ercēt itaq3 maiores q̄tuor rectis qđ ē ampli⁹ ꝯtrariū positis Relinquit̄ itaq3 vnūquodq3 ex sex lateribus tres ꝓpositos angulos ābientibus maius esse linea egrediente a centro.g.ad circūferentiā.d.e.f.ideoq3 etiā potentius.Sit igitur potentius ī linea.g. h.que sit scđm.12.h⁹ orthogonaliter erecta sup supficiē anguli vel circuli d.e.f.demittāturq3 tres ypothemise.h.d.h.e.h.f.quas dico cōtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulū solidum in puncto.h cū eni quadratū linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.g.ꝛ. g.h.ex ypothesi At quadratū linee .d.h.sit equale eisdē ex penultima primi necesse est lineā.a.d.esse equalem linee.d.h eodēq3 modo ꝛ lineā.a.e.linee.e.h.igit̄ ex.8.pmi cū bases etiā sint equales erit angulus.a.equalis angulo.d.h.e .silr quoq3 nō erit angulus.b.equalis angulo.e.h.f.ꝛ angulus.c.equalis angulo.f.h.d. quare cōstat factū eē quod facere disposuimus.



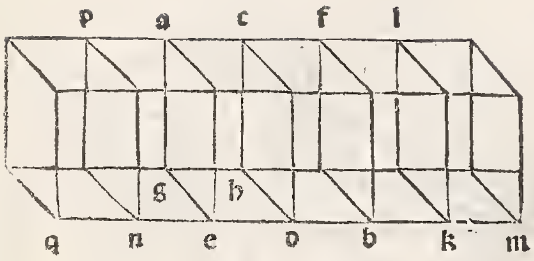
Propositio .24.

SI superficiebus equidistantibus solidum cōtineatur eius opposite supficies sibi inuicē equales sunt ꝛ equidistantiū laterum.¶Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cōtineri que sicut eē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente.Constat eni columnā exagonā posse.8.superficiebus que bine ꝛ bine opposite sibi inuicem equidistant contineri:sic quoq3 octogonā.10.ꝛ decagonam.12.ꝛ ad istaꝝ similitudinē in infinitū.S3 hoꝝ omniū solidoꝝ equidistantibus superficiebus contentoꝝ que infinita esse pronuncio solū illud dicit̄ paralellogramū cuius omnes superficies ipsū ambientes palellograme sunt ꝛ istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri:de tali itaq3 qđ sex tm̄ supficiebus ambit̄ dico debere itelligi ꝙ hec.24.ꝓponit:sic igit̄ tale solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cōprehendas:patebitq3 tibi vnāquāq3 earū quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cōmunes sectiones ipsius secantis ꝛ quatuor sectaꝝ.Sint autē ille quatuor secte bine ꝛ bine bm ꝙ adinuicem opponunt̄ equidistantes ex ypothesi:sequit̄ ex.16.bis assumpta ut quatuor latera hui⁹ supficiei secantis ꝛ quatuor sectaꝝ sint adinuicē bina ꝛ bina equidistātia. Cōstat itaq3 scđm. At vero ex.34.primi manifestū ē oia latera opposita istaꝝ sex supficieꝝ eē equalia:erūt igit̄ bina latera angulū planū cōtinētia cuiusq3 eaꝝ equalia binis lateribus angulū planū in supficie sibi opposita ꝯtinentib⁹.anguli quoq3 ab illis binis ꝛ binis lateribus ꝯtenti equales p.10.h⁹: igit̄ ex ꝯuersa penultime cōis

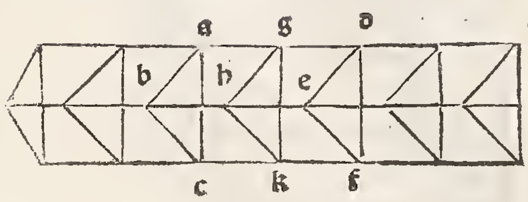


ſcīe in primo libro poſite neceſſe ēſt quaſq; duas ſuperficies in ſolido.a.b.oppo/ſitas eſſe ſibi inuicē equales qđ eſt propoſitū. Propoſitio .25.

SI ſuperficies quedā ſecet ſolidū paralellogramū eq̄diſtā/ter duabus ipſius ſolidi ſupficiebus oppoſitis duo partia lia corpora que ad illam ſecantem ſuperficiē velut ad cō/munē terminū copulant̄ ſuis baſibus ſunt proportionalia ¶Sit corpus.a.b.ſolidū palellogramū ⁊ ſecet ipſum ſupficies.c.d. equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus que ſunt.a.e.⁊.f.b.⁊ ſit ſupficies g.h.baſis ipſius ſolidi.a.b.de qua conſtat per premiſſā ꝙ ipſa ſit equidiſtantium lateꝝ ⁊ ſit cōis ſectio duaꝝ ſupficieꝝ.c.d.⁊.g.h.linea.h.d.de qua conſtat p. .hu/ius ꝙ ipſa ſit linea recta ⁊ p.16.huius ꝙ ipſa ſit equidiſtans.g.e. ideoq; ſunt due ſuperficies.g.d.⁊.h.h.equidiſtantiū lateꝝ ⁊ ipſe ſunt baſes duoꝝ ptialiū corpoꝝ in que ſupficies.c.d.diuidit ſolidum.a.b. dico itaq; ꝙ ꝓportio ſolidi.a.d.ad ſoli dū.b.c.ē ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.protrahant̄ eni vtrinq; quātū libuerit.qua tuor linee penetrantes ſupficiē.c.d. ſup eius angulos ⁊ ipſe ſunt.a.f.⁊.e.b.cū dua bus reliquis ſibi equidiſtantibus. Sumant̄q; ex eis omnib⁹ portiones ex pte pun cti.b.quot libuerit que ponant̄ ſingule eq̄les linee.b.d. ⁊ ex parte puncti.e.alie ſil̄r quot libuerit que ponant̄ equales linee.e.d.ſup quas vtrinq; ꝯſtituāt̄ ſolida palel lograma ſcōm ſuaꝝ longitudinē exigentiū.Sintq; ex p te puncti.b.ſolida.f.k.⁊.l. m.⁊ ex pte puncti. e.ſolida. a.n.⁊.q. a.eritq; ex dione corpoꝝ equaliū atq; ſimi/liū vnūqđq; ſolidoꝝ.f.k.⁊.l.m.equale ſolido.e.b. ⁊ vnūqđq;.a.n.⁊.p.q. ē equale a.d.fiat igit̄ argumētū quēadmodū i prima ſexti ē eni ſolidū.c.m.ita multiplex ſo lidi.b.c.ſic baſis.h.m.baſis.h.b.⁊ ſolidū.q.c.ita mltiplex ſolidi.a.d.ſic baſis.q.b baſis.g.d.⁊ ſi baſis.h.m.ē eq̄lis baſi.q.b.ſolidū.e.m.eſt eq̄le ſolido.q.c.ex dione corpoꝝ equaliū atq; ſimiliū ⁊ ſi baſis ē minor baſi ⁊ ſolidū ē min⁹ ſolido ⁊ ſi maior mai⁹ qđ pȝ ex dione eadē reſecata maiori baſi ad eq̄litatē minoris ⁊ deſcripto ſup eam ſolido palellogramo. itaq; ex dione icōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio ſolidi a.d.ad ſolidū.c.b.ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.qđ eſt ꝓpoſitū. Qđ ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſeratile equidiſtanter duabus eius triangularibus ſupficiebus oppoſitis duo partialia corpora que ad illā ſecantē ſuperficiē velut ad cōem termi num copulant̄ ſuis baſib⁹ erūt proportionalia.¶Sit eni.a.f.corpus ſeratile cuius ſint due trigone ſupficies.a.b.c.d.e.f.Cōſtat igit̄ ex dione ſeratilis vnāquāq; tri um ſupficieꝝ que ſunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.eē paralellogramū: ſecet igit̄ ſupfi/cies.g.h.k. iſtud ſeratile equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus q̄ ſunt a.b.c.d.e.f.dico ꝙ ꝓportio ſeratilis.a.k.ad ſeratile.g.f.ē ſicut baſis.a. k.ad ba/ſim.g.f.qđ ſicut de ſolidis palellogramis ꝓbat̄ ꝓtractis eni in vtrāq; ptē lineis.a d.b.e.c.f.factiſq; inter eas ex pte puncti.e.ſeratilibus equalibus ſeratili. g.f. ⁊ ex pte puncti .b.alijs equalibus ſeratile.a.k.vtrinq; quouis numero ex dione incon tinue ꝓportionalitatis.ſi cuncta vigili mente pluſtres nō erit tibi difficile cōclude/re quod diximus. Propoſitio .26.



SUper datum punctū date linee angulo ſolido propoſito equalē angulū ſolidū conſtituere. ¶Solidus angulus propoſitus ſit.a.qui cōtineat̄ tribus lineis.a.b.a.c.a.d.tres ſuper/ficiales angulos ipſū ſolidū pficientes cōtinentib⁹ cui ſup punctū.e. linee.e.f.ꝓpoſite que ad libitū ꝓponentis iaceat: aut in ſublimi cōſurgat iubemur



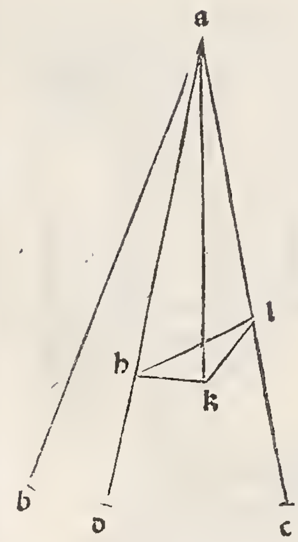
equalē angulum solidū cōstituere qualiscūq3 sit situs linee.e.f.a puncto.g.vbicūq3 volueris signato: pducito lineā.g.e.eruntq3 ex scōa b⁹ due linee.e.f.⁊.g.e.i supficie vna.in hac itaq3 superficie super punctū.e.datū in assignata linea scōm ꝓsiliu3 23.primi constitue angulū equalē angulo.b.a.c.⁊ ipse sit.f.e.g. dehinc ex linea.a.d.abscinde lineam.a.b.sicut volueris ⁊ a puncto.b. producito perpendicularem b.k.ad superficiē in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.qō qualiter faciendum sit.11.hu ius docuit:nec sit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil eni refert vtꝝ ꝑpendicularis b.k.occurrat supficiei in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito tn̄ lineā.a.k.positoq3 puncto.l.in linea.a.b.vbicūq3 volu eris ꝓtrahe lineas.k.l.⁊.l.b.⁊ pone angulū.f.e.m.in supficie lineaꝝ.e. f.⁊.e.g. equalē angulo.b.a.k.⁊ lineā.e.m.equalē linee.a.k.⁊ ex linea.e.f. sume lineā .e.p. equalē linee.a.l.⁊ a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝑpendicularē ad superficiē in qua sunt due linee.e.f.⁊.e.g.⁊ pone eā equalē.b.k.⁊ protrahe lineas.e.n.n.p.⁊.p.m. dico igit̄ tres lineas.e.f.e.g.e.n.cōtinere angulū solidū in puncto.e.equalē angu lo.a.proposito: cū sint eni ex ypothesi duo latera.a.k.⁊.k.b.triāguli.a.k.b.equa lia duobus lateribus.e.m.⁊.m.n.trianguli.e.m.n.⁊ anguli qui sunt ad.k.⁊ ad.m recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra supficiē erunt ex quarta p̄mi due linee.a.b.⁊.e.n.equales:per eandē quoq3 erunt due linee.k.l.⁊.m.p.equa les.ideoq3 etiā p eandē.b.l.⁊.n.p.equales:cum sint.b.k.⁊.k.l.equales.m.n.⁊.m p.⁊ anguli.b.k.l.⁊.m.n.p.recti p.8.igit̄ primi erit angulus.n.e.p. equalis angu lo.b.a.l.Simili quoq3 modo ꝓbabis angulū.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d.con stat itaq3 nos effecisse qō volumus:huic si studiosus insisteris quotcūq3 lateribus a.solidus angulus ꝓpositus cōtineat̄ qō a te petit̄ sine offēdiculo perficere poteris

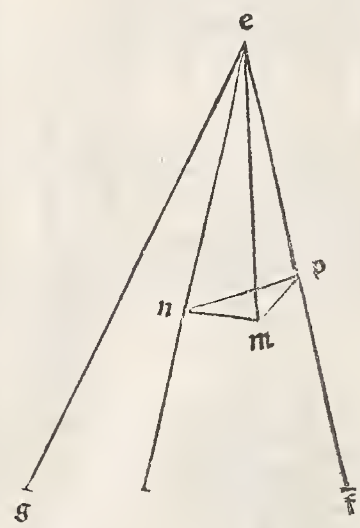
Propositio .27.

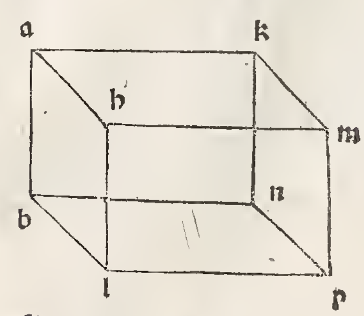
Super assignatā lineam dato solido equidistantium supficierum simile solidum constituere. ℭ Sit assignata linea.a .b.de cuius situ vtrū in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curet̄:sitq3 assignatū palellogramū solidū corpus.c.d.cui sup lineā.a.b.iubemur simile solidū fabricare.Sint igit̄ tres linee ꝓtinentes superficiales angulos ex quibus ponit̄ solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g.At scōm p̄cepta premisse super punctū.a.linee.a.b.cōstituat̄ angulus solidus equalis. c.quē cōtineāt tres linee.a.b.a.h.a.k.⁊ auxilio. 10.sexti sit ꝓportio.c.e.ad.a.b.⁊.c.f.ad a.h.⁊.g.c.ad.a.k.ꝓportio vna : dehinc a trib⁹ punctis.b.h.k.ꝓtrahant̄ sex linee b.l.equidistans linee.a.h.⁊.b.m.equidistans linee.a.k.iteꝝ.h.l.equidistās linee a.b.⁊.h.n.equidistans linee.a.k.rursus quoq3.k.n.equidistans.a.b.⁊.k.m. equi distans.a.h.amplius aūt ꝓtrahant̄.m.p.equidistans.b.l.⁊.p.l.equidistans.b.m ꝓtrahat̄ quoq3 ⁊ linea.p.n .eritq3 cōpletū solidū palellogramū.a.p. quod dico eē simile solido.c.d.hoc aūt ex dione silium supficieꝝ ⁊ dione silium corpoꝝ si earum memineris facile cōcludes.

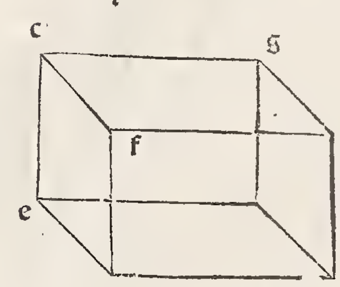
Propositio .28.

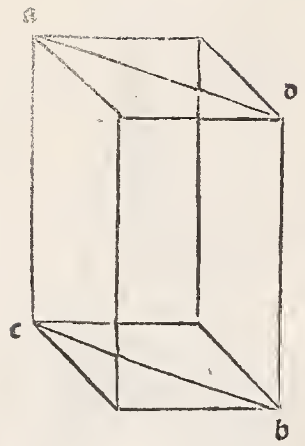
Si supficies aliqua solidū palellogramū sup duas quaslib3 oppositas supficies eius terminales ⁊ sup eaꝝ duas diametros secet eadē supficiē corp⁹illud p equalia secare necesse est. ℭ Sit corpus.a.b.solidū palellogramū de quo sit positum ꝙ supficies.a.b.c.d.secet ipsū sup diametros duaꝝ superficierū oppositaꝝ ipsū solidū terminātiū q̄ sint .a. d.⁊.c.b .dico ꝙ ipsa diuidit istud solidu3

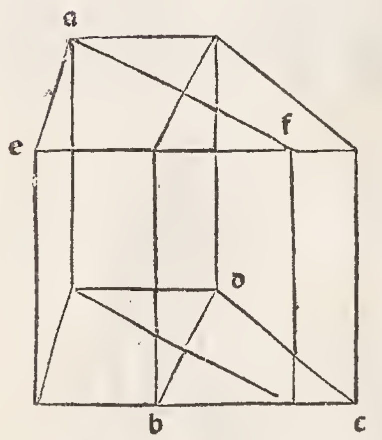


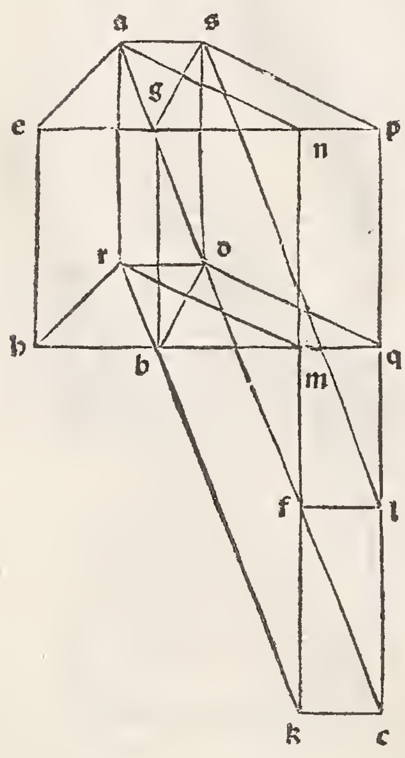












ꝓpositũ per equalia.cõstat enĩ ꝙ ipa diuidit illud solidũ in duo seratilia quoꝝ sup
ficies quadrilateras binas ⁊ binas ad inuicẽ relatas sc̃dm ꝙ ipse sunt opposita la/
tera solidi ꝓpositi manifestũ ẽ ex.24.hui⁹ eẽ equales cũ solidum de quo loquimur
positũ sit esse palellogramũ:ex eadẽ quoq3 ⁊.41.pmi cõstat trilateras supficies di
ctoꝝ seratiliũ esse equales:igit̃ a dione solidoꝝ equaliũ liquet quod propositum est

Propositio .29.

Cuncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atq3 ĩ
eadẽ basi sup vnã lineã constituta probantur esse equalia.
¶ Veꝝ ẽ ꝙ solida equidistantiũ lateꝝ eque alta siue iter supficies eq̃
distantes super vnã ⁊ eadẽ basim cõstituta sunt adinuicẽ equalia si/
cut de superficiebus equidistantiũ lateꝝ super vnã basim ⁊ inter line
as equidistantes ↄstitutis ut in.35.pmi demonstratũ est.sed talium solidoꝝ que
dã dicunt̃ constitui super lineã vnã ⁊ sunt illa quoꝝ supp̃emaꝝ supficieꝝ duo op/
posita latera sunt ƀm rectitudinẽ ꝓtracta linea vna:⁊ de talibus hec.29.proponit
demonstrandũ ipsa oia esse equalia adinuicem.sunt aũt eoꝝ alia que nõ dicuntur
cõstituta super lineã vnã ⁊ sunt illa quoꝝ supp̃emaꝝ superficieꝝ duo latera oppo
sita quecũq3 sumant̃ ƀm rectitudinẽ ꝓtracta nõ sunt linea vna ⁊ de talib⁹ sequens
demonstrandũ ꝓponet ipsa quoq3 oia eẽ adinuicẽ equalia. Sint itaq3 duo solida
palellograma eque alta siue inter supficies equidistantes.a.b.⁊.a.c.cõstituta sup
vnã basim que sit.a.d.quoꝝ supp̃eme supficies sint.e.b.⁊.f.c.Sintq3 haꝝ supp̃/
maꝝ supficieꝝ duo latera opposita cũ sc̃dm rectitudinẽ ꝓtrahant̃ linea vna ⁊ ipsa
sunt.e.f.⁊.b.c.dico itaq3 ꝙ solida.a.b.⁊.a.c.sunt equalia:hoc aũt si figurã ci⁹ ƀm
ꝙ oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quẽadmodũ in.35.pmi processeris
idem faciẽs hic de seratilibus qd̃ ibi de triangulis facile cõcludere poteris occur/
runtq3 tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in supficieb⁹ occurrisse nouisti

Propositio .30.

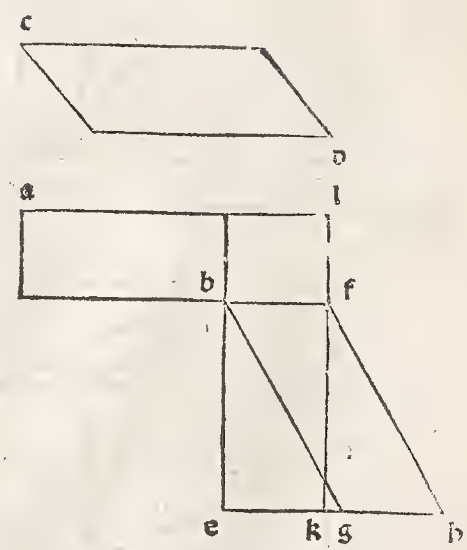
Cuncta solida equidistantiũ supficieꝝ eque alta que ĩ eadẽ
basi nõ aũt sup lineã vnã fuerint ↄstituta ꝓbant̃ esse eq̃lia.
¶ Sint nũc duo solida palellograma eque alta siue inter supficies eq̃
distantes sintq3 sup vnã ⁊ eadẽ basim sed nõ sup lineã vnã ↄstituta:
dico iteꝝ ea eẽ equalia.Esto enĩ duo solida palellograma.a.b.⁊.a.c.
eque alta siue inter supficies equidistãtes ↄstituta sup vnã basim que sit.a.d.ſ3 nõ
super vnã lineã:sintq3 eoꝝ supp̃eme supficies.e.b.⁊.f.c.quaꝝ opposita latera ƀm
rectitudinẽ ꝓtracta nõ erũt linea vna.cũq3 ipsa ex ypothesi sint ĩ vna superficie eo
ꝙ solida proposita sunt inter superficies equidistnates:necesse ẽ vt duo latera vni
us earum ꝓtracta sc̃dm rectitudinẽ secẽt duo alterius eaꝝ ꝓtracta sc̃dm rectitudi/
nẽ:protrahãt̃ itaq3 duo opposita latera superficiei.e.b.que sint.e.g.⁊.h.b.⁊ duo
opposita superficiei.f.c.que sint.k.f.⁊.c.l.⁊ secent se sup quatuoꝛ pũcta.m.n.p.q
eritq3 superficies.m.n.p.q.equidistantiũ lateꝝ equalis vnicuiq3 triũ superficierũ.
quaꝝ vna ẽ basis ꝓpositis solidis cõis ⁊ ipsa ẽ.a.d.⁊ due relique sũt supp̃eme su/
perficies eorundẽ solidoꝝ ⁊ ipse sunt.e.b.⁊.c.f.ductis itaq3 lineis a quatuoꝛ pun/
ctis.m.n.p.q.ad quatuoꝛ angulos basis.a.d.sibi sc̃dm directã habitudinẽ relatos/
q̃ sit.n.a.m.r.p.s.q.d.perfectũ erit solidũ paralellogramũ.a.q.ĩ eadẽ basi cũ vtro
q3 duoꝝ prioꝝ ⁊ eque altũ ⁊ sup lineã vnã cũ vtroq3 ipsoꝝ: per p̃missaꝫ igit̃ vtrũ/
lib3 duoꝝ solidoꝝ ꝓpositoꝝ que sũt.a.b.⁊.a.c.ẽ equale solido.a.q.p ↄceptionem

ergo est solidū.a.b.eq̄le solido.a.c.q̄re constat ꝓpositū. ¶ Potes quoq; ɔuersas huius ⁊ premisse ꝓbare si libet ducendo ad impossibile: pones eni quelibet duo solida palellograma eē eq̄lia ⁊ ɔstituta super eandē basim equidistātia ⁊ demōstrabis ea eē eque alta. Erūtq; hee ⁊ premissa tue demōstrationis mediū: impossibile aūt ad quod duces erit: partē suo toti esse equalē: qd̄ euidenter patebit si de illo solido qd̄ altius eē mentit̄ aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia ⁊ sup eandē basim cōstituta vnū solidū paralellogramū eque altū demissiori absciderís: hoc autē abscisum equale esse demissiori cōuinces ex hac ⁊ premissa. ideoq; ⁊ toti illi a quo ipsum absciderís ex cōi scia.

Propositio .31

Solida equidistantiū sup̄ficieꝝ in basibus equis cōstituta si fuerint eque alta lineeq; eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; veꝝ ē ꝙ oīa solida paralellograma in equis basibꝰ atq; inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt ad inuicē equalia sicut de superficiebꝰ equidistantiū laterū super equales bases ⁊ inter lineas equidistātes constitutis in.36.primi probatū ē. At taliū solidoꝝ alia sūt quoꝝ angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt̄ de quibꝰ hec.31.ꝓponit demōstrandū esse ea eē equalia. Alia vero sunt quoꝝ angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte: de quibus sequēs demōstrādū proponit ea eē equalia: intelligant̄ itaq; super duas bases.a.b.⁊.c.d.que sint equales ⁊ equidistantiū lateꝝ nō tñ vnius creationis. sed sit.a.b.tetragonus longus.⁊.c.d. simile helmuaym duo solida equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintq; linee erecte super angulos ꝓpositaꝝ basiū ꝑpendiculares ad ipsas. dico hec duo solida ad inuicē esse equalia protrahant̄ itaq; duo latera basis.a.b.⁊ sint illa que cōtinēt angulum.b.vsq; ad.f.⁊.e.⁊ fiat angulus.f.b.g.equalis angulo.c.basis.c.d. ⁊ sumāt̄ due linee.b.f.⁊.b.g.equales duobus lateribus basis.c.d.que cōtinent angulū.c.⁊ perficiat̄ superficies equidistantium laterum.b.h.que erit equalis ⁊ silis basi. c.d. dehinc ꝓtrahat̄.h.e.equidistans.b.f.⁊.f.k.equidistans. b.e. eritq; quadrilatera superficies.b.k.equidistantiū laterū equalis.b.h.ex.35.primi: cūq;.b.h.sit equalis.c.d.erit per cōceptionē.b.k.equalis.a.b. Cōpleat̄ itaq; superficies equidistantium laterum.b.l.protracta linea.k.f.quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus continentibus angulū.a.in puncto.l.age ergo super tres superficies equidistantiū laterum que sunt.b.h.b.k.b.l.cōstituātur eque alta solida solido cōstituto super basim a.b.sintq; linee omniū solidoꝝ istorum erecte super bases perpendiculares ad ipsas ⁊ appellentur bases ⁊ solida super eas cōstituta eisdē nominibus: manifestum est ergo ex diffinitione solidoꝝ equalium atq; similium ꝙ duo solida.b.h .⁊.c.d. equalia atq; similia sunt: de solidis aūt.b.h.⁊.b.k.constat ex.29.ꝙ ipsa sūt equalia: sunt eni eque alta ⁊ cōstituta super vnā ⁊ eandē basim ⁊ ipsa ē superficies erecta super lineā.b.f.⁊ super lineā vnā: ē aūt p.25.proportio solidi.a.b.ad solidum b.l.sicut basis.a.b.ab basim.b.l.⁊ per eandem solidi.b.k.ad solidum.b.l.sicut basis.b.k.ad basim.b.l.cumq; sit vtriusq; duarum basium.a b.⁊.b.k.ad basim.b.l. vna proportio: ex prima parte.7.quinti erit vtriusq; duoꝝ solidorum.a.b.⁊.b.k. ad solidum .b.l.proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solida.a.b.⁊.b.k.equalia: at quia solidū.b.k.est equale solido.b.h.solidūq;.b.h.solido.c.d.sequit̄ ex cōi scia solidum.a.b.eē eq̄le solido.c.d.quod est propositum.



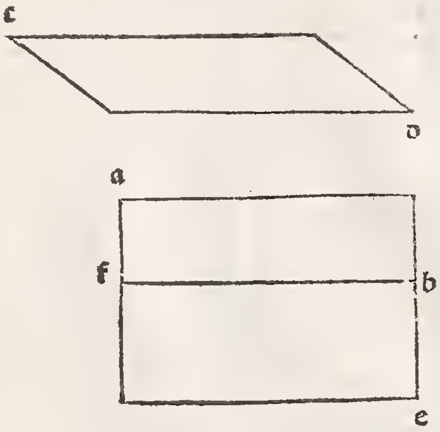
Propositio .32.

Si solida equidistantiū superficierꝫ in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autē angulares supra bases orthogonaliter nō steterint: ipsa eē equalia necesse est.

¶ Fabricatis duob⁹ corporibus vt proponitur videlicet q̄ sint equidistantiū terminorꝫ ⁊ eque alta ⁊ sup bases equas perpendiculariter nō aūt super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarꝫ superficierꝫ ipsorꝫ ad bases suas perpēdiculares ducantur q̄ ex 6. erūt singulares equidistantes ⁊ etiā ex ypothesi singule singulis equales ipse cū solidorꝫ ꝓpositorꝫ altitudinē diffiniunt: ⁊ si inter eas solida equidistantiū laterum pficiant̄ constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicē equalia. Cumqꝫ duorꝫ priorꝫ ⁊ duorꝫ posteriorꝫ sint eedem bases videlicet eorꝫ superficies suppreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cōmuni sciētia: quecūqꝫ equalibus sūt equalia sibi inuicē sunt equalia verꝫ esse qđ ꝓpositū est. Ex his potes cōuersas huius ⁊ premisse eisdē mediantib⁹ indirecte demōstrare si libet eodē mō ⁊ ad idē icōueniēs sicut in cōuersis duarꝫ istas antecedentiū deducēdo: pones eni duo solida paralellograma eē equalia ⁊ sup equales bases ⁊ cōuinces ea esse eque alta vel pones ea eē eque alta ⁊ eq̄lia ⁊ cōuinces ea eē sup bases eq̄les.

Propositio .33.

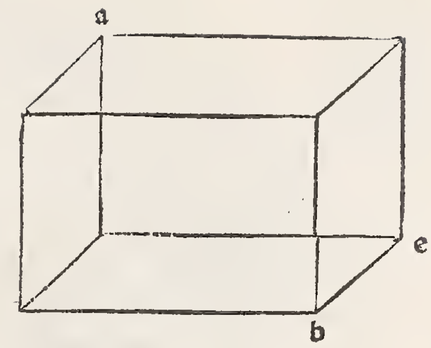
Omnia solida equidistātiū superficierꝫ eque alta suis basibus sunt proportionalia. ¶ Sint duo solida equidistātiū superficierꝫ eque alta cōstituta super duas bases. a. b. ⁊. c. d. dico ꝙ ꝓportio illorꝫ duorꝫ solidorum vnius ad alterum est sicut ꝓportio suarū basium que sūt. a. b. ⁊. c. d. vni⁹ ad alterā. Cōstat quidē ex. 24. vtrāqꝫ harꝫ duarū basiū esse equidistantiū laterū: duo igitur latera opposita ⁊ equidistātia in superficie. a. b. ꝓtrahant̄ ⁊ inter ea fiat superficies equidistantiū laterꝫ que sit. f. e. equalis. c. d. dehinc supra supficiem. f. e. cōpleatur solidum palellogramum eque altū ei qđ cōstitutū est sup basim. a. b. sitqꝫ amborꝫ cōis terminus illa supficies que exurgit sup lineā. b. f. hec aūt solida ⁊ sue bases eisdem nuncupent̄ nominibus. q: igit̄ basis. f. e. ē equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidū. f. e. equale solido. c d. At q: totale solidū. a. e. secat superficies exurgens super lineā. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. ꝓportio solidi. f. e. ad solidū. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. cumqꝫ sint. c. d. ⁊. f. e. tam bases q̄ꝫ solida equalia: bases quidē ex ypothesi: solida autē ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta semel ꝓ basibus ⁊ semel ꝓ solidis ꝙ solidorꝫ. a. b. ⁊. c. d. basiumqꝫ. a. b. ⁊. c. d. sit ꝓportio vna qđ demōstrare volumus: huius quoqꝫ ꝯuersam eadē ipsa mediāte demōstrare quēadmodū ꝯuersas precedentiū nō ē difficile. pones eni duo solida paralellograma eē suis basibus ꝓportionalia ⁊ ꝯuinces ea eē eque alta abscisoqꝫ ab eo qđ alti⁹ mētiet̄ aduersari⁹ vno solido palellogramo eque alto demissiori erūt abscisū ⁊ demissi⁹ suis basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi ⁊ ex hac. 33. cūqꝫ etiā eēnt totale alti⁹ a quo ꝑtiale abscidisti ⁊ ipsū demissi⁹ eisdē basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi sequit̄ ex ꝑma ꝑte. 9. quinti totale qđ aduersari⁹ dicit alti⁹ ⁊ ꝑtiale qđ ab eo abscidisti esse equalia.

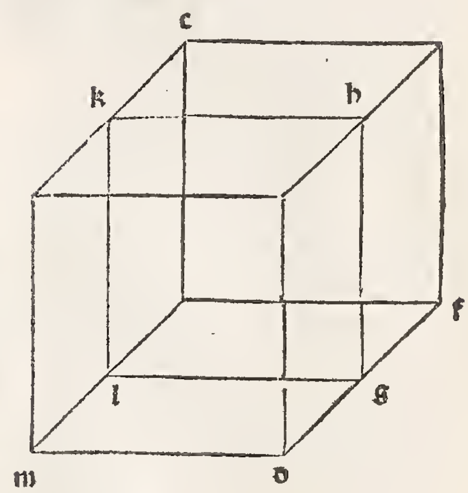


Propositio .34.

Si duo solida equidistantiū superficierꝫ lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorꝫ bases eorūdē altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint

due bases suis altitudinib⁹ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse ne cesse est. ¶ Quocunq₃ sint duo solida equidistantiū superficierꝫ equalia corꝫ ba/ ses ꝛ altitudines necesse est esse mutekesias ꝛ econuerso quēadmodū de superficie/ bus equidistantiū laterꝫ equiangulis. 13. sexti ꝓposuit. Attamē hac. 34. istud demō strandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basib⁹ palellogramis orthogonaliter insistūt. ea vero que sequit̄ ꝓponit idē de ce/ teris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a. b. ꝛ. c. d. equalia quorꝫ bases sint a. e. ꝛ. c. f. lineeq₃ altitudinū ipsorꝫ sint super has bases orthogonaliter erecte ꝛ sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. ꝛ solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due linee. e. b. ꝛ. f. d. determinantes ipsorꝫ solidorꝫ altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoq₃ solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases eorꝫ que sunt. a. e. ꝛ. c. f. eq̄ les. ideoq₃ bases ꝛ altitudines erunt mutue: sicq₃ cōstabit ꝓpositi prima ps. ꝛ ecō/ uerso cōstabit scda vt si altitudines ꝛ bases sint mutue: ponant̄ altitudines equa/ les erūt quoq₃ bases equales. ideoq₃ p. 31. ꝛ solida equalia ꝛ sic cōstat secunda ps. At vero si linee. e. b. ꝛ. f. d. nō fuerint equales sit. f. d. maior ꝛ ex ea resecet̄. f. g. ad equalitatē. e. b. tribusq₃ ceteris lineis que sunt altitudinis solidi. c. d. ad eādē men/ surā in punctis. h. k. l. resecatis perficiat̄ solidū palellogramū. c. g. eque altū solido a. b. eritq₃ ex premissa. a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. cū itaq₃. c. d. sit equale. a. b erit ex prima pte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. p premissā aūt ē ꝓportio. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. qd̄ p₃ si vna ex lateralib⁹ sup̄ficieb⁹ solidi. c. d. ꝛ ipsa sit. f. m. intelligat̄ basis ipsi⁹. at per primā sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq₃ per 7. quinti. sicut. d. f. ad. b. e. igit̄. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. cōstat itaq₃ prima ps. Scdām ptē cū sit cōuersa prime cōuerso mō ꝓbabis: sit eni eadē dispositione ma/ nente ꝓportio. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. ꝛ. c. d. eē equalia: erit eni ex. 7. quinti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex p̄missa ē. a. b. ad. c. g. sicut a. e. ad. c. f. igit̄ ē. a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima aūt sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut m. f. ad. f. l. ꝛ ex p̄missa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq₃. c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igit̄ ex. 9. 5. a. b. ꝛ. c. d. sūt eq̄lia: qd̄ ē propositū.





Propositio .35.

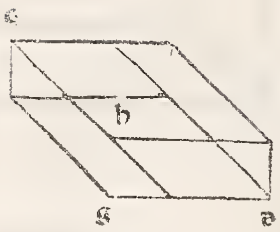
Si duo solida equidistantiū terminorꝫ fuerint equalia eorꝫ bases eorūdē altitudinibus erūt mutue Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpa equi/ distantium superficierum probātur esse equalia.

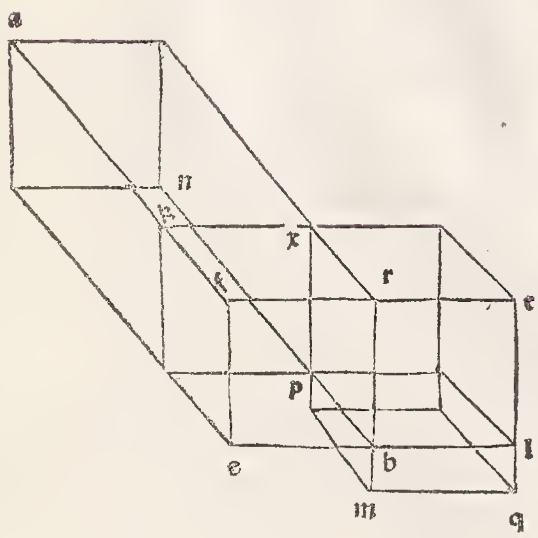
¶ Qd̄ premissa ꝓposuit de solidis palellogramis quorꝫ linee altitu/ dinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. ꝓponit indistincte de om nibus: demōstrare aūt cōuenit hāc ex premissa quēadmodū demonstrauim⁹. 32. ꝛ 33. fabricatis eni duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūq₃ si linee altitu/ dinū suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat verꝫ esse qd̄ dicit̄ ex p̄missa. Sin autē a quatuor angularib⁹ punctis supremarꝫ sup̄ficierꝫ in vtroq₃ solido quaterne linee demittant̄ perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum sup̄ficierꝫ quaterne erigant̄: iter quas duo solida palellograma p̄ficiant̄ eque alta so lidis prioribus. eruntq₃ ex. 29. ꝛ. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equa lia. cum igitur horum ꝛ eorū sint eedē bases ꝛ eedē altitudines: sit aūt ex premissa de posterioribus verum est quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

Propositio .36.

Si duo solida equidistantium superficierum fuerīt similia proportio erit vtriusq; ad alterū tanq̄; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius ꝓportio triplicata.

¶Sint enī duo solida .a.b.⁊.c.d.palellograma ⁊ siſa:dico ꝙ ꝓportio vnius coꝝ ad alteꝝ ē sicut vnius lateris eius ad vnū latus alteriꝰ qḋ sibi referſ ꝓportio triplicata:quēadmodū duaꝝ supficieꝝ siſium ꝓportio est sicut suoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ ꝓportio duplicata ut in.18.sexti demonstratū ē. nā si solida.a.b.⁊.c.d.fuerint equalia cū ipsa ponanſ siſia erunt ex diffinitionibꝰ siliū corporū ⁊ similiū supficieꝝ cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteriꝰ ideoq; cū duaꝝ quantitatum equaliū ꝓportio triplicata aut quotienslibet sumpta nō efficiat nisi equalitatis ꝓportionē:constat in hoc casu veꝝ eē qḋ proponiſ. Si autē inequalia:sit .a.b.maius cuius longitudo sit.h.e.latitudo. e.f.altitudo. f.a. basis.e.r.⁊ suprema superficies.a.n.Solidi vero.c.d.sit longitudo.d.g.latitudo g.h.altitudo.h.c.cōstat itaq; ex dione similiū corpoꝝ ⁊ ex diffinitione similiū supficierū ⁊ p̄senti ypothesi ꝙ ꝓportio.a.f.ad.c.h.⁊.f.e.ad.h.g.⁊.e.h.ad.g.d.sit ꝓportio vna.sumaſ igiſ ex linea.a.f.quā manifestū ē eē maiorē.c.h.linea. f.k.equalis.h.c.cetereq; tres determinantes altitudinem solidi.a.b.rescecentur ad equalitatem eius ⁊ inter eas cōpleatur solidū palellogramū.k.b.eque altū solido.c.d.⁊ ꝓtrabanſ due linee basis.e.b.vsq; ad.l.⁊.r.b.vsq; ad.m.sitq;.b.l.equalis.g.d.⁊.b m.equalis.h.g.⁊ perficiaſ supficies equidistantiū laterū.m.l.que erit equalis ⁊ similis.h.d.sup eā igiſ erigaſ solidū palellogramū .p.q.ꝯm altitudinē prescisam ex altitudine solidi.a.b.eritq;.p.q.equale ⁊ siſe solido.c.d.rursusq; inter lineas.r.b.⁊.b.l.pficiaſ superficies equidistantium laterum.b.t.sup quā quoq; erigatur solidū paralellogramū.x.l.eque altū vtriq; duoꝝ solidoꝝ.k.b.⁊.p.q.replendo alterutrum duoꝝ anguloꝝ hyantium inter ea:cū aūt duo solida.a.b.p.q.sint siſia eo ꝙ ābo posita sint siſia solido.c. d.corpa vero vni ⁊ eidē corpori siſia iter se sunt siſia vt pꝫ ex dione siſium corpoꝝ ⁊.20.sexti manifestum ē ex.25.ter assumpta ꝙ inter duo solida.a.b.⁊.p.q.ꝯm continuā ꝓportionalitatē cadunt duo solida. k.b.⁊.x.l. opportune ergo cōstituta vel constructa figura:ypotesibusq; memorie firme conmendatis ex prima sexti facile ꝯcludes propositū.Excute torporē ⁊ diligenter attēde sciesq; ex.25.huius ꝓportionē solidi.a.b.ad solidū.k.b.eē sicut supficiei .a.r. ad superficiē.k.r.iōq; ex prima sexti sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.⁊ ꝓportionē solidi.k.b.ad solidū.x.l.sicut supficiei.k.r.ad supficiē. x.t.iōq; sicut linee.f.r. ad lineam.r.t.⁊ ꝓportionē solidi.x.l.ad solidū.p.q.sicut superficiei.r.l.ad supficiē. l.m: ideoq; sicut linee.r.b.ad lineā.b.m.Ex ypothesi vero liquet ꝙ ꝓportio linee.f.r. ad lineā.r.t.⁊ linee.r.b.ad lineā.b.m.ē sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.itaq; ex dione ꝓportionis triplicate posita in ꝓhemio quinti:cōstat ꝙ ꝓportio solidi.a.b.ad solidum.p.q.ideoq; etiā ad solidū.c.d.ē sicut linee.a.f.ad lineam.k.f.triplicata ⁊ q2 linea.k.f.posita est equalis linee.c.h.pꝫ veꝝ esse quod diciſ. ¶Scire aūt oportet ꝙ quicquid p hanc.36.⁊ p.7.eā cōtinue precedentes demonstratū ē de solidis palellogramis.idē quoq; veꝝ ē de seratilibus quoꝝ bases cōiter sunt trigone aut cōmuniter tetragone.hoc aūt ex.28.⁊ hac.36.⁊.7.eā cōtinue precedentibus cōstabit igenioso inspectori.Si enī fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim vel sup bases equales coiter tñ trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidoꝝ paralellogramorum suarum altitudinū ex.28.ipsa erūt equalia ex.29.⁊ tribꝰ

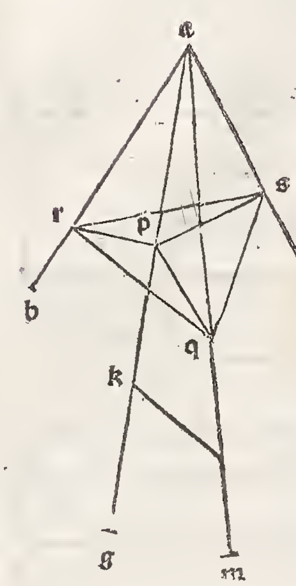


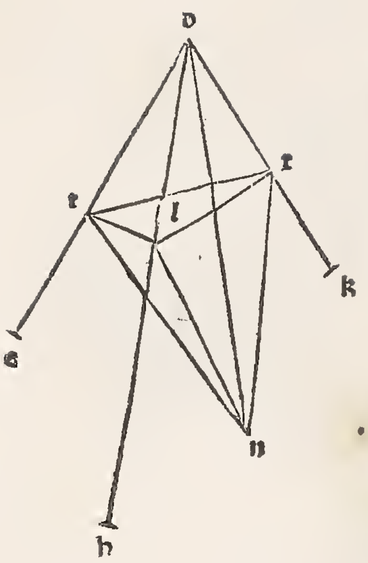


eā sequētibus: ex his eni constat solida paralellogrāma ipsis seratilibus dupla eē equalia. Silr qnoq3 si fuerint duo seratilia sup bases cōiter t̄gonas aut cōiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus ꝓportionalia quēadmodū de solidis paralellogramis ex. 33. habet̄ ipsa eni sunt ex. 28. dimidia solidoꝝ palellogramorum sue altitudinis: solidoꝝ aūt palellogramoꝝ sue altitudinis coꝝūq3 basiū ē vna proportio ex. 33. cum itaq3 sit solidoꝝ paralellogramoꝝ ꝓportio sicut seratiliū q2 sicut simplū ad simplū sic duplū ad duplū ex. 15. quinti atq3 basiū solidoꝝ paralellogramoꝝ ē proportio sicut basiū seratiliū: aut eni eedē erūt bases seratiliū ⁊ solidorum paralellogramoꝝ: ⁊ hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerit tetragone tunc enim ex seratilibus super easdē bases erūt solida palellograma cōplenda: aut bases seratilium erūt subduple ad bases solidoꝝ palellogramoꝝ: ⁊ hoc quidē erit cū bases seratilium fuerint cōmuniter trigone: tunc eni erunt ex seratilibus solida palellograma cōplenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vt fiant bases seratiliū cū t̄gonis adiūctis supficieb⁹: supficies eqdistātiū laterū. seq̄t̄ ut sit ꝓportio seratiliū sicut suaꝝ basiū. Eodēq3 mō si seratilia fuerint eq̄lia fueritq3 cōmuniter super bases trigonas vel cōiter super bases tetragonas: bases coꝝ altitudinibus ipsorum mutue erunt. Qd si bases coꝝ suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quēadmodū de solidis palellogramis. 34. ⁊. 35. ꝓponunt: hoc autem facile p3 ex his que dicta sunt in. 35. si vero seratilia fuerit adinuicē silīa: erit proportio vnius ad alterū. sicut ꝓportio lateris vni⁹ ad suum reliquum latus alterius ꝓportio triplicata: quēadmodū de solidis palellogramis. 36. ꝓponit qd ex eadem 36. facile tibi patebit. si ex illis seratilibus silibus solidis palellogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: qd ex diffinitione similiū corpoꝝ ⁊ silium superficierum ⁊ ex hoc q seratilia ponunt̄ adinuicē silīa ex. 34. primi leue ē negociari.

Propositio .37.

SI fuerint duo anguli plani equales super quos due ypothemise in aere statuant̄ cum lateribus anguloꝝ subiacentium singulos singulis equos angulos continentes atq3 ī illis ypothemisis duo puncta signentur a quib⁹ punctis due ꝑpendiculares ad superficies angulorū propositoꝝ demittant̄ a punctis aūt super que ꝑpendiculares ceciderit ad eosdē duos angulos planos due recte linee ducant̄ duo anguli qui ab illis duabus lineis atq3 duabus ypothemisis cōtinent̄ equi sibi inuicē esse ꝓbantur. ¶ Sint duo anguli plani. a. ⁊. d. equales contenti lineis. a. b. ⁊. a. c. ⁊. d e. ⁊: d. f. ⁊ super eos erigantur due linee ypothemisaliter. a. g. ⁊. d. h. sitq3 angulus g. a. c. equalis angulo. h. d. f. ⁊ angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atq3 in duabus ypothemisis. a. g. ⁊. d. h. signent̄ q̄moilibet duo puncta. k. ⁊. l. a quib⁹ ꝺm precepta. 11. huius demittantur ad superficies angulorum. a. ⁊. d. due perpendiculares que sint. k. m. ⁊. l. n. ⁊ protrahantur due linee. a. m. ⁊. d. n. dico igitur angulum g. a. m. esse equalem angulo. h. d. n. si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad superficiem anguli. a. linea que sit. p. q. manifestum est igitur q punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius ⁊ diffinitione linearum equidistantium q̄s necesse ē eē in supficie vna facile ꝯstat studiose intuenti debic: a pūcto. q. ducāt̄ ꝑpendiculares due vna ad lineā. a. b. que sit. q. r. ⁊ alia ad lineā. a. c. q̄ sit. q. s. Silr



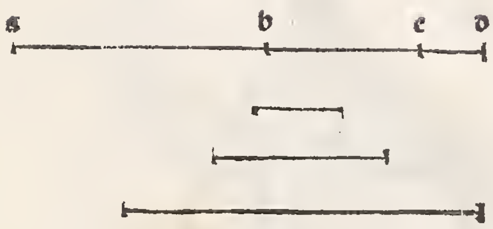


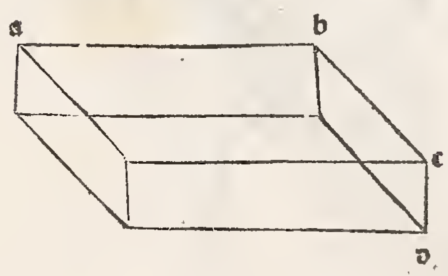
quoqȝ a puncto.n.ducant̃ due alie perpendiculares vna ad lineã.d.e.q̃ sit.n.t.ꝛ alia ad lineã.d.f.que sit.n.x.ꝛ ꝓtrahant̃.r.s.ꝛ.t.x.iterũqȝ a punctis.p.ꝛ.l.demittant̃ ypothemisc.p.q.p.r.p.s.ꝛ.l.n.l.t.l.x.his itaqȝ positis figuraqȝ pꝛudẽt di/sposita demonstratione ꝓpositi sic collige:cõstat ex penultia pꝛimi ꝙ quadratum linee.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.q.ꝛ.p.q.ac ex eadẽ ꝙ quadratũ.a.q ẽ equale quadratis duaꝝ linearũ.a.s.ꝛ.s.q.itaqȝ quadratũ.a.p.ẽ equale quadra/tis triũ linearũ.a.s.s.q.ꝛ.q.p.Sed ex eadẽ quadratũ.s.p.ẽ equale quadratis dua/rũ linearũ.s.q.ꝛ.p.q.ergo quadratũ.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.s.ꝛ.s p.ideoqȝ ex vltima pꝛimi angulus.a.s.p.ẽ rectus:similiqȝ mõ ꝓbabis vnũquẽqȝ triũ anguloꝝ.d.x.l.a.r.p.d.t.l.ẽ rectũ.cũ igitur ex ypothesi sit angul⁹.s.p.a.equal̃ an/gulo.x.d.l.ꝛ linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.pꝛimi linea.d.x.equalis.a.s.ꝛ.x.l.eq̃/lis.s.p.eodẽ quoqȝ mõ cũ ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l.erit ex eadẽ linea.a.r.equalis.d.t.ꝛ.r.p.equalis.t.l.quare ꝑ quartã pꝛimi linea.r.s.erit equalis linee.t.x:ꝛ angulus.a.r.s.equalis angulo.d.t.x.ꝛ angulus.a.s.r.angulo est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo.d.a cõceptione igitur erit angulus s.r.q.equalis angulo.x.t.n.ꝛ angulus.r.s.q.angulo.t.x.n.sunt eni residui duorũ rectorũ demptis equalibus necesse ẽ itaqȝ ex.26.pꝛimi vt linea.r.q.sit equalis.t.n ꝛ.q.s.equalis.n.x.Cũqȝ ex penultima pꝛimi quadratũ linee.r.p.sit equale q̃dra/tis duarum linearum.r.q.ꝛ.q.p.ꝛ quadratum linee.t.l.equale quadratis duarũ linearum.t.n.ꝛ.l.n.sint antem due linee.r.p.ꝛ.t.l.equales:duo quoqȝ que sunt r.q.ꝛ.t.n.equales:sequitur ex communi scia duas que sunt.p.q.ꝛ.l.n.eẽ equales Eodẽ mõ cũ quadratũ linee.a.p.sit equale quadratis duaꝝ linearũ que sũt.a.q.ꝛ q.p.sil̃r quadratũ linee.d.l.quadratis duarũ lineaꝝ que sũt.d.n.ꝛ.n.l.si aũt.a.p. equalis.d.l.ꝛ.p.q.equalis.l.n.sequit̃ ex cõi scia.a.q.eẽ equalẽ.d.n.ex.8.igit̃ pꝛimi cõcludo ꝓpositũ videlicet angulũ.p.a.m.eẽ equalem angulo.l.n.d.

Pꝛopositio .38.

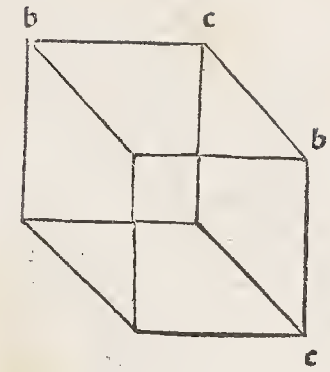
Solidũ tribus lineis ꝓpoꝛtionalibus cõtentum equũ erit solido qđ a medie linee equis lateribus continet̃.si anguli sui amboꝛum sibi inuicem equales fuerint.

¶De solidis palellogramis intelligat̃:de his eni qualiacũqȝ sint dũ tamẽ equiangula verũ ẽ ꝙ cõtentũ a tribus lineis ꝓpoꝛtionalibus equale ẽ ei qđ a media earũ cõtinet̃ queadmodũ de supficiebus rectangulis pꝛoba/tum est in.16.sexti ꝛ de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda pte.13.eiusdẽ Sint igit̃ tres linee.a.b.b.c.ꝛ.c.d.continue ꝓpoꝛtionales fiatqȝ ex eis vnus angu lus solidus ad libitũ ꝛ pficiat̃ solidũ equidistantiũ laterũ cui⁹ linea.a.b.sit lõgitu/do.b.c.vero altitudo.sed.c.d.latitudo ꝛ ipsum solidum dicatur.a.d.sumpta quo qȝ alia linea qualibet equali.b.c.que etiã vocetur.b.c.sup ipius extremitatẽ q̃ ẽ.b. ꝯstituat̃ angulus solidus equalis angulo solido.a.ƀm qđ docet.26.lineeqȝ cetere solidũ angulũ.b.cõtinẽtes resecent̃ ad equalitatẽ linee.b.c.ꝛ pficiat̃ solidũ equidi/stantiũ superficierũ cuius longitudo latitudo ꝛ altitudo sit linea.b.c.ꝛ ipsum ap/pellet̃.b.c.dico itaqȝ duo solida.a.d.ꝛ.b.c.eẽ equalia. manifestum ẽ eni ꝙ cuncte supficies vnius sunt equiangule suis relatiuis superficieb⁹ alteri⁹ qđ ex.34.p̃mi pa tere põt.nã cũ solid⁹ angul⁹.b.ponat̃ eq̃lis solido angulo.a.necesse ẽ vt vn⁹ angl̃s vniuscuiusqȝ supficiei solidi.a.d.sit eq̃lis vni ãgulo sue relatiue supficiei in solido b.c.itaqȝ per.34.pꝛimi eoꝝ oppositi erunt equales.At q2 vniuscuiusqȝ superficiei



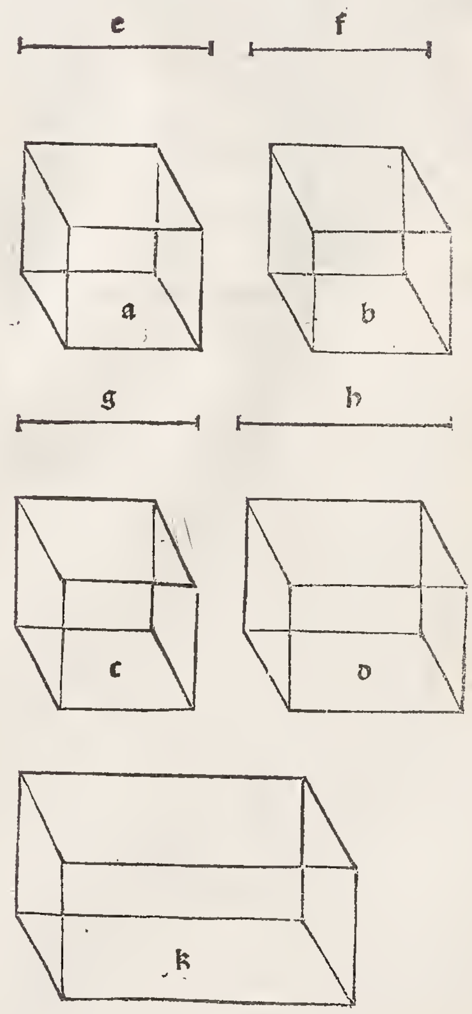


quadrilatere oēs anguli sunt equales quatuor rectis ex.32.primi:necesse ē duos reliquos vnius esse equales duobus reliquis sue relatiue. cumq3 ipsi duo reliqui in qualibet sint etiā adinuicē equales cōuincitur necessario vt vnāqq3 ex superficiebus solidi.a.d.sit equiangula sue relatiue i solido.b.c.quare ex scda pte.13.sexti bases duor solidor ppositor erunt eqles.sūt eni equiangule r laterū mutuor.Si itaq3 linee altitudinū super bases ipsor orthogonaliter insistunt constat ex.31.ipsa esse equalia.cū eni hee linee sint equales r ipse determinent altitudinē solidorū erunt solida eque alta.At si linee altitudinū ipsorū nō insistunt suis basibus orthogonaliter ab ipsar sūmitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex pmissa hee ppendiculares adinuicē equales ipse eni erūt sicut erant r in premisse demonstrationis figura due linee.p.q.r.l.n.quas demōstrauimus oportere eē equales. Quia igit omniū solidor altitudo ex ppendicularibus a sūmitatib9 ipsor ad suas bases descēdērib9 diffinit erūt ex.32.duo solida.a.d.r.c.b.equalia. Cōuersa quoq3 huius possumus si delectat cōuerso mō pbare vt si palellogramū corpus. a.d. sit equale r equiangulū corpori palellogramo.b.c.r corpus.b.c.cōtineat a media triū linearū cōtinentiū corpus.a.d.erunt tres linee cōtinētes corpus.a.b. cōtinue pportionales.cū eni duo solida palellograma.a.d.r.c.b.sint equalia r eque alta ex ypothesi ipsa erūt super bases equales p cōuersas.31.r.32.r qr ipse bases eorū sunt equiangule sequit ex prima pte.13.sexti qp ipse sunt mutuorū laterū itaq3 proportio.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.d.quare cōstat propositum.



Propositio .39.

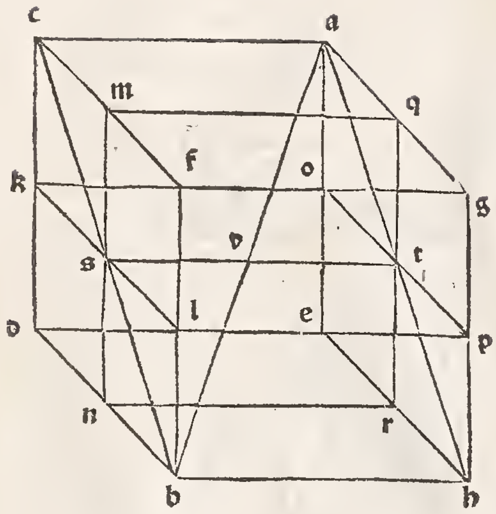
Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quoq3 sua equidistantium atq3 similium vniuscuiusq3 creationis superficier erūt pportionalia.si vero solida equidistantiū atq3 siliū vniuscuiusq3 creatiōis supficier fuerint pportionalia linee quoq3 a quibus ipsa solida continent erunt pportionales. Sil'e pponit vigesima prima sexti de superficiebus. ¶Sint eni.4.linee.a.b. r.c.d. pportiōales r sup has fabricent quatuor solida palellograma eisdē noibus dicta q̄ sint expsse siliа. duobus eni ad libitū fabricatis super duas lineas.a.r.c.cetera bm pcepta.27.cōstituenda erūt.dico hec.4. solida eē pportionalia r ecōuerso.subiungant eni duabus lineis.a.r.b.in continua pportione due:q̄ sunt.e.r.f.quēadmodū docet.10.sexti ex duabus lineis.c.r.d.alie due que sint.g.r.h.constat igit ex.36. et ex diffinitione pportionis triplicate que posita ē in principio quinti r ex hac ypothesi qp solida.a.r.b.sibi inuicem r solida.c.r.d.sibi adinuicē sunt expresse silia qp pportio solidi.a.ad solidū.b.ē sicut pportio linee.a.ad lineā.f.solidi quoq3.c.ad solidū.d.sicut linee.c.ad lineā.h.r quia p.22. quinti proportio linee.a.ad lineā.f.est sicut linee.c.ad lineā.h.erit ex.11.quinti solidū.a:ad solidū.b.sicut solidū:c.ad solidū.d.pstat igitur prima pars. Secunda sic sint duo solida.a.r.b.sibi adinuicē duoq3 que sint.c.r.d.sibi adinuicē expresse similia.Sintq3 cuncta palellograma r ponāt pportionalia.dico qp linee.a.b.r.c.d. sup q̄s sūt pstituta sūt pportiōales .sit eni ex.10.sexti sicut linea.a.ad lineā.b.ita linea.c.ad lineā.k.r fiat bm.27.h9 sup lineā.k.solidū expsse sile solido.d. qd etia3 dicat.k.eritq3 ex diffinitionib9 siliu3 corporū r siliu3 supficier r.20. sexti corp9.k. expsse sile corpi.c.ioq3 p primā ptē huius.39.iā pbata3 erit pportio solidi.a. ad solidum.b.sicut solidi.c.ad solidum.k. r quia eadem erat solidi. c.ad solidum .d.



erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solido. d. cumq3 esset sibi ex/ presse simi le sequitur lineam. k. esse equalem linee .d. Equalitas enim non pro/ ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali: igit ex scda pte. 7. quinti constat etiã h⁹ mõi ps scda. decipis aũt si arbitraris opor tere vnũqdq3 quatuor solidorum. a. b. c. d. eẽ sibe cuilibet aliorum: necesse ẽ eni duo so/ lida. a. z. b. sibi adinuicem. itẽq3 duo. c. z. d. sibi adinuicẽ cẽ similia: solida aũt. c. z d. solidis. a. z. b. esse similia contingens est: necessariũ autẽ nõ. Idẽ ex hac. 39. de seratilib⁹ facile poteris concludere.

Propositio .40.

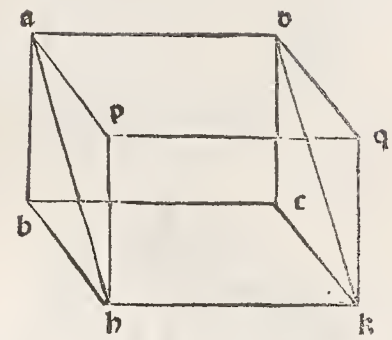
SI inscisa fuerint latera duarum oppositarum supficierum cubi vnũ quodq3 in duo media: exierintq3 a punctis sectionum due supficies se vicissim secantes z cubum cõem earum sectio nẽ diametrum cubi per equalia secare z ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

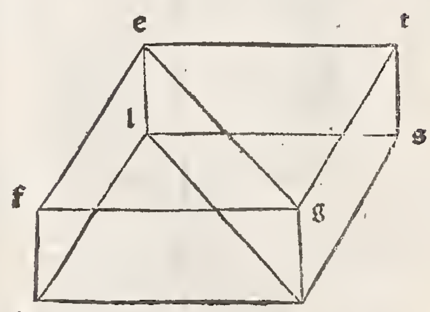


¶ Statue cubũ qui sit. a. b. de quo constat per dionem q omnes linee ipsũ conti/ nentes sint equales z ei⁹ superficies rectangule: tale eni: corpus cubũ dicim⁹: hui⁹ igit basis sit superficies. a. c. d. e. supficies vero eius supprema. b. f. g. h. dextra ve ro eius superficies sit. a. e. g. h. sinistra aũt superficies sit. b. f. c. d. citerior quoq3 sit d. e. b. h. sed vlterior. a. c. g. f. eiusq3 diameter sit. a. b. diuidant itaq3 oĩa latera dua rũ quarũlibet supficierum oppositarum ei⁹ per equalia: z sint nũc supficies quarum latera diuidãt dextra atq3 sinistra: diuidant inquã quatuor latera: dextre quidẽ sup qua/ tuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. z piũ gant puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. z. q. r. que secent se i puncto. t. itemq3. k. l. z. m. n. que secent se in puncto. s. z perficiantur due superfi/ cies secãtes se inuicẽ z cubũ: ptractis itẽ lineis. o. k. z. p. l. q. m. z. r. n. sitq3 harum du arũ superficierum cõis sectio linea. s. t. dico igit q linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. et diuidit ab eadẽ diametro p eq̃lia: qd p3 vtraq3 eni earum transit p centrum cubi. ¶ Alr vero pucnit qd ppositũ ẽ demõstrare pducant eni due linee. t. a. z. t. b. z item due s. e. s. b. eritq3 ex. 4. pmi. a. t. equalis. t. b. z. s. c. equalis. s. b. cõstat aũt ex prima pte 29. primi: q angulus. p. t. q. ẽ equalis angulo. a. q. t. z ex. 4. primi angulus. h. t. p. ẽ equalis angulo. t. a. q. itaq3 ex. 32. primi totus angulus. h. t. q. cũ angulo. q. t. a. valet duos rectos quare ex. 14. primi linea. a. h. erit linea vna: silr quoq3 linea. a. b. erit linea vna At qr ex. 9: h⁹ linea. a. c. ẽ equidistans linee. b. h. vtraq3 eni ẽ equidi stãs linee. d. e. cũq3 ipse sint equales qr latera cubi: sequit ex. 33. primi duas lineas a. h. z. c. b. esse equales z equidistãtes. ideoq3 p cõceptionẽ earum medietates que sũt a. t. z. b. s. erunt equales: ex. 7. aũt huius manifestũ ẽ q linea. s. c. ẽ i superficie dua rũ linearum. a. h. z. b. c. z ex eadẽ linea. a. b. que est diameter cubi. ẽ etiã diameter sup ficiei paralellograme. a. c. b. h. itaq3 linea. s. t. secat diametrũ. a. b. secet ergo ipsam i pũcto. u. dico ergo lineã. s. u. esse equalẽ linee. u. t. z linea etiã. a. u. linee. u. b. intel ligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quorũ anguli qui sunt ad. t. z. s. sunt equales adinuicem: similiter anguli eorũdem qui sũt ad. a. z. b. equales adinuicem ex pma parte. 29. primi: ppter id q linea. a. t. equidistat linee. s. b. z quia etiã ipse sũt adi/ uicẽ equales: sequit ex. 26. primi q ppositũ ẽ. ¶ Idẽ quoq3 eodẽ mõ cõcludat z si solidum. a. b. nõ sit cubus sed solidũ corpus palellogramũ siue equalibus lineis si/ ue nõ equalib⁹ cõtentũ fuerit siue quoq3 sup basim orthogonaliter erectũ siue etiã

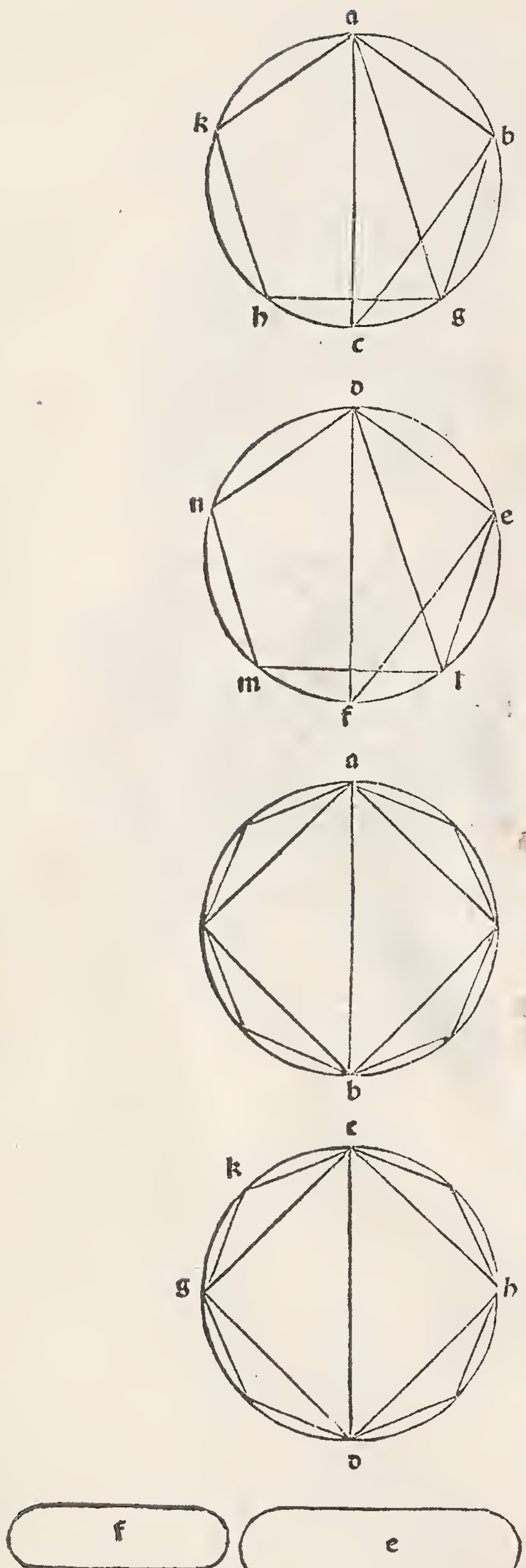
z super ipsā inclinatū. Unde amplíať in hac.40.figuratio cubi ad oēs figuras pa/
ralellogramas solidas. Propositio .41.

Si duo corpora seratilia quoꝝ alteꝝ basim triangulā alterū vero basim habeat equidistantiū laterū ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necesse ē eē equalia. ¶Sit superficies.a.b.c.d.equidistātiū laterū dupla trila/
tere superficiei.e.f.g.z super has duas superficies fiāt duo corpora seratilia eque alta: sitq3 seratile qd̄ est supra basim q̄drangulā.a.b.h.d.c.k.cui⁹ ba/
sis est superficies equidistantiū lateꝝ ꝑposita.a.b.c.d.alia eius superficies equidi
stantiū lateꝝ ē.a.b.d k.tertia vero ē.b.h.c.k.due aūt ei⁹ triāgulares supficies sūt
altera quidem triangulus.a.b.h.reliqua vero triangulus.d.c.k. seratile aūt qd̄ est
super basim triangulā.e.f.g.sit.e.f.g.l.m.n.cui⁹altera duaꝝ trilateraꝝ superficieꝝ
ē basis predicta:reliqua vero triangulus.l.m.n.triū aūt supficieꝝ ei⁹ equidistātiuꝫ
lateꝝ:prima quidē ē.e.f.l.m.scd̄a vero.e.g.l.n.tertia vero.f.g.m.n.dico itaq3 hec
duo seratilia ꝑposita esse adinuicē equalia:perficiant̄ eni duo solida palellograma
adiungendo vtriq3 duoꝝ propositoꝝ seratiliū aliud seratile sibi equale: primo qui
dē seratili super eandē basim sitq3 adiunctū seratile.a.p.h.d.q.k.cuius due trila/
tere superficies sunt.a.p.h.d.q.k.tres aūt quadrilatere:prima quidē.a.h.d.k.qui
ē terminus cōis sibi z ei cui adiungit̄:scd̄a vero.a.d.p.q.t̄cia quoq3.p.q.h.k.scd̄o
aūt seratili adiungat̄ aliud seratile sibi equale hoc modo:adiungat̄ primo triangu
lo.e.f.g.alius triangulus equalis qui sit.e.g.r.ita ꝙ tota supficies.e.f.g.r. sit equi
distātiū laterū z super hunc triangulū fiat seratile.e.g.l.r.l.n.s.qd̄ cū illo cui ad/
iungit̄ perficiat corpus palellogramū huius seratilis adiuncti:due trilatere super/
ficies sunt.e.g.r.l.n.s.tres aūt palellograme sunt:prima quidē. e.l.r.s.scd̄a.e.l.g.
n.z ipsa ē cōmunis terminus sibi z ei cui adiūgit̄:tertia vero.g.r.n.s.manifestum
igitur ex diffinititione solidoꝝ equaliū atq3 similiū ꝙ duo seratilia paralellogamū
cōponentia solidū.a.k.sibi inuicem.itēq3 duo cōponentia solidum paralellogra/
mum.e.n.sibi ad inuicē sūt eq̄lia. At vero ex.31.vel ex.32.h⁹ duo solida.a.k.z.e.
n.sunt sibi inuicē equalia:q2 ergo hoꝝ solidoꝝ medietates sunt seratilia ꝑposita
per cōem sciam ꝯstat ea esse equalia:quecunq3 eni fuerint equalia eoꝝ medietates
necesse ē esse equales:liquet itaq3 qd̄ ꝑpositū ē. Explicit liber Undecim⁹ Incipit
liber Duodecimus. Propositio .1.





Omniū duaꝝ supficieꝝ siliū multiangulaꝝ īter duos circulos descriptaꝝ ē ꝑportio alterius ad alterā tāq3 ꝑportio q̄dratoꝝ q̄ ex diametris circuloꝝ eas circūscribētiū ꝑue/
niunt. ¶Sint duo circuli.a.b.c.d.e.f.quib⁹inscribā
tur due quelibet figure poligonie q̄ ponant̄ adinicē
siles:sintq3 nūc penthagone inscripte vt docet.11.q̄r
ti z ipse sint.a.b.g.h.k.aliud penthagonū.d.e.l.m
n.diametri quoq3 circuloꝝ sint.a.c.z.d.f.dico itaq3
ꝙ proportio penthagoni.a.b.g.h.k.ad pēthagonū
d.e.l.m.n.ē.sicut q̄dratū diametri.a.c.ad quadratū diametri.d.f. protrahantur
enim in vtroq3 circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius
lateris penthagoni diametro nō conterminalis se inuicē cancellantes infra ipsum



pētbagonū i hoc quidē.a.g.z.c.b.i illo āt.d.l.z.f.e.eritq3 ex.6.sexti triangul⁹.a.b g.equiangulus triangulo.d.e.l.nā cū pētbagoni ponant̄ adinuicē siles erūt ex dif finitione silium supficie⁊ angulus.b.equalis angulo.e.⁊ latera ipsos continentia pportionalia videlicet pportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.g.ad.e.l.cū sint autem ex.20. tertij duo anguli.f.⁊.l.sibi inuicē equales. Itēq3 duo alij.c.⁊.g. sibi inuicē equales erunt duo qui sunt.c.⁊.f.adinuicē equales ex hac cōi scia:que equalibus sunt equa lia sibi quoq3 equa esse necesse est. Et q2 ex prima pte:30.tertij vterq3 duo⁊ angu/ lo⁊.a.b.c.d.e.f.est rectus sequitur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e. f.esse equiangulos quare per quartā sexti pportio diametri.a.c.ad diamet⁊. d.f. ē sicut lateris.a.b.ad latus.d.e. pportio duplicata ⁊ per eandē.cū itaq3 ex scda pte.18.se xti pportio duo⁊ penthagono⁊ ē sicut pportio lateris.a.b.ad latus.d.e. pportō duplicata ⁊ p eandē pportio quadrati diametri.a.c.ad quadratū diametri.d.f.sit sicut diametri.a.c.ad diamet⁊.d.f.duplicata per hanc cōem sciam:quo⁊ dimidia sunt equalia ipsa quoq3 adinuicē esse equalia. manifestum est qđ propositum est.

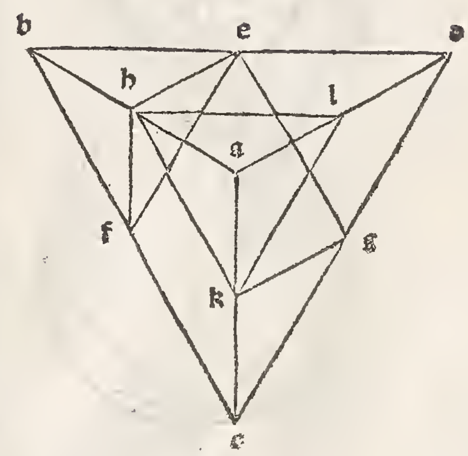
Propositio .2.

OMniū duo⁊ circulo⁊ ē proportio alterius ad alte⁊ tan/ q3 pportio quadrati sue diametri ad quadratū diametri alterius. ¶ Sit duo circuli.a.b.⁊.c.d.quo⁊ diametri quoq3 dicāt̄.a b.⁊.c.d.dico itaq3 q̄ pportō circuli.a.b.ad circulū.c.d.ē sicut q̄drati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.manifestū eni ē ex hac cō/ muni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam q̄ proportio quadrati diametri.a.b. ad quadratum diametri.c.d.est sicut circuli.a .b.ad superficiem aliquā que sit.e. cuiuscūq3 figure aut forme ponat̄:hanc autem impossibile ē maiorē esse a t mino/ rem circulo.c.d.Si eni est possibile ipsā eē minorē circulo.c.d.sit itaq3 minor i su/ perficie.f.itaq3 circulus.c.d.sit equalis duabus superficiebus.e.⁊.f. piter acceptis constat igit̄ ex prima. 10.q̄ totiens possit ex circulo. c.d. suisq3 residuis subtrahi maius dimidio quousq3 relinquat̄ quantitas aliqua minor.f. inscribatur ergo sibi vt docet.6.quarti quadratū.c.d.g.h.de quo constat q̄ ipsum sit maius medieta/ te circuli:quadratū eni quod est duplum ad ipsum ē circulum circūscribens vt pat3 ex penultima primi ⁊.7.quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera qu adrati piter accepte fuerint minus superficie. f.sufficit. Sin aūt quatuor arcus ex stentes super dicta latera per equalia diuidantur ⁊ puncta ipsos arcus diui/ dentia cum extremitatibus late⁊ cōtineant̄ per lineas rectas.verbi gratia arcus.c. g.diuidat̄ per equalia in puncto.k.⁊ ptrahant̄ linee. k.c.k.g.sicq3 de ceteris.Erit q3 quilib3 triangulo⁊ descripto⁊ sup latera q̄drati maior medietate portionis i q̄ existit eo q̄ ois triangul⁹ ysocheles ē medietas palellogrami sue basis per.41.pri/ mi. Sint itaq3 portiones existentes super latera octogonij inscripti piter accepte minus superficie.f.si eni nondū hoc esset:nō cessarē diuidere arcus quo⁊ latera vl time descripte figure sunt corde per equalia:⁊ iscribere figuram equilateram duplo plurium laterū prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius di/ midio quousq3 p p̄mā.10.portiōes super latera alicui⁹ talis figure circlo iscripte ex istētes pit̄ accepte erūt min⁹ superficie.f.sint ḡ nūc q̄ dicte sūt:eritq3 ex pceptiōe oc togonū.c.d.maius superficie.e.in circulo igit̄.a.b.cade3 via inscribat̄ sile octogo/ num: quod dicatur.a.b. sitq3 ex premissa proportio octogoni.a.b.ad octogonum

c.d.sicut quadrati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.ideoq3 p.11.quinti sicut ꝓportio circuli.a.b.ad supficiẽ.e.itaq3 pmutatim poligonij.a.b.ad circulũ.a.b.si cut poligonij.c.d.ad supficiẽ.e.cũq3 sit poligoniũ.c.d.maius supficie.e. erit poligoniũ.a.b.maius circulo.a.b.hoc aũt ipossibile nõ ẽ:ergo supficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Esto eni si possibile sit:cũ igit sit ꝓportio q̃drati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.sicut circuli.a.b.ad supficiẽ.e.erit ecõuerso quadrati diametri.c.d.ad quadratũ diametri.a.b.sicut superficiei.e.ad circulũ.a.b.ꝛ ꝯstat ex cõi scia in principio huius demonstrationis posita ꝙ eadẽ ẽ circuli. c.d. ad aliquã supficiẽ que sit.f.eritq3 ex.14.quinti supficies.f.minor circulo. a.b.itaq3 ꝓportio quadrati diametri.c.d.ad quadratũ diametri.a.b eit sicut circuli.c.d.ad supficiẽ.f.minorẽ circulo.a.b.sed ex hoc demõstrauimus paulo ante sequi impossibile videlicet poligoniũ inscriptũ circulo maius esse circulo:sicut ergo superficies e.nõ põt esse minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo necessario equalis quare p scdam partẽ.2.quinti liquet qd ꝓpositũ ẽ.

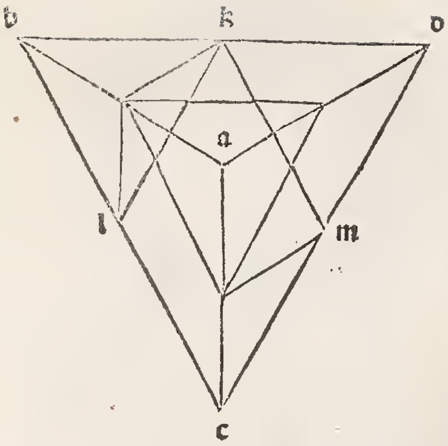
Propositio .3.

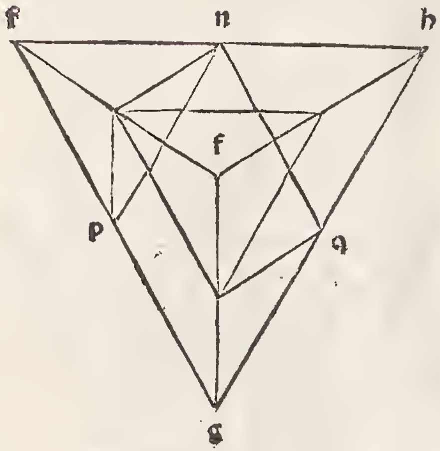
OMnis piramis cuius basis triangula scindi põt in duas equas piramides sibi inuicem totiq3 piramidi sil'es vnaq3 in duo seratilia q̃ ambo piter accepta dimidio totius piramidis necesse est esse maiora. ¶Sit piramis.a.b.c.d.sup basi3 triangulũ.b.c.d.eiusq3 vertex solidus angulus.a.a quo demittãt tres ypothemise.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos basis:ꝛ diuidant oia latera basis p equalia in tribus punctis.e.f.g.tres quoq3 ypothemise per eq̃lia in tribus punctis.h.k l.ꝛ protrahant in basi due linee.e.f.ꝛ.e.g.eritq3 basis eius diuisa in tres superficies quaꝝ due sunt duo trianguli.b.e.f.e.g.d.quos ex scda parte scde sexti ꝛ diffinitione silium superficieꝝ ꝯstat eẽ sil'es sibi inuicẽ ꝛ toti basi ꝛ equales ad inuicem ex.8.pmi tcia ẽ tetragona:paralelograma ꝛ ipa ẽ.e.f.g.c.quã ꝯstat eẽ duplã ad tãglũ.e.g.d ex.40.ꝛ.41.pmi:demittant ergo rursus a pũcto.h.due ypothemise.h.e.f.h.ꝛ a pũcto.k.ypothemisa.k.g.ꝛ ꝓtrahant linee.h.k.k.l.ꝛ.l.h.diuisa ẽ itaq3 tota piramis a.b.c.d.in duas piramides que sint.h.b.e.f.ꝛ.a.h.k.l.ꝛ duo seratilia quoꝝ vnũ ẽ.e.h.f.g.k.c.ꝛ ẽ super basim quadrangulã.c.f.g.e.ꝛ aliud ẽ.e.g.d.h.k.l. ꝛ est super basim triangulã.e g.d.de duabus aũt piramidib⁹.h.b.e.f.a.h. k.l. ꝙ ipe sũt eq̃les adinuicẽ sibiq3 ꝛ toti piramidi.a.b.c.d.sil'es:ꝯstat ex diffinitione corpoꝝ equaliũ ꝛ siliũm ꝛ ex.10.11.libri ꝛ ex scda parte.2.sexti: de duob⁹ aũt seratilib⁹ ꝙ ipsa sint eq̃lia.ꝯstat ex vltiã.11.libri.Qd vero ambo seratilia piter accepta sint mai⁹ medietate toti⁹ piramidis:ex hoc manifestũ ẽ ꝙ vtrũq3 illoꝝ diuisibile ẽ i duas piramides quaꝝ altera triãgula eq̃lis vni duaꝝ in quas ꝛ seratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula q̃ dupla ẽ ad reliquã quare p3 ambo seratilia pariter accepta tres quartas eẽ totalis piramidis diuise:hãc ꝓportionẽ si scire desideras. sextã huius.12 libri ꝯsule.sed sufficit tibi scire quantũ ad ꝓpositũ illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas ꝛ seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quãtalibet quãtitatẽ excedere.



Propositio .4.

SI due piramides eque alte quaꝝ bases triãgule singule i binas piramides eq̃les sibi iuicẽ ac toti similes binaq3 seratilia eq̃lia diuidant erit ꝓportio basis vni⁹ ad basim alteri⁹ tãq3 ꝓportio duoꝝ seratiliũ suoꝝ ad duo seratilia alteri⁹.eritq3 palã oia seratilia q̃ fuerit in vtralib3 illaꝝ





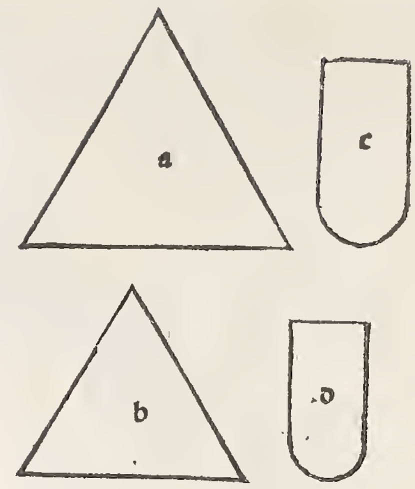
piramidū ꝑiter accepta ad cūcta seratilia q̄ ī altera piramide fuerit in eādē hr̄e ꝓportionē q̄ȝ basis ei⁹ piramidis ad basī alteri⁹ piramidis.
¶ Sint due piramides quaꝝ bases triangule eque alte hec quidē.a.b.c.d.cuius conus punctus.a.basis triangulus.b.c.d.ypothemise.a.b.a.c.a.d.illa vero.e.f.g.h cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h.ypothemise.e.f.e.g.e. h. hec aūtē due piramides diuidanť sicut in premissa.Sintqȝ bases eaꝝ diuise hec quidē protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sunt.k.l.ꝛ. k.m. illa vero protractis lineis que sint.n.p.n.q.dico ergo ꝙ ꝓportio basis.b.c.d.ad basiȝ f.g.h.est sicut duoꝝ seratiliū piramidis.a.pariter acceptoꝝ ad duo seratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifestū est aūt ex.18.sexti pte scd̄a ꝙ ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulū .k.m.d.ē sicut linee. b.d.ad lineā.k.d.duplicata ꝑ eandē quoqȝ ē ꝓportio trianguli.f.g.h.ad triangulū.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineā. n.h duplicata.Cūqȝ sit linea.b.d.ad lineā.k.d.sicut linea .f.h.ad lineaȝ.n.h.vtrobiqȝ eni ē dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulū.k.m.d.sicut triangulus.f g.h.ad triangulū.n.q.h.ꝛ ꝑmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulū. f.g.h. sicut triangulus.k.m.d.ad triangulū.n.q.h.triangulus aūt.k.m.d.ad triangulū.n.q. h.ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exn̄s sup illū p.33.vndecimi huius quoqȝ seratilis ad illud ē sicut amboꝝ seratiliū piramidis.a.ꝑiter acceptoꝝ ad ambo seratilia piramidis.e.pariter accepta ex.15.quinti:necesse ē eni vt sit duplū ad duplum queadmodū simplū ad simplū.itaqȝ cōclude ex. 11.quinti qd̄ ꝓpositū est. Dormitas aūt si dubitas seratilia vnius haꝝ piramidū eque alta esse seratilib⁹ piramidis alterius.cū eni sint piramides eque alte:sit quoqȝ vtraqȝ eaꝝ diuisa ī duas piramides equales sibi totiqȝ similes ꝛ in duo seratilia equalia ꝛ sunt due ptiales piramides eque alte eo ꝙ similes ꝛ equales qd̄ facile parebit demissis a verticibus ptialium piramidū ꝑpendicularibus ad bases ipsaꝝ:de quibus perpendicularibus ex.37.vndecimi constat esse equales.Cūqȝ altitudines haꝝ partialiū piramidum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuise. Sintqȝ ambo seratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que sup ptialem triangulum basis totalis piramidis cōponiť non est phas ambigere seratilia vnius eaꝝ piramidū esse eque alta seratilibus alterius eaꝝ. Correlariū vero ex eo manifestū ē ꝙ similiter bases partialiū piramidū sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia vni⁹ ad bina seratilia alterius.ꝛ q2 bases partialium sic se habent ad inuicē sicut bases totalium ex scd̄a pte.18.sexti ꝛ permutata ꝓportione constat ex.13. quinti verū eē quod correlarium proponit.

Propositio .5.

Omnes due piramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sint proportionales.

¶ Qd̄.33.vndecimi ꝓposuit de solidis palellogramiꝫ ꝛ ī fine.36.vndecimi veꝝ esse demonstrauimus:de seratilibus.hec quinta.12.ꝓponit de piramidibus triangulis.Intelligātur eni due piramides eque alte quaꝝ bases sunt duo trigoni.a.ꝛ.b.dico ꝙ ꝓportio piramidis.a.ad piramidem.b.est sicut basis.a.ad basim.b.qd̄ eedem demōstrationis vel argumētatiōis genere demōstrandū ē quo scd̄am hui⁹ demōstrauimus.sit eni ut basis.a. ad basim.b.ita piramis.a.ad corpus.c.de quo dico ꝙ ipsū nō erit minus neqȝ maius piramide.b.nā si possibile ē vt sit min⁹ esto min⁹ ī solido.d.vt piramis.b.sit eq̄lis duobus corporibus.c.ꝛ.d.pariter acceptis diuisa itaqȝ piramide.b.vt ꝓponit.3.

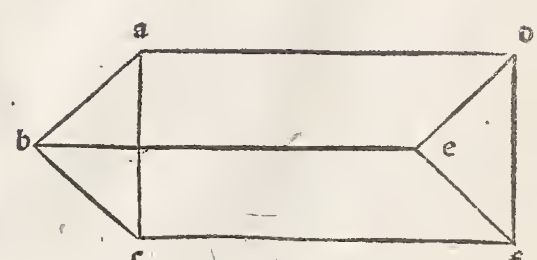
detrahantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemqz ex vtraqz duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur ꝛ fiat hoc totiens quousqz ex piramide.b.cogatur aduersarius per primam.10.confiteri relinqui minus solido.d. eruntqz ex communi scientia seratilia detracta maius.c.fiat igitur a piramide.a. similis seratilium detractio.ꝛ intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a.quot detraximus ex piramide.b. eritqz ex corelario premisse sicut basis.a. ad basim.b.ita seratilia detracta a piramide.a.ad seratilia detracta a piramide.b.sic sed erat piramis.a.ad corp⁹.c.itaqz seratilia piramidis.a.ad seratilia piramidis b.sicut piramis.a.ad corpus.c. ꝛ pmutatim seratilia piramidis.a.ad piramidē.a sicut seratilia piramidis.b.ad corpus.c.Cumqz sint seratilia piramidis. b.maius corpore.c.erunt seratilia piramidis.a.maius piramide.a.Et quia hoc ē impossibile nō erit corpus.c.minus piramide.b.sed nec maius.hoc eni posito cum sit proportio basis.a.ad basim.b.sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit ecōuerso basis.b. ad basim.a.sicut corporis.c.ad piramidē.a.Eritqz eadē ex cōmuni scia piramidis b.ad aliqd corpus qd sit.d.sequeturqz ex. 14.quinti q corpus.d.sit minus piramide a.eo q piramis.b.ponit minor corpe.c.Erit igit basis.b.ad basiz.a.sicut piramis b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc aūt demonstratū ē sequi impossibile videlicet seratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide a qua detrahunt ideoqz relinquit corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit eē nec maius ꝛ proportionē piramidis.a.ad piramidem.b.esse sicut basis.a.ad basim.b. hoc aūt erat demonstrandū.



Propositio .6.

Omne corpus seratile in tres piramides equales basesqz triangulas habentes est diuisibile.

Sit seratile.a.b.c.d.e.f.ipsū dico esse diuisibile in tres piramides triangulas equales protrahat eni in vnaquaqz suaꝝ triuz superficierū palellogramaꝝ linea diagonalis ita q vna eaꝝ diagonaliū sit cōterminalis reliquis duabus ut si protrahas lineas.b.d.b.f.ꝛ.f.a.quas ppter cōfusionē protrahere cōtempsi:eritqz totum seratile in tres triangulas piramides diuisū quas ex premissa bis assumpta facile cōstat eē equales.Qm aūt euclides nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis bis quaꝝ sunt bases triangule vt omniū cognitionē ex elemētis q ponit:sufficienter elicere possimus:quedā arbitramur nō inutile demōstrationibus hic positis adiungere:solis eni elemētis contentus euclides multa pterm isit que quāuis ex eis consequant non tamen sine difficultate patent studentibus:hoꝝ primum est hec.



Si duo solida quoꝝ alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulā:piramis vero super trigonā que quadrangule basis seratilis sit dimidiuz constituta fuerint eque alta seratile piramidi triplum esse conueniet

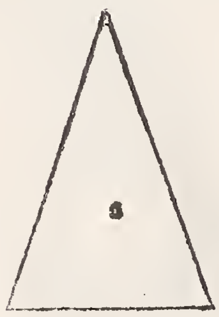
Si seratile ppositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide pposita sup propriam basim perficiatur seratile piramidi pposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adijciatur triāgulus ex quo ꝛ basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa

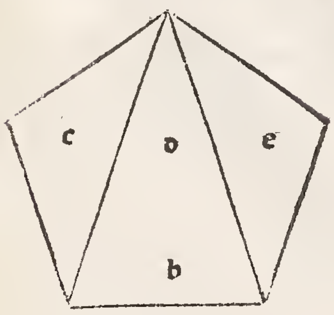
piramide compleatur seratile piramidi e ue altum: qꝛ igit̃ istud seratile seratili pꝛi oꝛi est eque altum ⁊ vtroꝛūq; bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa ẽe equa lia. hoc eni demonstratū est in. 36. vndecimi. at qm̃ ex. 6. hui⁹. 12. libꝛi seratile scȭm triplum est ad piramidē ꝑpositā. nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum seratile diuidit̃. Erit quoq; per cōmunem scientiam ꝑpositam seratile tri/ plum ad ꝑpositam piramidem.

¶ Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnā eandē q; basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse adin/ uicē inequales necesse est. ¶ Fabꝛicato eni vno seratili eque alto piramidib⁹ ꝑpositis sup basim triangulā equalē basib⁹ ꝑpositaꝝ piramidū aut sup basim quadrangulā duplā basibus earūdē: erit ipsū seratile triplū ad piramides singlas. hoc eni constat ex pꝛemissa addita siue interposita: igit̃ ex cōi scīa cūcte ꝑposite piramides sunt vt diximus adinuicē equales.

¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt ꝑpoꝛtionales. ¶ Fiant super bases ꝑpositarum piramidum aut sup alias trigonas equales aut super palellogramas duplas seratilia ipsis piramidi/ bus eque alta eruntq; ob hoc seratilia sibi adinuicē eque alta ⁊ qꝛ seratilia suis ba/ sibus sunt ꝑpoꝛtionalia ut pꝛobatum ē in. 36. vndecimi. 33. ipsius mediante. Cū/ q; ex pꝛima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad ꝑposi/ tas piramides vnūquodq; videlicet ad suā relatiuam: basesq; ipsoꝛu; equales aut du plas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti vt triplum ad triplum ita sim/ plum ad simplum erunt quoq; ꝑposite piramides suis basibus ꝑpoꝛtionales.

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritq; alterius ba sis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus ꝑpoꝛtionales esse conueniet.





¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases. a. ⁊. b. sitq; basis. a. triangula. b. vero penthagona. Et dicantur hee piramides. a. ⁊. b. itaq; dico ꝑpoꝛtionem piramidum. a. ⁊. b. esse sicut basium. a. ⁊. b. distinguatur quidem penthagonus. b. i tres triangulos. c. d. e. eritq; tota piramis. b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiā dicātur nominibus suarum basium. quia igitur ex pꝛemissa interposita ꝑpoꝛtio pirami dis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. ⁊ piramidis. d. ad pira/ midem. a. sicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemq; piramis. e. ad piramidem. a. si/ cut trigoni. e. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis assumpta sequitur ꝙ sit ꝑpoꝛ/ tio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. ⁊ ipsum est piramis. b. ad pirami/ dem. a. sicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. ⁊ ipsum est penthagonus. b. ad trigonum. a. constat igitur quod volumus.

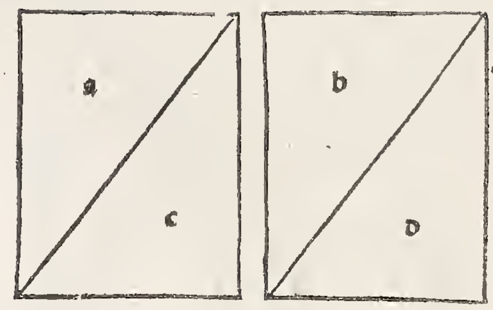
¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus ꝑpoꝛtiona/ les esse pꝛobantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex pꝛemissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos ⁊ ipsa piramide i piramides triangulas: erit ex pꝛemissa in terposita ꝑpoꝛtio vniuscuiusq; harum triangularium piramidum iter quas alte ra ꝑpositarum diuiditur ad reliquā sicut sue basis ad basim alterius. itaq; per 24. quinti quotiens opoꝛtet assumptam: constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.

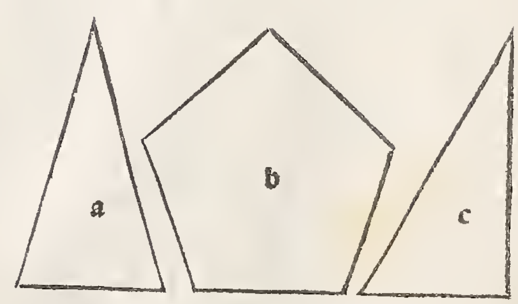
Si due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases ⁊ altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

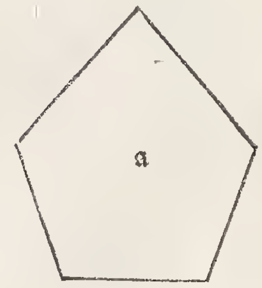
¶ Qd̃ trigesima quarta ⁊ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: ⁊ nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hec septima. 12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligã tur enĩ duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos .a. ⁊ .b. que di cantur .a. ⁊ .b. dico itaq̃ ꝙ ꝓportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitu dinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. ⁊ si hoc fuerit dico piramides .a. ⁊ .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. ⁊ .b. duo alij qui sint .c. ⁊ .d. vt fiant ambe superficies .a.c. ⁊ .b.d. equidistantium laterum et ex ipsis pira/ midibus super bases .a.c. ⁊ .b.d. cõpleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a.c. ⁊ .b.d. manifestũ igitur est ex sexta huius. 12. ꝙ piramis .a. ẽ sexta pars solidi .a.c. ⁊ piramis .b. sexta solidi .b.d. itaq̃ ex .35. vndecimi argue propositum: primã quidem partem ex prima: secundam au/ tem ex secunda:

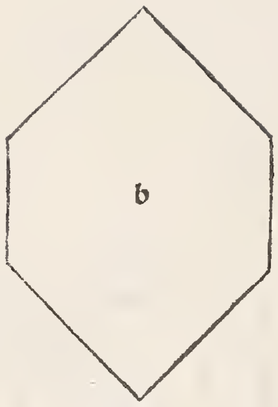


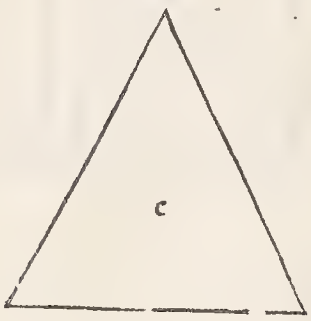
¶ Qd̃ si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum ba/ ses earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitu dinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse opor/ tet.

¶ Si bases vtrarũq̃ fuerint triangule demonstratum est verum esse qd̃ diximus. Si altera tm̃: sit igitur .a. basisq̃ alterius piramidis sit .b. ⁊ sumatur trigonus .c. eq̃ lis poligonio .b. fiatq̃ super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. ⁊ sint .a b.c. equiuoca nomina piramidum ⁊ basium. Quia igitur ex ypothesi duo pirami/ des .a. ⁊ .b. sũt equales ⁊ ex vltima interpositaꝝ ad sextam huius dueq̃ piramides b. ⁊ .c. sunt equales: ⁊ erũt ex communi scientia due piramides .a. ⁊ .c. equales: igit̃ bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumq̃ ba ses .b. ⁊ .c. sint equales: altitudines quoq̃ piramidũ .b. ⁊ .c. equales erunt ex prima pte ⁊ secunda .7. quinti bases .a. ⁊ .b. mutue altitudinib[9] piramidum .a. ⁊ .b. Scd̃a pars cõuerso modo probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo pira/ midis .b. ad altitudinem piramidis .a. erit ex .2. parte ⁊ prima .7. quinti basis .a: ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinẽ piramidis .a. itaq̃ ex secũda pte hui[9] .7. duo piramides .a. ⁊ .c. sunt eq̃les quare p cõmunẽ scientiam due quoq̃ piramides .a. ⁊ .b. sunt equales. Si vero neutra propositarũ piramidum fuerit trigona sed vtraq̃ poligonia. Uerbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur .a. ⁊ .b. sumatur similiter triangulus .c. equalis exagono .b. super quem fiat piramis eque alta piramidi .b. eruntq̃ due piramides .b. ⁊ .c. equales. ideoq̃ due que sunt .a. ⁊ .c. etiam per cõceptionem equales quare basis .a. ad ba/ sim .c. sicut altitudo piramidis .c. ad altitudinem piramidis .a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis .a. ad basim .b. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinẽ piramidis .a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis .a. ad basim .b. fuerit vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a.









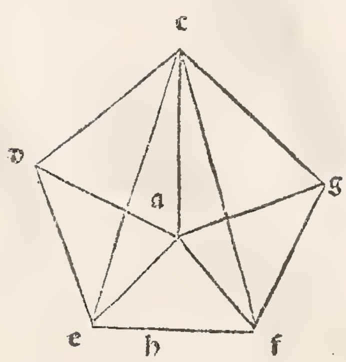
erit quoqz ex septima quinti basis.a.ad basim.c.vt altitudo piramidis.c. ad altitudiné piramidis.a.ideoqz ut patet ex prioribus erunt due piramides.a.z.c.eq/les quare etiã ex cõmuni scientia z due que sunt.a.z.b.erũt etiã equales.Et hoc é propositum.

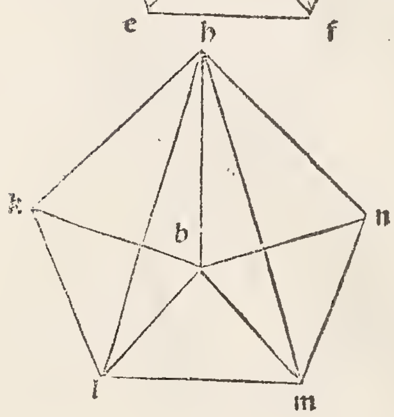
Propositio .8.

Omnium duarum piramidum similium quarum bases triangule é proportio alterius ad alteram tanqz lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

¶ Propositis duabus piramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodũ dictum est in demonstratione premisse:eruntqz hec duo solida paralellograma similia eo qꝫ piramides ponuntur similes ad inuicem.nã duo solidi anguli qui sunt cõmunes piramidibus z solidis paralellogramis superficialibus angulis numero z quantitate equalib⁹ continentur: z latera quoqz illos angulos superficiales continentia sunt proportionalia quare ex.34.primi tres superficies solidorum paralellogramorum cõmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule z laterũ proportionalium.ideoqz similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24.z.13.quinti cuncte sex sup̃ficies hoꝝ duorum solidoꝝ paralellogramoꝝ sunt similes adinuicé:igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum z piramidũ sit vna ex.15.quinti.nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius.cumqz sit proportio solidoꝝ vna sicut suorum relatiuoꝝ laterum triplicata ex.36.vndecimi libri:sunt aũt latera solidorum eadẽ quoqz latera piramidũ.erit quoqz ex. 11.quinti proportio propositaꝝ piramidum sicut suoꝝ relatiuoꝝ laterum proportio triplicata:quod est propositum.

¶ Qꝫ si fuerint due quelibet piramides laterate similes erit ꝓportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.





¶ Sint due laterate piramides quaꝝ coni.a.z.b.similes sintqz super bases penthagonas que sunt.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico qꝫ ꝓportio eaꝝ est sicut suoꝝ relatiuorum laterum triplicata .Constat enim ex diffinitione similiũ superficieꝝ z corporum qꝫ penthagoni qui sunt bases propositarum piramidũ sibi ad inuicé cunctiqz relatiui aľreliqui triãguli ipsas ãbientes sibi inuicé sũt similes.diuidanť itaqz bases ambaꝝ in triangulos siles z numero equales ꝑut. 18.sexti ꝓponit esse possibile:protractis in hac quidé lineis.c.e.z.c.f.i illa vero.h.l.z.h.m .dico igiť istas piramides esse diuisas in piramides triangulas siľes z numero equales.Conferãť enim adinuicem due piramides.a.c.d.e.b.h.k.l.quaꝝ coni sunt.a.z.b .cõstat autem ex ypothesi triangulũ.c.a.d.esse similé triangulo. b.h. k.z triangulũ.d .a.e. triangulo.k.b.l.z qꝛ etiã ex ypothesi angul⁹.d.é equalis angulo.k.z latera .c.d.z d.e.cõtinẽtia angulũ.d.sunt ꝓportionalia lateribus.h.k.z.k.l.cõtinẽtibus angulũ.k.erunt ex.6.sexti duo trianguli.c.d.e. z. h.k .l.equianguli. ideoqz per.4.sexti erit ꝓportio.c.d.ad.h.k.sicut.c.e.ad.h.l.cũqz ex ypothesi sit ꝓportio.c.a. ad.h. b.z etiã.a.e.ad.b.l.sicut.c.d.ad.h.k.erit ex. 11.quinti.c.a.ad.h.b.z.a.e. ad.b.l. sicut.c.e.ad.h.l.igiť ex.5.sexti z diffinitione similiũ superficieꝝ triangulus.c.a.e. erit siľis triangulo.h.b.l.manifestum est itaqz ex diffinitione siľium corporum qꝫ piramis.a.c.d.e.é similis piramidi.b.h.k.l.siľr quoqz cõstat piramidé.a.c.e.f.eé

silem piramidi .b.h.l.m.ꝛ piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.h.m.n.qꝛ ergo ex hac.8 ꝓportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidē.b.h.k.l.ē sicut lateris.c.d.ad latus.h.k. triplicata ꝛ etiā piramidis.a.c.e.f.ad piramidē.b.h.l.m.sicut.e.f.ad.l.m .tripli/cata.ac etiā piramidis.a.c.f.g.ad piramidē.b.h.m.n.sicut.c.g.ad.h.n.triplicata cū sit ex ypothesi ꝓportio.e.f.ad.l.m.ꝛ.c.g.ad.h.n.sicut.c.d.ad.h.k. sequitur ex 13.quinti vt ꝓportio totaliū piramidū.a.ꝛ. b.sit sicut vnius haꝝ ꝑtialium ad aliā vnā.igitᷣ ex hac.8.ꝛ vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

¶Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt ꝓportionales.

¶Verū ē qḋ dicitur sup qualescūqꝫ bases poligonias sint.colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases ꝛ sṗficies suppreme sunt silēs ꝛ equales.cuncte vero relique superficies ipsa solida circūstantes:sunt equidistantiū laterum Talium autē solidoꝝ prima spēs ē seratile cū super vnā suaꝝ trilaterarū sṗficieꝝ intelligitᷣ eē statutū Scḋa vero spēs ē colūna cuiꝰ basis sit q̄drilatera quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā:ꝛ tertia ē cuius basis ē penta/gona ꝛ ipsa ex tribus seratilibꝰ ꝑficitᷣ .Simpliciter aūt dico ꝙ oīs laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligantᷣ itaqꝫ due colūne laterate.a.ꝛ.b.ꝯstitute sup duas bases.a.ꝛ.b.eque alte.dico ꝙ ꝓpor/tio colūnaꝝ.a.ꝛ.b.ē sicut basiū.a.ꝛ.b.distinguātᷣ nāqꝫ hee bases i triāgulos ꝛ hee columne in seratilia:basis quidē.a.que ponatur esse quadrangula in duos trigo/nos.s.c.ꝛ.d.ꝛ colūna.a.in duo seratilia.c.ꝛ.d.basis vero.b.que sit pentagona distinguatᷣ in tres trigonos.e.f.g.ꝛ colūna.b.in tria seratilia que silr̄ vocentᷣ.e.f.g. Manifestū ē igitᷣ ex his que in.36.vndecimi dicta sunt ꝙ ꝓportio seratilis .c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim. e.ꝛ iterū seratilis.d.ad seratile.e. sicut basis d.ad basim. e. quare per.24.quinti erit columne .a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim. e.eadem ratione erit columna.a.ad seratile.f.sicut basis.a.ad basim.f.at rursus columne.a.ad seratile.g.sicut basis.a.ad basim.g .igitᷣ ex.24.quinti quo/tiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes propositū.constat itaqꝫ ex hoc ꝙ

¶Omnes colūne laterate super eandē basim vel super equales con/stitute si fuerint eque alte erunt equales.

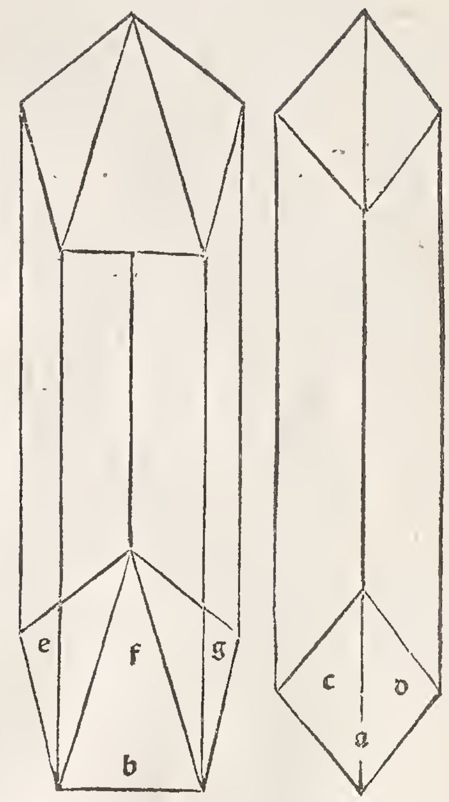
¶Cum eni vt proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basibꝰ ꝓ/portionales.ponantur aūt bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex.24.quinti vt etiam colūne sint equales.constat quoqꝫ ꝙ.

¶Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia ꝛ laterate colū/ne eque alta ipsa quoqꝫ suis basibus proportionalia eē necessario cō probantur.

¶Omnia enim hee species sunt laterataꝝ columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶Distinguatur basis columne in triangulos ꝛ ꝺm numerum triangulorum illo/rum distinguatur columna in seratilia ꝛ piramis columne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium. constat itaqꝫ vnumquodqꝫ seratile ad eā piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit tri/plum esse.hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri:igitur ex. 13 quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas ne/cesse est esse triplum cumqꝫ ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et



et ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erũt. Si vero bases earum ⁊ altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo ꝙ omnis laterata colũna ē tripla ad suã piramidē. si autem piramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quēadmodũ demonstratum est in septima huius: quia igitur columnarum suarumq; piramidũ eedem sunt bases ⁊ altitudines sunt eedem. constat prima pars ꝓpositi. Sint igitur bases ⁊ altitudines ꝓpositarum columnarum lateratarum mutue: dico ꝙ columne erunt equales. cum eni eedem sint bases eedemq; altitudines colũnaꝝ suaꝝq; piramidum: erunt bases ⁊ altitudines piramidũ ꝓpositaꝝ colũnarum mutue. si hoc vt positũ est veꝝ fuerit de columnis. erunt itaq; piramides equales ꝑut in septimo huius demonstratum ē igitur ⁊ columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secũda pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq̃ lateris ad suam relatiuum latus proportio triplicata.

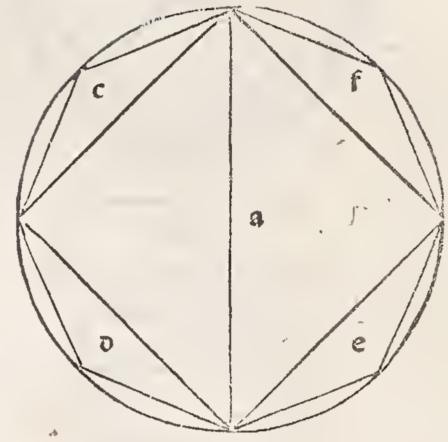
¶ Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similiũ corporum bases earum ceterq; superficies eas ambientes siles Diuidanť itaq; bases earum in triangl'os similes ⁊ numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: ⁊ ipse columne diuidanť in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius eē similia: qđ facile probabis ex ypothesi ⁊ sexta ⁊ quarta ⁊ quinta sexti: et diffinitione similium superficieꝝ ⁊ diffinitione similium corporum hoc autē probato erit ex .36. vndecimi proportio vniuscuiusq; seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius ꝓportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per .13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta ⁊ quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas ⁊ relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

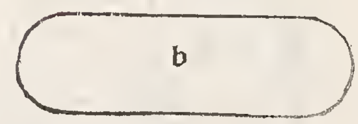
Propositio .9.

OMnis columna rotunda piramidi sue triplex esse cõprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligantur vna columna ⁊ vna piramis secũdum eandē suã altitudinē erecte: dicanturq; equiuoce ipsa piramis et columna ⁊ circulus nomine vno scʒ .a. dico itaq; ꝙ colũna .a. est tripla ad piramidē .a. cuius ꝓbatio ē quia neq; maior neq; minor põt esse q̃ʒ tripla Sit eni primũ si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita ꝙ si .b.

corp⁹ dematur de colūna.a.erit resid ū ei⁹ triplū ad piramidē.a. Inscribat̄ ergo quadratuꝫ circulo.a.sup qd erigantur duo seratilia eque alta colūne.a. de quibus duobus seratilibus piter acceptis cōstat ꝙ ipsa sūt plus medietate colūne.a .quē/admodū ipsum quadratū constat esse plus medietate circuli.a. Si eni ex ipsis seratilibus perficiantur solida palellograma quoꝝ ipsa sunt medietates: erit ipsa colū/na ps ipsoꝝ duoꝝ solidoꝝ piter acceptoꝝ: deinde super latera quadrati inscripti p ficiā quatuor triangulos duum equaliū lateꝝ in portionibus circuli quaꝝ portioni nuꝫ latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaꝝ portionū p equalia ꝛ sint illi trianguli.c.d.e.f.super quos etiā erige seratilia ad altitudinē colūne.a.ꝛ manife/stū est ꝙ hec seratilia sunt maius medietate portionū columne super portiōes cir/culi consistentiū quēadmodū ꝛ ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circu li. Fiat aūt hoc totiens quousqꝫ p primā . 10.cogat̄ aduersarius cōfiteri portiones colūne piter acceptas esse minus corpore.b. Erit igit̄ columna laterata octogona quā cōponunt omnia seratilia pariter accepta quaꝝ bases sunt trianguli diuiden/tes poligonū inscriptū circulo .a.mai⁹ triplo piramidis rotūde.a. ꝛ qꝛ ipsa laterata colūna ē tripla ad suā piramidē sicut demonstratū e in eis que premissa sunt. sequitur ex scōa pte. 10.quinti libri vt rotunda piramis.a.sit minor laterata pirami de laterate columne cuius basis ē inscriptū poligoniū basi rotunde piramidis.a. qd est impossibile. Est eni piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde: nō ē igit̄ piramis.a.min⁹ tertia pte sue columne.sed nec plus tertia. Si eni possibile ē: sit piramis.a.plus tertia pte columne.a.quātitate corporis.b.ita ꝙ detracto corpore.b de piramide.a.sit residuū ipsius piramidis tertia pars colūne.a.igit̄ quēadmodū prius ex piramide.a.intelligat̄ detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratū circulo.a.inscriptū quā lateratam piramidem constat esse plus dimi/dio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis.a. rursus intelligant̄ detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f.qui sunt in portionibus ba/sis ꝛ hoc totiēs fiat vt ex prima decimi relinquat̄ ex piramide.a.minus corpore.b erit itaqꝫ piramis laterata inscripto poligonio supstans quā cōponunt laterate piramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colūne.a. ꝛ quia ut probatū ē in p̄cedentibus hec piramis laterata ē tertia ps sue columne laterate a.sequit̄ denuo ex scōa pte. 10.quinti libri columnā rotundā.a.esse minorē colūna laterata eiusdē altitudinis cuius basis ē poligoniū basi rotunde piramidis inscri/ptū: hoc aūt impossibile: nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotūde. Cum igitur columna rotunda nō possit eē minus triplo sue piramidis neqꝫ maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

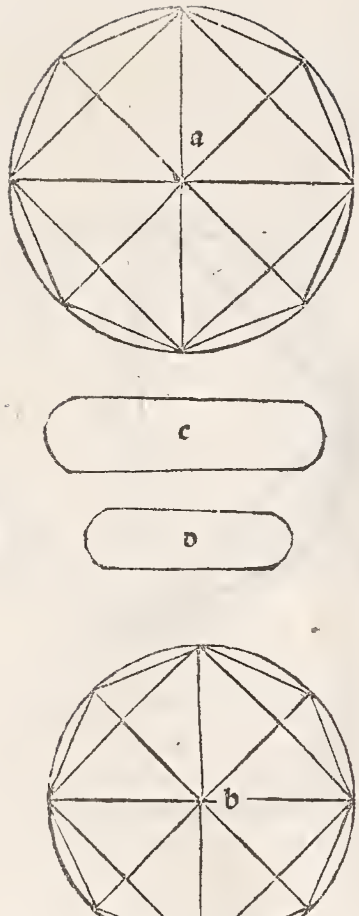




Propositio .10.

Omnium duarum rotundaꝝ piramidum similiū columnarumve rotundarum similium ē proportio alterius ad alteram tanqꝫ diametri sue basis ad diametrū basis alteri⁹ proportio triplicata.

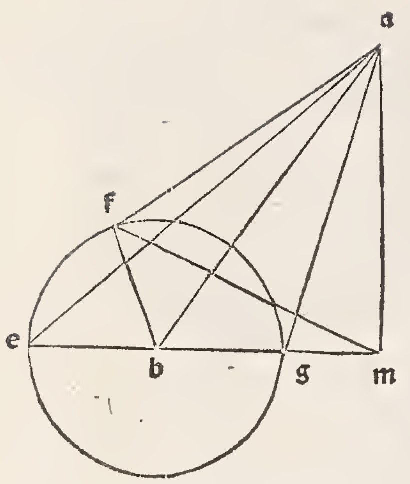
¶ Sint duo circuli.a.ꝛ.b.super quos constituantur due rotūde piramides similes dueqꝫ columne rotunde similes ꝛ dicantur circuli ꝛ piramides ꝛ co/

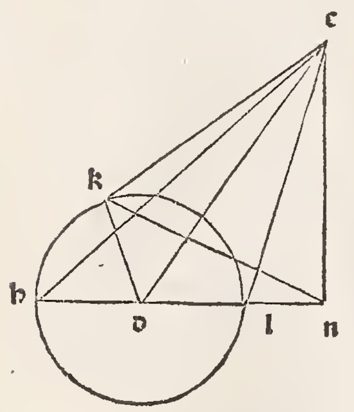


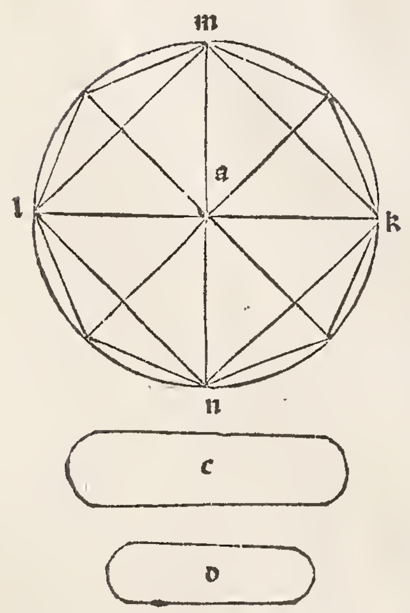
lumine ⁊ diametri circulorum bis nominibus.a.⁊.b.equinōce:dico itaq3 ꝙ.ꝓpor/
tio duarum piramidum.a.⁊.b.duarūq3 columnaꝝ.a.⁊.b.ē sicut duaꝝ diametroꝝ
a.⁊.b.proportio triplicata:hoc autem si de piramidibus constiterit:de columnis
autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla
ad suam piramidē:de piramidibus autem constabit hoc demōstratione ducente
ad impossibile.Est eni per cōmunē sciam positā in principio scōe demōstrationis
huius.12.libri: que proportio diametri.a.ad diametrū.b.triplicata: eadem pira/
midis.a.ad aliqđ corpus:illud igit̃ corpus sit.c.de quo dico ꝙ ipsum non pōt esse
minus neq3 maius piramide.b.Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor
poris.d.ita ꝙ duo corpora.c.⁊.d.ꝑiter accepta sint quātum piramis.b.itaq3 quē
admodū in scōa ꝑte premisse ex piramide.b.detrahat̃ laterata piramis sibi eque
alta cuius basis sit quadratum inscriptū circulo.b.⁊ ex residuo eius detrahant̃ pi/
ramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli.b.fiat ita
q3 hoc totiens quousq3 cogente prima.10.sit residuū piramidis.b.minus corpore
d.eritq3 ex cōi scia laterata piramis detracta quā cōponunt partiales piramides
detracte maius corpore.c.Inscribat̃ itaq3 circulo.a.poligoniū simile illi quod est
basis laterate piramidis detracte a piramide.b.⁊ ad angulos huius poligonij in/
scripti circulo .a.demitte lineas a cono piramidis.a.perficiens super illud poligo
nium lateratā piramidē eque altā rotunde piramidi.a.hanc igit̃ studeas demon/
strare esse silēm laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.qđ hoc mō fa/
cies:in vtraq3 piramide eriges axem ipsius que erit ex diffinitōne linea cōtinuans
verticē piramidis cū cētro basis ⁊ erit perpendicularis ad basim:dehinc a centris
basium protrahas in vtroq3 circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq3
poligonij inscripti.cunq3 ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit ꝓ/
portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alteri⁹.ideoq3 etiā ex.15.quinti ⁊ equa ꝓportiōalitate sicut semidiametri ad se
midiametrū.sint aūt vtrobiq3 omnes anguli quos axes cum semidiametris conti
nent recti.necesse ē ex sexta ꝓpositione sexti libri ⁊ quarta eiusdē ⁊ diffinitiōe simi
lium superficieꝝ ⁊ similiū corpoꝝ diffinitione vt laterata piramis.a.sit similis late
rate piramidi.b.quare ꝑ additā ad.8.huius ꝓportio laterate piramidis.a.ad la/
teratam.b.ē sicut lateris vnius ad suū relatiuū latus alterius ꝓportio triplicata.
ideoq3 ⁊ sicut diametri.a.ad diametrū.b.triplicata.igit̃ quoq3 sicut rotunde pira/
midis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate pirami/
dis.a.ad rotundā piramidē.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.⁊ q2 latera
ta piramis.b.maior ē corpore.c.erit laterate piramis.a.maior rotunda piramide
a.qđ ē impossibile cū sit ps eius:nō est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b
Restat itaq3 ꝓbandū ꝙ nec maius.si eni aduersarius dicat ipsū eē mai⁹ tunc argu
atur ex cōuersa proportionalitate ꝓportionē diametri.b.ad diametrum.a.tripli/
catā esse sicut corpis.c.ad rotundā piramidē.a.sed ex cōceptione eadē est rotunde
piramidis.b.ad aliqđ corpus aliud qđ sit.d.⁊ q2 ex ypothesi corpus.c.maius ē ro
tunda piramide.b.sequit̃ ex.14.quinti ꝙ rotunda piramis.a.sit maior corpore.d.
itaq3 proportio rotunde piramidis.b.ad corpus qđ ē minus rotunda piramide.a
videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametꝝ alterius ꝓportio triplicata.hoc
aūt est impossibile .nā ex hoc demōstrauim⁹ sequi ꝙ ps sit maior suo toto.cū ergo

corpus.c.nō possit min⁹ eē neqȝ mai⁹ rotunda piramide.b.erit necessario sibi eq̄/
le.ideoqȝ ex scđa pte.7.quinti constat ꝓpositū.Nō lateat autem nos huius demon
strationis processum ad eas dūtaxat colūnas ⁊ piramides rotundas coartari qua
rum axes suis basibus perpendiculariter insistunt:tales eni diffinite fuerūt i prin
cipio vndecimi:cum tamē passio hic demonstrata cōmuniter conueniat omnibus
columnis rotundis similibus piramidibusqȝ rotundis similibus siue eaꝝ axes su/
per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: ⁊ ap/
pellenť differentie cā hee rotunde colūne ⁊ pirammides q̄rum basib⁹ axes ortho/
gonaliter superstant erecte:relique vero dicanť inclinate :⁊ q2 in principio.11.non
sunt diffinite colūne aut piramides rotunde nisi ille tm̄ quas erectas vocam⁹:hee
quidē per motū palellogrami rectanguli.illi vero per motū trigoni rectāguli.ideo
conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas ⁊ piramides diffinitionib⁹
cōmuniter ⁊ vniuoce conuenientibus erectis ⁊ inclinatis columnis ⁊ piramidibus
rotundis.Cum igiť extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct⁹ qui
cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato
puncto manente fixo descripto circulo quousqȝ ad locum vnde moueri inceperit.
circūducať:corpus qđ a curua supficie quā motu suo describit hec linea ⁊ ab ipso
circulo cui circūduciť cōtineť voco piramidē rotundā.et circulū cui linea hec circū
ducitur voco basim ipsius piramidis.fixum aūt punctū extra circulū supficiem si/
gnatū voco conū piramidis:lineamqȝ rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira
midis appello axem seu sagittā piramidis.Cumqȝ hec sagitta fuerit perpendicula/
ris ad basim dico piramidē esse erectam.cū vero inclinata dico etiā piramidē incli
natam.cum aūt fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti
bus quos vna plana supficies p coꝝ centra transiens secuerit fuerintqȝ continua
te per lineā rectā due relatiue sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝝ circulorū.
Si linea hec in circūferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter situi a quo moueri ince/
perit quousqȝ ad locū suum redeat circūducať:corpus qđ a curua supficie quā mo/
tu suo describit hec linea ⁊ a duobus ꝓpositis circulis contineť:voco columnā ro/
tundam.cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duoꝝ circuloꝝ cōtinuans. Et
cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusqȝ duorum circulo/
rum:dico columnam esse erectam.Cum vero fuerit super basim inclinata dico co
lumnam esse inclinatā.Cumqȝ fuerint due rotunde piramides aut columne a qua
rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte
fuerintqȝ anguli quos axes ⁊ communes sectiones harum superficierum ⁊ basiuȝ
continent ad inuicem equales: ⁊ fuerit proportio axis vnius ad axem alterius si/
cut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alteri⁹:tunc illas duas pi
ramides adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse.his dif
finitionibus positis demonstrandū est q̄ omnium duarum rotundarum pirami/
dum similium columnarū ve rotundarum similium siue erecte siue inclinate fue/
rint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc
autem premittimus antecedens necessarium.

Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranqȝ quaꝝ

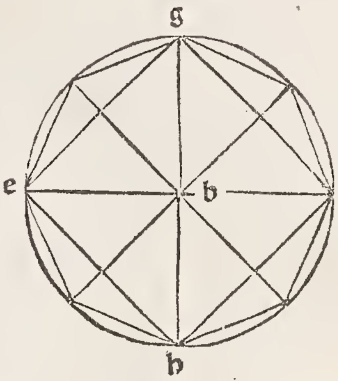






due plane superficies super axem secent fueritq; bar duar superficierum altera in vtraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes et due communes sectiones basium et earum superficierum que sup bases nō ponūtur orthogonaliter erecte cōtinēt adinuicē equales
¶ Sint due rotunde piramides .a.b. et .c.d. quarum bases sūt circuli .e.f.g. et .h.k.l. et axes due linee .a.b. et .c.d. et diametri basiū .e.g. et .h.l. centra basiū sunt duo pūcta .b. et .d. coni piramidū .a. et .c. similes ad inuicē: et ab earum conis ad superficiē basiū protrahantur vt docet .11. vndecimi libri due perpendiculares que sunt .a.m. et .c.n. et continuentur puncta .m. et .n. cū centris basiū protractis lineis .b.m. et .d.n. eritq; ex .18. vndecimi superficies .a.b.m. que egreditur ab axe .a.b. erecta sup basim piramidis .a.b. orthogonaliter. Eodē modo superficies .c.d.n. que egreditur a.b. axe .c.d. erit erecta super basim piramidis .c.d. orthogonaliter. sint itaq; duo arcus .f.g. et .k.l. similes: et intelligantur due superficies .a.b.f. c.d.k. egredi ab axibus et secare piramides .a.b. et .c.d. siles: dico igitur duos angulos .a.b.f. c.d.k. esse adinuicem equales. protrahantur enī due linee .f.m. et .k.n. quia igitur due piramides .a.b. et .c.d. sunt similes et due superficies .a.b.m. c.d.n. stantes orthogonaliter super bases egrediuntur ab earum axibus: erit ex diffinitione similiū piramidū angulus .a.b.m. equalis angulo .c.d.n: et quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte vterq; duorum āngulorum .a.m.b. c.n.d. ē rectus erunt ex .32. primi et .4. sexti duo primi trianguli .a.b.m. et .c.d.n. laterū proportionaliū vt proportio linee .a.b. ad lineā .c.d. sicut .b.m. ad .d.n. et sicut .a.m. ad .c.n. et quia ex diffinitione siliū piramidū proportio axis .a.b. ad axem .c.d. ē sicut semidiametri .b.f. ad semidiametrum .d.k. erit ex .11. quinti. proportio .b.f. ad .d.k. sicut .b.m. ad .d.n. Cumq; sint duo anguli .f.b.m. et .k.d.n. equales eo quod duo arcus .f.g. et .k.l. sunt similes ex ypothesi: erit ex sexta et quarta sexti proportio .f.m. ad .k.n. sicut .b.m. ad .d.n: ideoq; sicut .a.m. ad .c.n. et quia iterum ex diffinitione linee super superficiē perpendiculariter erecte vterq; duorū angulorum .a.m.f. c.n.k. ē rectus: erit ex sexta et quarta sexti proportio .a.f. ad .c.k. sicut .a.m. ad .c.n. ideoq; per .11. quinti sicut .a.b. ad .c.d. et sicut .b.f. ad .d.k. igitur ex quinta sexti duo anguli .a.b.f. et .c.d.k. sunt adinuicem equales quod est propositum.
¶ Idem probabis leuiter de rotūdis columnis similibus: hoc itaq; demonstrato dico quod omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunq; fuerint siue erecte siue inclinate ē proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides .a. et .b. quarum bases sunt circuli .a. et .b. et horum circulorum diametri sint etiam .a. et .b. sitq; proportio piramidis .a. ad corpus .c. sicut diametri .a. ad diametrum .b. proportio triplicata. non erit igitur corpus .c. minus neq; maius rotunda piramide .b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis .d. ita quod duo corpora .c. et .d. pariter accepta sint quantum rotunda piramis .b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitq; communis sectio huius superficiei et circuli .b. linea .e.f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. et protrahatur intra circulum .b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit .g.h. Sicq; inscribatur circulo .b. quadratum .e.g.f.h. et a rotunda piramide .b. intelligatur

detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que vt probatum ē supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli. b. fiatq3 hoc totiens quousq3 residuum sit rotunde piramidis. b. minus corpore. d. ex prima decimi. Eritq3 ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore. c. tunc ergo prodeat ex axe piramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum. a. ꝛ sit cōmunis sectio huius superficiei ꝛ circuli. a. linea. k. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur aūt in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicq3 inscribatur in circulo. a. quadratū. k. m. l. n. ꝛ diuidendo arcus portionū circuli. a. per equalia ꝑficiatur in circulo. a. poligoniū simile illi quod est inscriptum circulo. b. ꝛ ad singulos angulos huius poligonij demitte lineas rectas a cono piramidis. a. ꝑficiens super illud poligonium lateratam piramidem eque altā piramidi. a. hanc aūt lateratā piramidē ꝓbabis esse similē laterate piramidi detracte a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies ꝓduces axes cogitatione vel actu vtriusq3 in vtrisq3 piramidib⁹. a. ꝛ. b. ꝛ a centris basium ꝓtrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptoꝝ poligonioꝝ. Eruntq3 ex premisso antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos poligonij sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis. b. cū singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad āgulos poligonij sibi inscripti. Et q2 ex diffinitione rotundaꝝ piramidū similiū proportio axis piramidis. a. ad axem piramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrū circuli. b. sequitur ex sexta ꝛ quarta sexti ꝛ diffinitionib⁹ similium superficierū ꝛ similiū corporum ꝙ due laterate piramides. a. ꝛ. b. sint siles. Cetera argue sicut prius in decimo. constat itaq3 de omnibus rotundis piramidibus similibus ꝙ proportio eaꝝ sit sicut diametroꝝ suaꝝ basium triplicata. ꝛ quia omnis columna rotunda ē tripla ad suā piramidē. hoc eni sufficiēter ē demōstratū siue colūne ꝛ sue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequit̄ ex. 15. quinti vt etiā quarumlibet columnaꝝ rotundaꝝ siliū sit proportio sicut suaꝝ diametroꝝ triplicata.



Propositio . 11.

Omnes duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.

¶ Supra duos circulos. a. ꝛ. b. statuantur ut prius due rotunde piramides eque alte que dicant̄ siliter. a. ꝛ. b. ꝛ due rotunde columne eque alte eisdē litteris asscripte. a. ꝛ. b. dico itaq3 ꝙ ꝓportio duaꝝ piramidū. a. ꝛ. b. duarūq3 colūnaꝝ. a. ꝛ. b. ē sicut duoꝝ circuloꝝ. a. ꝛ. b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demōstrabit̄ omnis eni rotunda columna tripla ē ad suam piramidem: de piramidibus autem cōstabit indirecta demōstratione hoc modo. Est eni ex cōi scia ꝓportio rotunde piramidis. a. ad aliqđ corpus sicut circuli. a. ad circulū. b. illud corp⁹ sit. c. dico itaq3 ꝙ corp⁹. c. nō pōt eē maius neq3 min⁹ rotūda piramide. b. sit eni p̄mo min⁹ q̄ntitate corpis. d. igit̄ circlo. b. inscribat̄ q̄dratū ꝛ detrahat̄ a rotunda piramide. b. piramis laterata cuius sit basis quadratū circulo. b. inscriptū ꝛ ex portionibus piramidib⁹ detrahant̄ piramides

super trigonos portionum circuli consistentes fiatqz hoc totiens quousqz sit ex pi ramide.b.residuum minus corpore.d.eritqz laterata piramis detracta quã com/ ponunt partiales piramides detracte maior corpore.c.inscribatur ergo circulo.a. poligonium simile illi poligonio quod est basis laterate piramidis. b. ꝛ perficiat super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a .ad an/ gulos poligonij inscripti. Eruntqz due laterate piramides.a.ꝛ.b.eque alte.hoc enĩ est propositum de rotundis :quare proportio laterate piramidis.a.ad lateratã pi ramidem.b.est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonij.a.ad poli gonium .b .hoc enim demonstratum est in sexta huius .at vero poligonij. a. ad poligoniũ .b.ẽ sicut circuli.a.ad circulum .b.quod manifestum ẽ ex prima ꝛ secun da huius: itaqz laterate piramidis.a.ad lateratã piramidem.b.sicut rotunde pira midis.a.ad corp⁹.c.q̃re permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam pirami/ dem.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumqz sit laterata piramis.b.ma/ ior corpore.c.sequitur lateratam piramidem.a.esse maiorem rotunda piramide a.hoc autem impossibile:est enim pars eius:non erit ergo corpus.c.minus rotun da piramide.b.Si vero ponat aduersarius ꝙ sit maius demõstrabimus. rursum idem impossibile consequi:erit enim per conuersam proportionalitatem ꝓportio corporis.c.ad rotundam piramidẽ.a.sicut circuli.b.ad circulum.a.sit quoqz eadẽ rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus qđ sit.d.cum igit̃ corpus.c.sit maius ro tuñda piramide.b.per ypothesim:erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior cor pore.d.itaqz proportio circuli.b.ad circulum.a.erit sicut rotunde piramidis.b.ad quoddã corpus minus rotunda piramide .a.sed hoc demõstratũ ẽ prius esse im/ possibile .sic enim sequit̃ ꝙ pars sit maior suo toto.non est igit̃ corp₉.c. neqz min⁹ neqz maius rotunda piramide.b.sed tm̃ equale.itaqz ex scđa parte septime quinti conclude propositum. Ut aũt facilius incõcussiusqz demonstraret̃ qđ sequitur:ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶Si superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi ei⁹ secuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam secantem sp̃ficiem terminantur portionibus axis columne proportionalia.

¶Simile ẽ hoc ei quod ꝓposuit.25.vndecimi libri de solidis paralellogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis imo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Qđ qui argumentationem prime sexti vel.25.vn decimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit:hic eni nõ aliter q̃z ibi ex diffi/ nitione incontinue proportionalitatis que posita ẽ in prohemio quinti libri argu/ endum est propositum.Attendere aũt oportet ꝙ quecunqz superficies secat colũ/ nam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius opposite.nam quecunqz superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoqz sunt equidistantes adinuicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta vndeci/ mi libri didicisti :quare manifestum est ꝙ omnes rotunde columne quarum sunt bases eq̃les altitudinib⁹ suis sunt proportionales: Idem quoqz de lateratis.idem quoqz de piramidibus rotundis;ꝛ etiam de lateratis quod de piramidibus cõsta/ bit si prius de columnis probetur.Est enim omnis columna triplex ad suam pi/ ramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que supra in octa/ ua demnostrata sunt

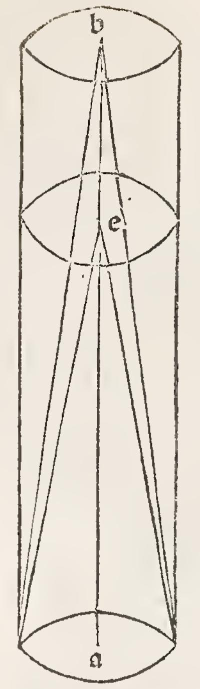
Propositio .12.

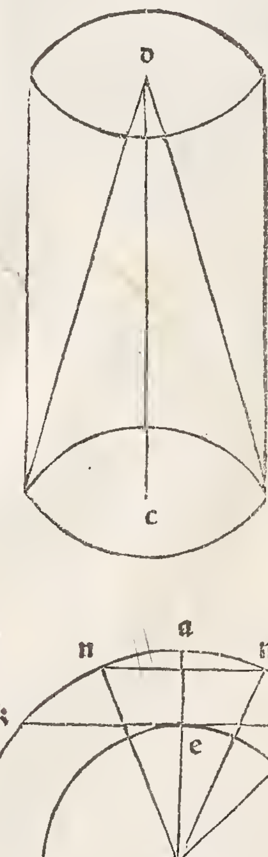
SI due piramides rotunde siue columne fuerint eq̄les sue bases ⁊ altitudines erūt mutue. Si vero sue bases ⁊ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colūnas eq̄les eē necesse ē. ¶ Altitudinē piramidū determinant linee a conis ad bases ꝑpendiculariter descēdentes: colūnaꝝ autem a supꝛemis eaꝝ sup̄ficieb⁹ ad bases. Sint itaq; due rotūde piramides.a. b.⁊.c.d.eq̄les: dueq; rotūde colūne.a.b.⁊.c.d.eq̄les: sintq; cōes bases tam piramidū q̄ colūnaꝝ duo circuli.a.⁊.c.cōes quoq; altitudines tam piramidū q̄ colūnaꝝ determinate ꝑ lineas .a.b.⁊.c.d.dico ꝙ ꝓportio circuli .c.ad circulum .a.ē sicut altitudinis. a.b. ad altitudinē .c.d.⁊ ecōuerso.hoc aūt si de colūnis ꝓbatū fuerit de piramidibus certū erit: qm̄ ois colūna rotūda tripla ē ad suā piramidē .si itaq; due altitudines a.b.⁊.c.d.fuerint eq̄les ex p̄missa cōstat ꝓpositū. Si aūt ineq̄les sit.a.b.maioꝛ sumaturq; .a.e.eq̄lis.c.d.⁊ secet̄ colūna.a.b .a sup̄ficie.e.equidistāter basi ei⁹.a.erit q; ex p̄misso antecedente colūna.a.b.ad colūnā.a.e.sicut altitudo.a.b.ad altitudinē.a.e.iōq; ex pꝛima p̄te.7.quinti colūna.c.d.ad colūnā.a.e.sicut altitudo.a.b. ad altitudinē .a.e.quare ꝑ scōam p̄tē.7.quinti sicut altitudo.a.b.ad altitudinē.c.d.ex pꝛemissa aūt ē colūna.c.d.ad colūnā.a.e.sicut circulus.c. ad circulū.a. itaq; p.11.quinti ē altitudo.a.b.ad altitudinē.c.d.sicut basis.c.ad basim.a.constat igitur pꝛima ps. Scōa cōuerso mō cōstabit eadē dispositione manēte.sit eni vt basis c.ad basim.a.sic altitudo.a.b.ad altitudinē.c.d.dico ꝙ due colūne.a.b.⁊.c.d.sūt eq̄les.erit eni ex scōa p̄te.7.quinti altitudo.a.b.ad altitudinē.a.e .sicut basis.c.ad basiſ.a.⁊ qꝛ ex p̄missa colūna.c.d.ad colūnā.a.e.ē.sicut basis. c.ad basiſ.a.⁊ ex p̄missa antecedente colūna.a.b.ad colūnā.a.e.sicut altitudo.a.b.ad altitudinē.a.e sequit̄ ex.11.quinti vt colūna.c.d.ad colūnā.a.e.sit sicut columna.a.b.ad eandem a.e.igitur ex pꝛima p̄te.9.quinti due colūne.a.b.⁊.c.d.sunt equales: quare cōstat etiā secunda pars.

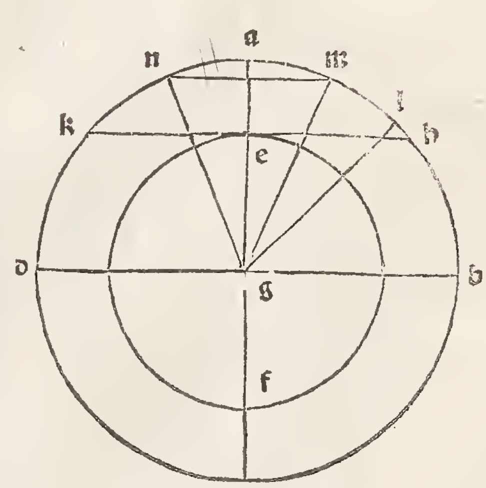
Propositio .13.

CUm ꝓpositi fuerint duo circuli ab vno cētro circūducti superficiē multiangulā equaliū lateꝝ circulū minoꝛē minime tangentiū intra circulum maioꝛem describere.

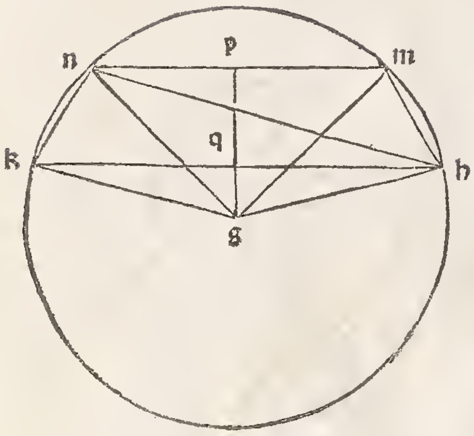
¶ Sint duo circuli.a.b.c.d.⁊.e.f.ab vno cōi cētro qđ sit.g. circūducti.dico ꝙ intra maioꝛem qui sit.a.b.c.d.possibile ē vnū poligoniū qđ sit equilateꝝ describi minoꝛē circulū qui ē.e.f.nullo suoꝝ lateꝝ tangens. Quadrent̄ eni hi duo circuli duabus diametris sup centꝝ ipsoꝝ oꝛthogonaliter seinuicē secantibus que sint.a.c.⁊.b.d.sitq; .e.f.diameter minoꝛis ps diametri .a.c.q̄ ē diametri maioꝛis.sicq; igit̄ a puncto.e.ducat̄ vtrinq; vsq; ad circūferentiā maioris linee oꝛthogonaliter super diameꝶ.e.f.que occurrat circumferentie maioꝛis hinc quidē i puncto.h.inde vero in puncto.k.eritq; ex coꝛelario.15.tertij linea.h e.k.contingens circulum minoꝛē: postea vero quadrantē.a.b.maioꝛis circuli diuide per equalia in puncto.l.sēdū doctrinam.29.tertij: dehinc rursus arcum .a.l.ꝑ equalia ad punctum.m.cumq; hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcū qui minoꝛ erit arcu.a.b.sitq; hic.a.m.hoc autē idcirco necessarium est qꝛ cuꝫ fuerint due quātitates ieq̄les si a maioꝛi eaꝝ demat̄ ei⁹ dimidiū.itēq; a residuo dimidiū possibile ē hoc totiēs fieri quousq; tādē mīoꝛ mīoꝛe eaꝝ relinq̄t̄ queadmodū i p̄ma.10.demōstratū ē.cū igit̄ sic diuidēdo ad arcū q̄ntulumcūq; mioꝛē .a.b.fuerit







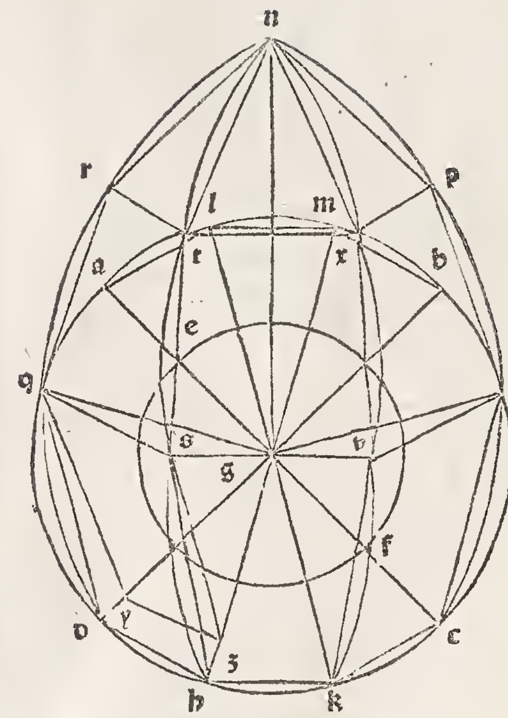
deuentū cuiusmodi est arcus hic.a.m.sumatur arcus.a.n.equalis arcui .a.m.du/ canturqȝ due linee.a.m.ꝛ.n.m.quia igitur arcus.a.k.est equalis arcui. a.b.quod ex secunda parte tertie tertij ꝛ quarta primi ꝛ.28. tertij manifestum ē ꝛ quia arcus a.n.est equalis arcui.a.m.erit ex cōmuni scientia arcus.n.k.equalis arcui.m .b. ergo due linee.m.n.ꝛ.k.b.sunt equidistantes ergo linea.m.n.non poterit tange/ re circulū.e.f.q̄re multo fortius neqȝ linea.a.m.potest ipsum tangere: ¶Quoniaȝ igitur constat circulum.a.b.c.d.diuisibilem esse per arcus equales arcui.a.m.ideoqȝ per.28.tertij sil' cōstat itra ipsū circulū posse chordulas eq̄les chordule.a.m.conti/ nue coaptari circulum ipsum poligonie chordantes.manifestū est itra circulū ma/ iorē posse vnū poligoniū equilaterū cuius vnū latus ē linea .a.m. inscribi ꝛ quia linea.a.m.nō contingit circulum minorē pȝ ex prima pte.13. tertij et diffinitione linearum a centro circuli equaliter eq̄distantium ꝙ inscriptū poligoniū nullo late/ rū suoꝝ tangit circulū minorē qd̄ est propositū.¶At quid dubitas duas lineas.m n.ꝛ k.b.eē eq̄distantes cū sint duo arcus.n.k.ꝛ.m.b.equales:hoc aūt incōcussaȝ veritatē fortitum est ꝙ due linee circulū vnū nō aūt se inuicē secantes: si ex circum ferentia equales arcus hincinde lineis ipsis inter sint erunt equidistantes:duc qui dem a centro.g.lineā.g.p.ꝑpendicularē ad lineā.m.n.que secet lineā.b .k.i pun/ cto.q.ꝛ protrahe lineas.g.m.g.n.g.k.g.b.ꝛ duobus arcubus.n.k.ꝛ.m.b.subten de duas chordas que etiā dicanť.n.k.ꝛ.m.b.erūtqȝ ex.28.tertij hec chorde eq̄les n.k.ꝛ.m.b.eo ꝙ arcus equales ꝛ per secūdā ptē tertie eiusdē tertij erit linea.n.p. equalis linee.m.p.cum igitur vterqȝ duoꝝ angulorum qui sunt .a. d.p. sit rectꝰ ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus.n.p.g. equalis angulo p.g.m.At vero per.8.primi angulus.k.g.n.ē equalis angulo.b.g.m. itaqȝ ꝑ cō/ munem scientiā que ē si equalibus equalia addas tota erunt equalia.erit angulus k.g.q.equalis angulo.q.g.b.ideoqȝ per quartā primi linea.k.q.erit equalis linee q.b.quare ꝑ primā partē tertie tertij linea.g.q.erit perpendicularis ad lineā.k.b. igitur ex prima pte.28.primi due linee.n.m.ꝛ.k.b.sunt equidistantes ꝛ hoc est qd̄ dubitare conquestus es.¶hoc eni idem aliter demōstrare est possibile ducať eni linea.n.b.eritqȝ ex vltima sexti angulus.b.m.n.equalis angulo.n. b.k. eo ꝙ ar/ cus.b.m.est equalis arcui.n.k.ideo ex.27.primi linea.m.n.erit equidistans linee b.k.Conuersam quoqȝ si libuerit conuerso modo probabis.si enim.linea.m.n.est equidistans linee.b.k.erit arcus.n.k.equalis arcui .m.b.erunt eni ex prima par/ te.29.primi duo anguli.b.m.n.ꝛ.n.b.k.equales.ideoqȝ ex vltima sexti duo arcus n.k.ꝛ.m.b.erunt etiam equales:

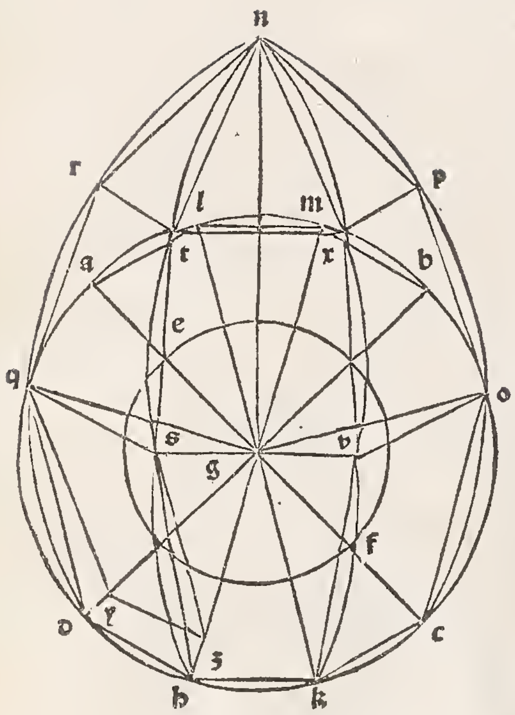


Propositio .14.

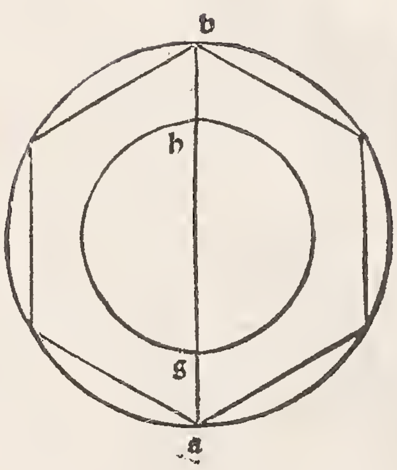
Duabus speris vnum centrum habentibus propositis in/ tra maiorem earum solidum multarum basium superfici/ em minoris spere minime tangentiū figuraliter cōstituere Quo constituto si in minori spera siue in qualibet alia spe ra simile corpus intelligibiliter constituatur erit propor/ tio corporis multarum basium intra maiorē speram constituti ad cor pus multarum basium intra minorem speram vel aliam constitutam sicut diametri maioris spere ad diametrum minoris vel alterius spere proportio triplicata.

¶Sint proposite due spere.a.b.c.d.z.e.f.vnum atqz idem centrum quod sit.g.
habentes z sit maior earum spera.a.b.c.d.minor vero spera.e.f. volumus autem
intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere: de quibus non
intendimus q ipse bases sint equales aut similes sed q nulla earum tangat super
ficiem minoris spere.Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranqz
propositarum sperarum vna plana superficie per cōmune centrum earum transe/
unte:eruntqz ex diffinitione spere z diffinitione circuli cōmunes sectiones huius
secantis superficiei z superficierum sperarum propositarum linee continentes circu/
los.sint itaqz duo circuli.a.b.c.d.z.e.f.quorum centrum est centrum spere de quo
propositum est q ipsum sit.g.Quadrabimus igit hos duos circulos duabus dia
metris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secantibus que sint.a.c.z.d.b.po/
stea maiori circulo sm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilate/
rum nullo suorum laterum tangens minorem circulum .Et sufficiat exempli causa
inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q in quadrante ipsius maioris circu/
li qui est .c.d .sint tria latera huius duodecagoni que sint chorde.d.h.h.k. z.k.c.
que cum sint equales erunt quoqz ex prima pte.27.tertij arcus earum equales:de/
hinc a duobus punctis. h.z.k. que sunt extremitates medie chorde producemus
duas diametros que sunt.h.m.z. k.l.z super centrum.g .erigemus lineam.g.n.
perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c.d.quā producemus quousqz obuiet
superficiei spere maioris super punctum.n.deinde intelligam quatuor superficies
secantes speras propositas:quarum vnaqueqz secet eas super lineam.g.n.sed pri/
ma earum supra lineam.g.n.z diametrum.d.b.secūda super lineam.g.n.z diame
trum.h.m.tertia vero super lineam.g.n.z diametrum.k.l.quarta autem super li/
neam.g.n.z diametrum.c.a.eruntqz ex diffinitionibus spere z circuli cōmunes se
ctiones harum superficierum z superficiei spere maioris linee continentes circu/
los z erūt portiones inscripte vt inter punctū.n.z quatuor puncta que sūt.d.h.k.
c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.h.n.z.k.n.z. c.n. hoc
autem ideo euenit q omnes anguli quos continet linea .g.n.cum vnaquaqz dia/
metrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione li/
nee perpendicularis ad superficiem:recti vero anguli in centro quarte circumferen
tie subtendantur.quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autē cir
culorum equalium manifestum est q vnusquisqz horum q̄tuor circulorum ē equalis cir
culo.a.b.c.d.Nam diameter omnium ipsorum ē diameter spere maioris. igit.p.15.
quinti q̄drantes eorū sunt equales:quare quinqz arcus qui sunt.d.n.h.n.k.n.c.n.z
d.c.sunt equales:i vnoquoqz ergo q̄tuor q̄drantiū circulorum erectorum coaptent ypo/
themisales chorde quarum q̄libz sit eq̄lis chorde circuli ,pstrati q̄ sūt latera poligonij
sibi inscripti z ē vna earum chorda.d.h.sintqz i pmo quidē.d.q.q.r.z.r.n.in secūdo
vero.h.s.s.t.z.t.n.in tertio autē.k.u.u.x.z.x.n.z in quarto sint.c.o. o.p.z .p.n.
z protrahant coraustā cōiūgētes capita ypothemisaliū chordarum q̄ sūt.q.s.s.u.u.o
z.r.t.t.x.x.p.vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris spere que qui/
dem quarta pars ē.d .n.c.iscriptum ēe corpus.9.basium quarū tres que coeunt in
puncto.n.sunt triangule:cetere autē sunt quadrangule.suntqz harum quadrangu
larum superficierum ypothemisalia latera equalia.sed non equidistantia.Corausti
autē inter quosqz duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē z chorde cir
culi prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc aūt scies si perpendiculares a





coraustoꝝ extremitatibꝰ ad superficiē circuli iacētis demiseris. de quibus ꝯstat ꝙ ipse cadent super diametros circuloꝝ quos corausti ꝯtinuāt qđ ex demōstratis in 13.11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. f. demisse due perpendiculares. q. y. z. f. 3. cadentes in diametris. d. b. z. b. m. z ꝯtrabātur linee. q. g. z. y. 3. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. z. f. 3. b. siles quare proportio duarum perpendicularium. q. y. z. f. 3. erit sicut duaꝝ cordaꝝ. q. d. z. f b. cumq; sint corde equales erunt etiā z ꝑpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi coraustꝰ. q. f. est equalis z equidistans linee. y 3. z quia ex scđa pte scđe sexti linea. y. 3. ē equidistans corde. d. b. z iō minor. e. a. sequitur ex. 9. vndecimi ut coraustus. q. f. sit etiā equidistās corde. d. b. z mior ca ex conceptione. Cum itaq; corde que sunt latera poligonij inscripti in circulo iacenti z ipse sunt oēs equales corde. d. b. nō tangāt sperā minorē: necesse est ut nullu; latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tāgat eandem minorem sperā cū oīa hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Simpliciter autē dico ꝙ nulla etiā harū basiū de quibus omnibus manifestum est ex secunda pte scđe. 11. ꝙ ipse sunt tote in superficie vna potest aliquo sui puncto contingere minorem speram eo ꝙ omnis linea recta ducta super quēlibet punctum cuiusq; earum equidistanter corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartaru; maioris spere tam superioris hemispherij q; inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur: eritq; maiori spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere minime tangentium quemadmodū ꝓpositū fuerit inscriptū Dico insup ꝙ si in alia qualibet spera simile corpus statuat̄ erit ꝓportio vnius ad alteꝝ sicut diametri vnius spere ad diametrū alterius triplicata erunt enim ex. 72. basis vtriusq; corpis bases totidem laterataꝝ piramidū quaꝝ omnium vertices erunt in centris ipsaꝝ speraꝝ has autē piramides perficies. si a singulis angulis inscriptoꝝ corpoꝝ que sūt extremitates cordaru; z coraustoꝝ lineas ad centra speraꝝ produxeris. stude itaq; ex diffinitione siliū corpoꝝ ꝓbare cūctas piramides vniꝰ eē siles suis relatiuis piramidibus alterius. Quo ꝓbato erit ex. 8. huius ꝓportio vniuscuiusq; earum vniꝰ ad suā relatiuā alterius sicut ꝓportio semidiametroꝝ speraꝝ ipsarum triplicata. sunt eni semidiametri speraꝝ latera cunctaꝝ piramidum. At q; semidiametrorum z diametrorum est ex. 15. quinti vna ꝓportio ex. 13. eiusdem facile concludes propositum.

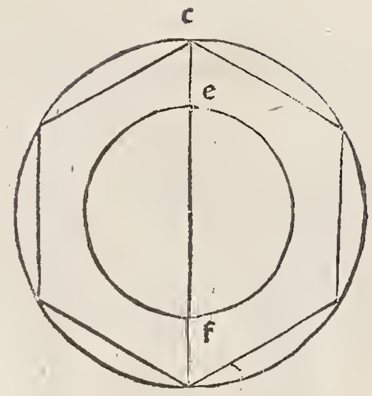


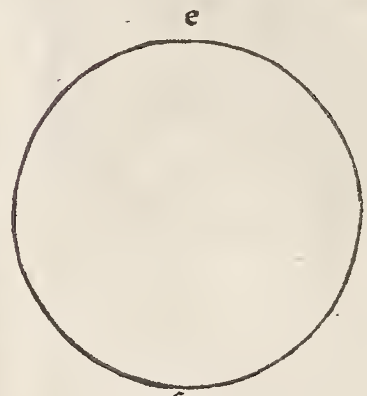
Propositio .15.

Omnium duarum sperarum est proportio alterius ad alteram tanquā sue diametri ad diameteꝝ alterius proportio triplicata.

¶ Sint due spere. a. b. z. c. d. quarum diametri sint. a. b. z. c. d. dico ꝙ proportio earum est sicut suarum diametroru; ꝓportio triplicata Cuius demonstratio est qm̄ neq; ad minorē sperā q; sit spera. c. d. neq; ad maiorē est proportio spere. a. b. sicut diametri. a. b. ad diameteꝝ. c. d. triplicata. Esto quidē ꝓportio spere. a. b. ad speram. e. f. sicut diametri. a. b. spēre. a. b. ad diametrū. c. d. triplicata: demonstrabo itaq; ꝙ spera. e. f. non potest esse minor neq; maior q̄m spera. c. d. si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam includi a spera. c. d. z circūduci ab eodem centro z inscribam spere. a. b. qđ etiā nomine

sue spere dicaṫ.a.b.ꝯstat itaqꝫ ex scđa pte p̄misse ⁊.11.quīti ꝙ ꝓportio spere.a.b. ad sperā .e.f.ē sicut corpis mltaꝝ basiū qđ ē.a.b.ad corp⁹ multaꝝ basiū:qđ ē. c.d. vtraqꝫ eni ē sicut diameter. a.b.ad diametrū.c.d.triplicata:hec aūt ex ypothe.illa vero ex scđa pte p̄misse:quare pmutatim ꝓportio spere .a.b.ad corpus multarum basium.a.b.ē sicut spera.e.f.ad corpus multaꝝ basium.c.d. cū igiṫ spera.a. b.sit maior corpore multaꝝ basiū.a.b.erit etiā spera.e.f.maior corpore multaꝝ basium c.d.hoc aūt est impossibile.nā ipsa est pars ei⁹:nō ē ergo spera.e.f.est minor spe/ ra.c.d.Si aūt dicat aduersarius eā esse maiorē cōfutabimus ipsū hoc modo: erit eni per cōuersā proportionalitatē spera. e.f. ad sperā.a.b. sicut diametir.c.d.ad diametrum.a.b.triplicata.sit itaqꝫ eadem spere.c.d.ad speram.g.h.eritqꝫ ex. 14: quinti spera.g.h.minor spera.a.b.eo ꝙ spera.c.d.posita est minor spera .e.f.q̄re ꝓportio spere.c.d.ad aliquā sperā minorē spera.a.b.est sicut diametri .c. d.ad diametrum .a.b.triplicata .At hoc est impossibile:nam ex hoc sequiṫ ꝙ ps sit maior suo toto ut demonstratū est prius.itaqꝫ spera.e.f.nō est maior neqꝫ minor q̄ꝫ spe ra.c.d.igitur ex.7.quinti conclude propositā conclusionē que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciusdecimus.

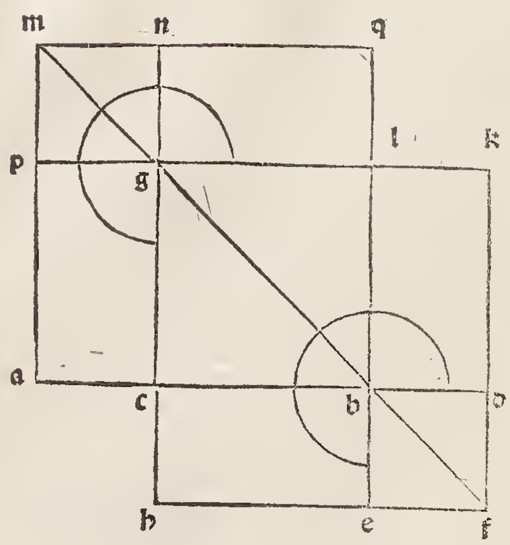




Propositio .1.

Cum diuisa fuerit linea scđm proportionem habentem mediū duoqꝫ extrema:si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diui se:quadratū linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdē linee diuise quintuplum esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.diuisa i puncto.c.ꝓut docet.29.sexti.⁊ sit maior portio eius linea .b. c.cui.b.c.directe adiungaṫ linea .b.d. que sit equalis medietati toti⁹ a.b.dico ꝙ quadratū linee.c.d. erit quintuplum ad quadratū linee.b.d.Quadrabo eni lineā.b.d.⁊ sit eius quadratū.d.e.⁊ circūponā huic quadrato gnomonē scđm quantitatē linee.b.c.ꝓtracta diametro.f.b.g. sitqꝫ circūpositus gnomo.e.g.d.eritqꝫ ex.22.sexti superficies inde cōposita que sit.h.k tanq̄ꝫ quadratū linee.c.d.dico igitur quadratū.h.k.quintuplū esse ad q̄dratū.d.e sit igiṫ.e.l.quadratū circūpositi gnomonis sibi que circūponatur alius gnomo ad quātitatē linee.a.c.ꝓtracta diametro.f.b.vsqꝫ ad.m.sitqꝫ hic gnomo.c.m.l.⁊ protrahanṫ linee.c.n.⁊.p.l.equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrū.f.m.in puncto.g.Manifestū est aūt ex.22.sexti ꝙ compositū ex hoc secundo gnomone ⁊ quadrato.c.l.⁊ ipsū quadratū sit.a.q.est quadratū linee.a.b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplū ad quadruplū.d.e.eo ꝙ linea. b. d.ē medietas linee.a.b.cūqꝫ sit ex p̄ma parte.16.sexti supficies.a.n.ideoqꝫ p.43.p̄mi supficies .m.l.equalis q̄drato.c.l.ꝓuenit eni.a.n.ideoqꝫ ⁊.m.l. ex.b.a.in. a.c.⁊.c.l. ꝓuenit ex.c.b.in se ⁊ cum ex prima sexti sit.a.l.dupla ad.l.d. ideoqꝫ equalis. l.d. ⁊.c.c. pariter acceptis ex.43. primi erit ex hac cōmuni sciencia:si equalib⁹ equalia addas tota fient equalia:quadratum .a.q. eq̄le gnomoni .e.g.d.hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum.d.e. queadmodū erat quadratū.a.q. itaqꝫ totum quadratum.h.k.cum ipsum constet ex simplo ⁊ quadruplo erit ex cōmuni sciencia



quintuplū ad idē qđ ē propositū. Idē aliter ex quarta scđi cōstat q̄ quadratū linee a.b.ē quadruplū ad quadratū linee.b.d. At per scđam eiusdē qđ fit ex.a.b.in.b.c. ꝛ in.a.c.ē equale quadrato .a.b.qđ aūt ex.a.b.in.b.c.equū ē ei qđ ex.b.d.bis i.b.c.qđ ex prima scđi manifestū est.cū.a.b.sit dupla ad.b.d. At vero qđ ex.a.b.in.a.c.ē ex prima pte. 16.sexti equale quadrato.b.c.itaqȝ p cōem sciam qđ fit ex.b.d.bis in.b.c.ꝛ qđ ex.b.c.in se ē equale quadrato.a.b.ꝛ ideo ē quadruplū ad quadratum b.d.quare supaddito quadrato.b.d.erit totū aggregatū quintuplū videlicet illud qđ fit ex.b.d.bis in .b.c.cum q̄drato .b.c. ꝛ q̄drato.b.d. atquia ex quarta secundi hoc totū est equale quadrato.c.d.constat verum esse quod diximus.

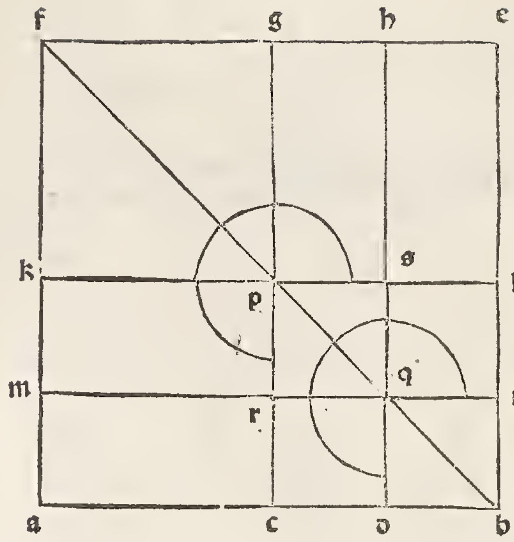
Propositio .2.

SI cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati alterutrius suaꝝ portionū sit quintuplū in longū sibi linea addatur donec eidē portioni reliq̄ portio cū addita linea fiat duplex:eadē duplex linea scđm ꝓportionē habentē medium duoqȝ extrema diuisa erit maiorqȝ portio eius erit linea media. ¶ Hec ē cōuersa premisse duplici quoqȝ modo sicut illa demōstrabitur via retrograda eadē prorsus manente dispōne. verbi grā. sit quadratū b.k.quintuplū ad quadratū.d.e.ꝛ linea.a.b.dupla ad lineā.b.d.dico q̄ linea.a.b.diuisa ē in puncto.c.ƀm ꝓportionē habentē mediū ꝛ duo extrema ꝛ maior portio eius ē linea media vt ē.c.b.cōstat aūt ex.4.scđi q̄ quadratū.a.q. quadruplum ē ad quadratū.d.c.itaqȝ gnomo.g.d.e.equalis ē quadrato.a.q.quocirca duo supplementa.l.d.ꝛ.c.e.piter accepta sunt quantū gnomo.c.m.l.atqȝ eadē supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantū.a.l.ideoqȝ quantū.c.q.sequit̄ q̄.c.q sit equalis gnomoni .c.m.l.dempta igit̄ ab vtroqȝ supficie.l.n.erit quadratum.c.l equale superficiei.a.n.cum igit̄ fiat supficies.a.n.ex.a.b.in.a.c. sit autem quadratum.c.l.quadratū linee.c.b.erit ex scđa pte. 16.sexti proportio.a.b.ad.b.c.sicut.b c.ad.c.a.ex diffinitione ergo linee ƀm proportionē habentē mediū ꝛ duo extrema diuise positā in principio sexti libri cōclude ꝓpositū. Itē aliter cum quadratū.c.d sit ex ypothesi quintuplū ad quadratū.b.d.quadratū vero.a .b.sit ex quarta scđi quadruplū ad idem.at quadratū.c.d.sit ex eadem equale quadrato .c.b. ꝛ quadrato .b.d.ꝛ ei qđ sit ex.b.d.bis in.c.b.sequitur ut illud qđ fit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato.c.b.sit equale quadrato.a.b.sed ex.b.d.bis in.c.b.tm̄ ē quantū qđ ex.a b.in.b.c.co q̄.a.b.dupla est ad.b.d.ergo quod fit ex.a.b.in.b.c.cuȝ quadrato.b c.est equale quadrato.a.b.ꝛ q2 ex scđa scđi qđ fit ex.a.b.in.b.c.ꝛ in.a.d.est equale quadrato.a.b.sequitur ex cōmuni scientia ut quadratum linee.b.c.sit equale ei qđ fit ex.a.b.in.a.c.igitur ex secunda parte.16.sexti ꝛ diffinitione constat ꝓpositum.

Propositio .3.

CUm diuisa fuerint linea scđm ꝓportionē habentē mediū ꝛ duo extrema si minori portioni tanq̄ȝ dimidium maioris directe iungatur:erit vt quadratum linee inde composite quintuplum sit quadrati qđ ex ipsa maioris medietate portionis describit. ¶ Sit linea.a.b.diuisa in puncto.c. secundum proportionē habentē medium ꝛ duo extrema .sitqȝ eius maior portio linea.c b.que diuidatur per equalia in.d.dico q̄ quadratum linee .a.d.est quintuplum ad quadratū linee.c.d.describatur enim quadratū.a.b.quod sit .a.e. in quo ꝓtrabāt̄

diametri.b.f.z linee.g.c.z.p.h.itemq3.k.l.z.m.n.equidistanter lateribus oppo/ sitis secantes se inuicē sup diametrū in duobus punctis.p.z.q.z extra diametrū in duob9 alijs locis .r.z.s.manifestū igit̄ ē ex.22. sexti vel ex corelario quarte scđi: q̄ omnes superficies existentes in quadrato.a.e.quas diameter diuidit per medium sunt quadrate: quatuor autem superficies que sunt.a.r.m.p.p.h.z.s.e.constat ex 43.primi z prima sexti esse adinuicē equales.nā due postreme.p.h.z. s.e.sunt ad/ inuicē equales ex prima sexti qm̄ igit̄ ex p̄nti ypothesi z diffinitiōe linee b̄m q̄ p/ ponit̄ diuise z prima pte. 16.sexti quadratū.c.l.ē equale supficiei.a.g.ideoq3 z gno moni.r.f.s.ppter id qđ supficies.a.r.ē equalis superficiei.p.h.z qm̄ ex quarta se/ cundi quadratū.c.l.est quadruplū ad quadratū.r.s.qđ ē tanq̄3 quadratū linee.c.d sequitur ex cōmuni scientia q̄ quadratū.m .h.sit quintuplū quadrati .r.s. constat eni ex gnomone quadruplo z .r.s.simplo.hoc aūt est propositū. Idez aliter cū sit linea.b.c.diuisa per equalia in puncto.d.z addita est ei linea.a.c.erit ex.6.secūdi quod fit ex .a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d.interiacentis equale q̄drato.a.d.at qr quod fit ex.a.b.in.a.c.equale ē quadrato.c.b.ex prima pte.16.sexti:hoc autem est quadruplum ad quadratum .c.d.manifeste p3 veritas eius qđ dicit̄. Potes quoq3 si libet etiam duplici modo ex cōsequēte huius suū antecedens cōcludere processu retrogradu.sit eni eadē dispositione manente quadratū.m.h .quintuplū ad qua/ dratū.r.s.eritq3 gnomo.r.f.s.equale quadrato.c.l. Utrūq3 eni est quadruplū ad quadratū.r.s.at qr supficies.a.g.ē equalis gnomoni predicto necesse ē vt supficies eadē sit equalis quadrato predicto: quare ex scđa pte.16.sexti. z diffinitione linea a.b.ē diuisa in puncto.c.b̄m pportionē habentē medium z duo extrema: z maior portio eius ē linea.c.d. Idē aliter cū sit ex ypothesi quadratū linee.a.d .quintuplū ad quadratū linee.c.d.z ex .6.scđi idē ipsū quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b in.a.c.cum quadrato.c.d.sequit̄ vt id qđ fit ex.a.b.i.a.c.cū quadrato.c.d.sit quin tuplum ad idē quadratū.c.d.ideoq3 eo dempto erit residuū videlicet qđ fit ex.a.b in.a.c.quadruplū ad ipsum z qr etiā ex quarta scđi quadratum linee.c.b.ē quadru plum ad idē necesse ē vt qđ fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato.c.b.quare iterum ex secunda pte. 16.sexti z diffinitione linea.a.b.ē diuisa b̄m proportionē habētem medi m z duo extrema in puncto.c.z maior eius portio est linea.c.b.



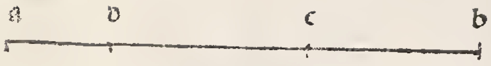
Propositio .4.

SI scđm proportionē habentē mediū z duo extrema que/ libet linea fuerit diuisa eiq3 i longū directe tanq̄3 maior sectio adijciat̄: erit totā lineā inde cōpositā b̄m pportio/ nem habentē mediū z duo extrema diuisā esse z erit eius maior portio linea prima.

¶Sit linea.a.b.diuisa qua supponit̄ pportione in puncto.c.z sit eius maior por tio.c.b.totiq3.a.b.adijciat̄ directe linea.b.d.que sit equalis.c.b.dico q̄ tota.a.d. eadem proportione diuisa est in puncto.b.z maior eius portio ē linea .a.b .que ē linea prima. Est eni ex diffinitione .a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a.at qr ex septima quinti .a.b.ad.b.d.sicut ad.b.c.igitur ex vndecima eiusdē.a.b.ad.b.d. sicut. b.c. ad.c.a. quare per cōuersam proportionalitatem.b.d.ad.b.a. sicut.a .c.ad.c .b.et coniunctim.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c.Cumq3 sit ex septima quinti.a. b.ad.b.c sicut ad.b.d.erit ex vndecima eiusdē.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.itaq3 ex diffini tione linea .a.d.diuisa est in puncto .b.secundū proportionem habentē medium



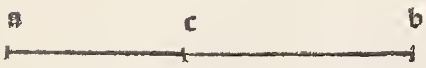
⁊ duo extrema ⁊ maior portio eius est linea.a.b.quod est propositum. Eodē quoq3 modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundū predictā ꝓportionē diuise tanq3 minor portio detrabatur:crit ipsa maior portio scdm candē proportionem diuisa.critq3 maior portio eius linea detracta.verbi gratia.Sit linea.a.b.sicut ꝓponitur in puncto.c.diuisa sitq3 maior portio.a.c.a qua detrabaṫ.c.d.equalis.c.b.dico ꝙ.a.c.ē diuisa:ẜm proportionē eandem i puncto.d.⁊ ꝙ maior portio ei9 ē linea.d.c.cum eni sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.b.At ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d.erit ex vndecima eiusdē.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad c d.ideoq3 per.19.quinti:sicut.c.b.residuū ad.d.a.residuū.sed ex septima eiusdem c.b.ad.d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaq3.a.c.ad.c.d sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitiōe ergo cōstat qđ diximus:nec igiṫ ea quā auctor ꝓponit additio nec ea quā ex opposito proponimus detractio quātūcunq3 vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio .5.

Si secūdū proportionē habentē medium ⁊ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa qđ ex tota linea quodq3 ex minori portione produciṫ ambo q̄drata pariter accepta triplū sunt eius qđ ex maiore portione quadratū describiṫ.

¶Sit linea.a.b.diuisa per sepe dictā portionē in puncto.c.sitq3 maior portio eius linea.c.b.dico ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee.c.b.hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum.c.b.⁊ duplum eius quod fit ex a.b.in.a.c.itemq3 quia quod fit ex.a.b.in.a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffinitione ⁊ prima parte.16.sexti:manifestum est propositum.



Propositio .6.

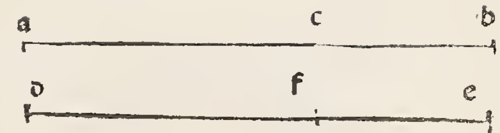
Omnis rationalis linee secundū proportionem habentē mediū ⁊ duo extrema diuise vtranq3 portionem residuū esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.ẜm solutā proportionem diuisam in puncto.c.rationalis.dico ꝙ vtraq3 portio eius residuū.Sit eni maior ei9 portio.a.c.cui directe adijciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.critq3 etiā.d.a.rationalis ex.6.decimi libri ⁊ diffinitione.constat autē ex prima huius ꝙ quadratū linee.d.c.quintuplū ē ad quadratū linee.d.a.igiṫ linea.d.c.est cōicans linee.d.a. in potentia ex diffinitione.sed non in longitudine ex vltima pte.7.decimi quare p 68.decimi linea.a.c.est residuum cum due linee.c.d.⁊.d.a.sint ambe rōnales potentialiter tm̄ cōicantes.⁊ quia iterum si ad lineam rationalem.a.b.adiungatur superficies equalis quadrato linee.a.c.que est residuum crit latus eius secundum linea.c.b.ex prima pte.16.sexti necesse est ex.92.decimi vt linea.c.b.sit residuū primum:quare constat propositum.Amplius autē si linee sic diuise vt proponiṫ maior portio fuerit rōnalis:erit minor residuum:verbi grā.sit vt prius.a.b.diuisa i.c ẜm dictam proportionem ⁊ maior portio eius que est.a.c.sit rōnalis que diuidaṫ per equalia in.d.critq3 ex tertia huius quadratū.d.b.quintuplum ad quadratum d.c.at q2.d.c.ē rōnalis cu3 ipsa sit dimidiū.a.c.sequiṫ vt due linee.d.b.⁊.d.c.sint rōnales potentialiter tm̄ cōicantes quare ut prius linea.c.b.est residuum.at vero si linea rōnalis in potentia tm̄ ẜm proportionem habentem mediū ⁊ duo extrema





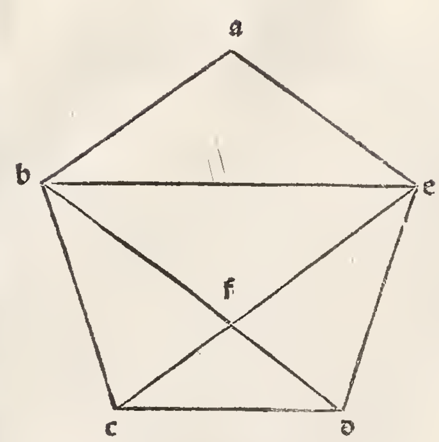
diuidat adhuc necesse est vt vtraq3 portio eius sit residuū. sit enī .a.b. rōnalis ī potentia tm̄ diuisa sicut ꝓponitur in puncto .c. ⁊ sumat aliqua rōnalis in longitudie que sit .d.e. q̄ etiā diuidat in .f. ſm p̄dictā proportionē. manifestū est igit ex secūda 14. libri que sine adminiculo alicuius eoꝝ que sequūtur inconcussa demōstratione roborat ꝙ ꝓportio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. ⁊ sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. cōicet cum .d.e. in potentia sequit ex prima pte .10. decimi ꝙ .a.c. communicet cū .d.f. ⁊ .c.b. cū .f.e. in potentia. Et q2 vtraq3 portio linee .d.e. ē residuum ut patet ex predictis sequit ex .98. decimi vt vtraq3 portio linee .a.b. sit etiā residuū sed non eiusdem speciei vt ibidē demonstratū est. Quare cōstat ꝙ oēs linee rōnalis in longitudine vel in potentia tm̄ scōm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema diuise vtraq3 portio ē residuū. Et nota ꝙ prima ps p̄ntis demonstrationis qua demonstrat ꝙ maior portio linee diuise ſm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema sit residuū si tota linea sit rōnalis ꝓcedit ex sufficientib9 siue tota linea ponat rōnalis in longitudine siue in potentia tm̄. Scōa vero ps qua demonstrat hoc de minori portione ꝙ ipsa quoq3 sit residuū si tota ē rōnalis nō ꝓcedit ex sufficientib9 nisi tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aut pars qua ꝓbatur ꝙ minor portio ē residuum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise ꝙ ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tm̄. sed ad cōcludendū quoq3 hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionē maiorē. silr rōnalē in potentia tm̄. sed ad cōcludendu3 hoc de minori portione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem i longitudine aut vtēdū ē scōa .14. libri quēadmodū dictum est.



Propositio .7.

SI quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoq3 idē pentagon9 eē ꝓbat.

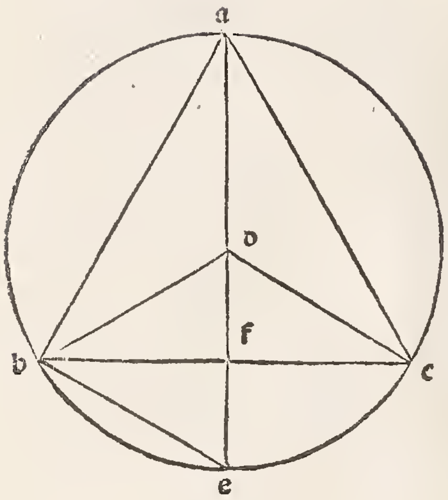
¶ Sit pentagonus .a.b.c.d.e. equilater9. sintq3 quilibet tres ei9 anguli siue cōtinue siue incōtinue: sumant adinuicē equales ⁊ sint pri9 incontinue sumpti. sintq3 anguli .a.c.d. illi tres qui ponunt adinuicē equales dico totū pentagonū eē equiangulū. his angulis subtendant chorde .b.e. b.d. ⁊ .e.c. ⁊ totus pentagonus diuidat in trigonū ⁊ quadrilateꝝ cuius due diagonales sint chorde duoꝝ proximoꝝ equaliū anguloꝝ secantes se intra quadrilaterū ipsū in puncto .f. eritq3 ꝑ quartā primi basis .b.e. equalis basi .b.d. ⁊ angulus .a.e.b. equalis angulo .c.d.b. Cunq3 ꝑ quintā primi angulus .b.e.d. sit equalis angulo .b.d.e. eo ꝙ duo latera .b.e. ⁊ .b.d. sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus .e. equalis totali angulo .d. similiter probabis totalē angulum .b. esse equalē angulo totali .c. est enī per quartā primi basis .b.e. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .a.b.e. equalis angulo .d.c.e. per quintā aūt eiusdē sc3 primi est angulus .e.b.c. equalis angulo .e.c.b. igit ex cōi scia totalis angul9 .b. ē equalis totali angulo .c. Sunt itaq3 tres anguli .b.c.d. cōtinue sūpti equales ⁊ sic quoq3 erit pentagonus equiangulus: erit enim ex .4. primi basis .b.d. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .c.d.b. angulo .d.c.e. ⁊ angulus .b.d.c. angulo .e.c.d. quare ꝑ sextā primi due linee .c.f. ⁊ .f.d. erūt equales cū duo anguli trianguli .f.c.d. qui sunt ad basim .c.d. sunt equales: igit ex hac cōi scia erit linea .f.b. equalis linee .f.e. erat enī tota .b.d. equalis toti .c.e. ideoq3 per quintā primi erit angulus .f.b.e. equalis angulo .f.e.b. ꝑ eandē autē ē angulus .a.b.e.



equalis angulo.a.e.b.itaqȝ per cōem sciam angulus.b.totalis est equalis angulo e.totali tres eñ partiales anguli cōponentes vnū sunt equales tribus ptialib⁹ cō/ponentibus aliū vnusquisqȝ suo relatiuo. Manifestū ē igitur ꝙ tres anguli.e.b c.nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales.cū aūt sic demōstratuȝ est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.

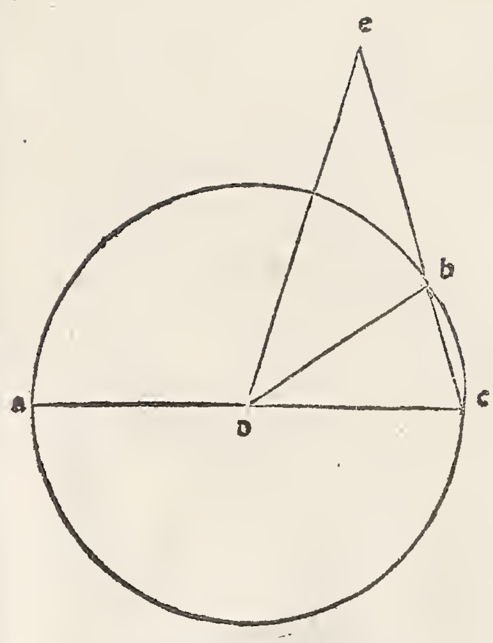
Omnis trianguli equilateri qd̄ a latere suo quadratū de/scribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur. ¶Sit triangulus .a.b.c. equilaterus cui circūscribatur.circulus .a.b.c.supra centrū.d.quēad modum docet quinta quarti libri ꝛ protrahaṫ in eo diameter.a.d.e dico ergo ꝙ quadratū linee.a.b.triplū est ad quadratū semidiametri.a.d. ducanṫ enī due linee.b.d.ꝛ.d.c.ꝛ arcui.b.e.subtendaṫ chorda.b.e.eritqȝ ex octaua primi angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimā sexti arcus.b.e.est equalis arcui.e.c.Et qꝛ ex.27.tertij tres arcus.a.b.b.c.ꝛ.c.a.sunt adinuicē equales eo ꝙ eoꝝ chorde que sunt latera trigoni sūt equales ex ypothesi :erit arcus.b.e.sexta ps circūferentie.ideoqȝ chorda.b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correꝰ. 15.q̄rti linea.b.e.ē eq̄lis semidiametro.a.d. Manifestū ē autē ex prima parte.30.tertij ꝙ angulus.a.b.e.est rectus.ideoqȝ quadratum linee.a .e.ē equal quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.e.p̄iter acceptis ex penultima p̄mi. At ve/ro quadratū.a.e.quadruplū ad quadratum.b.e.ex quarta scd̄i cum linea.a. e.sit dupla.b.e.relinquitur ergo quadratū.a.b.triplū esse ad quadratum.b.e.ꝛ ideo ad quadratum.a.d.qd̄ est propositum. Nō lateat aūt nos ꝙ linea.b.c.que ē latus tri/goni diuidat semidiametꝝ.d.e.per equalia. Esto quidē punctus diuisionis.f.con/stat igiṫ ex quarta primi ꝙ .b.f. est equalis f.c.ideoqȝ per primam partem tertie tertij omnes anguli qui sunt ad.f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū .b.d.ē equale quadratis duarum linearum.d.f.ꝛ.f.b.quadratum vero.b.e.equale quadratis duarum linearum que sunt .b.f.ꝛ. f.e. Et qꝛ.b.d.est equalis.b.e.erunt ex comuni sciencia duo quadrata duarum linearum.b.f.ꝛ.f.d.p̄iter accepta equa/lia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.b.f.ꝛ.f.e.pariter acceptis: dempto igiṫ vtrinqȝ quadrato .b.f.erit ex cōi scia quadratum .f.d. residuum equale quadrato.f.e.re/siduo quare ꝛ linea.f.d.linee f.e ex hac cōi scientia quaꝝ quadrata sūt equalia eas lineas eē equales. Ex hoc itaqȝ manifestū ē ꝙ perpendicularis ducta a centro circu/li ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio linee ducte a cētro eiuſ dē circuli ad ipsius circūferentiam.



Propositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusqȝ decagoni equilateri quos ambos vnus idēqȝ circulus circūscribit sibi inuiceȝ in lōgū directūqȝ cōiūganṫ tota linea ex eis cōposita ſm ꝓportionē habētē mediū ꝛ duo extrema diuisa erit ma/iorqȝ eius portio latus exagoni. ¶Sit circulus .a.b.c.cuius centrum .d.ꝛ diameter .a.d.c.sitqȝ arcus .c.b.quinta ps arcus semicirculi.a.b.c. cui subtendaṫ chorda.c.b.quā ꝯstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti adiungaṫqȝ linee .c.b.incōtinuū ꝛ directū linea .b.e.que ponatur eē eq̄/lis lateri exagoni equilateri p̄dicto circulo inscripti dico totā lineā.c. e.diuisam eē in puncto.b.ſm ꝓportionē habentē mediū ꝛ duo extrema ꝛ maioreȝ ei⁹ portionē

dico esse lineā.b.e.que est latus exagoni:ducant̄ eni in centꝝ due linee.e.d.ꝛ.b.d. eritq3 angulus.c.equalis angulo .b.d.c.ex.5.primi ꝑpter hoc ꝙ linea.e.b.ē eq̄lis linee.b.d.ex corel'.15. quarti angulus quoq3.d.b.c.est equalis angulo.c.ex.5.primi:quare ex:32.primi angul⁹.a.d.b.erit duplus ad angulū.d.b.c.ꝛ q2 p eādē an/ gulus.d.b.c.ē duplus ad angulū.e.sequit̄ vt angulus.a.d.b.sit quadrupl⁹ ad an/ gulū.e.Est eni ex cōi scia q̄druplū quicquid fuerit duplū dupli.cūq3 sit ēt idē angu lus.a.d.b.quadruplus ad angulū.b.d.c.ex vltima sexti eo ꝙ arcus.a.b. ē quadru plus ad arcū.b.c.necesse ē ex cōi scia ut angulus.e.sit equalis angulo.b.d.c.si igit̄ intelligant̄ duo trianguli.d.e.c.totalis.ꝛ.b.d.c.ptialis cū angulus.e.totalis sit eq̄ lis angulo.b.d.c.partialis ꝛ angulus. c.sit cōis vtriusq3 necesse ē ex.32.primi:vt ipsi sint equianguli:quare per quartā sexti ꝓportio duoꝝ lateꝝ.e.c.ꝛ.c.d.cōtinen tiū angulū .c.i totali triāgulo ē sicut duoꝝ lateꝝ. d.c.ꝛ .c.b.ꝯtinētiū eūdē angulū i ptiali triangulo quia g̃ ꝓportio.e.c.ad.c.d.ē sicut ad.e.b.ex scḋa ptc.7.quinti.ꝛ d.c.ad. c.b.ē sicut. e.b .ad eādē ex p̄ma ptc eiusdem.sequit̄ ex.11.quinti ut sit pro portio.e.c.ad.c.b.sicut.e.b.ad.b.c.igitur a dione cōcludc ꝓpositū lineā. c.c.esse diuisā ƀm proportionē habētē mediū ꝛ duo extrema ꝛ maiorē portionē eius eē la/ tus exagoni ꝙ oportuit nos demonstrare.Conuersam quoq3 demonstrare ꝯuenit qḋ facile fiet via retrograda:eā eni assumit Ptolemeus capitulo .9.prime dictiōis almagesti ad demonstrandū quantitatē chordaꝝ arcuū circuli. Dico itaq3 ꝙ si li/ nea quelibet ƀm proportionē habentē mediū ꝛ duo extrema diuidat̄ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni:eiusdē minor erit latus decagoni.At vero cuius minor erit lat⁹ decagoni eiusdē maior erit latus exagoni.Sit eni priori dispositiōe manente linea.e.c.diuisa in puncto.b.ƀm predictā proportionē ꝛ maior ei⁹ portio sit.e.b.dico ꝙ cuiuscūq3 circuli linea.c.b.est lat⁹ exagoni eiusdē ē linea .b.c. latus decagoni:ꝛ cuiuscunq3 circuli linea.b.c.est latus decagoni eiusdē est linea.c.b.lat⁹ exagoni.Intelligo aūt hoc de exagonis ꝛ decagonis equilateris.si eni sit.e. b.la/ tus exagoni circulo.a.b.c. inscripti:erit p corel'.15. quarti.e.b.equalis.d.c.ꝛ quia ꝓportio.c.e ad.c.b.est sicut.e.b.ad.b.c.ex ypothesi erit ex:7.quinti. c.c. ad.d.c. sicut.d.c.ad.c.b.igit̄ ex.6.sexti duo trianguli.e.d.c.ꝛ.d.c.b.sunt equianguli:angu lus ergo.e.est equalis angulo.b.d.c.ipsos eni latera ꝓportionalia respiciunt.cūq3 sit angul⁹.a.d.b.q̄druplus ad āgulū.e.ex.32.p̄mi bis assūpta.ꝛ quita eiusdē bis: sequit̄ vt etiā idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulū.b. d.c. ideoq3 ex vltia sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcū.b.c.linea igit̄.b.c.ē latus decagoni.a.b.c. inscripti.Qḋ si linea.b.c.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit.e.b. latus exago/ ni eiusdē.sit eni.c.b.latus exagoni circuli.f.eritq3 ex predictis.b.c.latus decagoni eiusdē.intelligant̄ igitur inscripti eē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.ꝛ.f quoꝝ omnia latera erūt equalia linee .b. c.ꝛ quia ois figura equilatera circulo in/ scripta ē equiangula vt probatū est in.15.quarti libri sequit̄ vtrosq3 decagonos esse equiangulos.Cunq3 omnes anguli vni⁹ piter accepti sint equales omnibus angu lis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in.32.primi: necesse ē ex hac cōi scia quorūlibet eq̄liū decimas aut quotaslibet ptes eiusdē deno tationis eē equales ut vnus hoꝝ decagonorū sit equiangulus alij.ideoq3 silīs ex dione siliūm supficieꝝ:ꝛ q2 si due figure silēs duobus circulis inscribant̄:erit ꝓpor tio duoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ illaꝝ figuraꝝ sic t duaꝝ diametroꝝ illorū circulorum vt apparet ex corel'.18.sexti libri ꝛ prima .12.cū latera decagonoꝝ siliūm inscriptorū



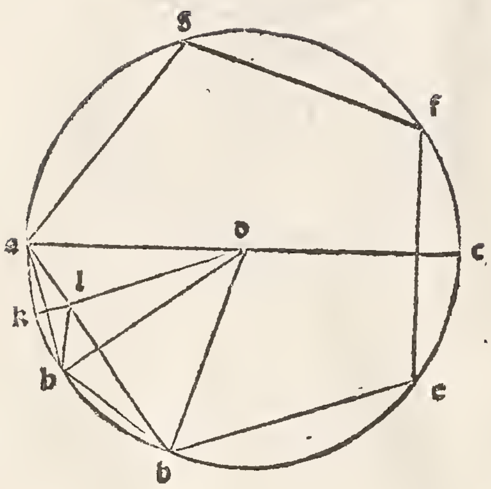


duobus circulis .a.b.c. ꝛ.f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equales. ideoqꝫ et semidiametri etiam equales. sunt autēꝫ semidiametri ꝛ latus exagoni equalia ex corollario. decima ꝛ quinta sexti. erit ergo linea .c.b. latus exagoni circuli .a.b.c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli .f. sibi equalis: hoc autem ē qḋ demonstrare volumus. Ex hac aūt nona hui⁹ .13. libri noueris exortā eē decimam quarti libri que duū equaliū laterū ꝓponit trigonū describendū cuius vterqꝫ duorū angulorū quos basis obtinet ad tertiū duplus existat: talis eni ē vterqꝫ triangulorū .e.d.c. ꝛ .d.c.b. ꝛ simpliciter oīs cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise ꝫm proportionē habentē mediū duoqꝫ extrema ꝛ tertiū quod est basis est equale minori portioni linee eiusdē vel cuius duo latera sūt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero ē equalis lateri decagoni equilateri eidē circulo inscripti qḋ ē ꝓpositū

Propositio .10.

Omne latus pentagoni equilateri tanto potentius ē latere exagoni equilateri quantū potest latus decagoni equilateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.

¶ Sit circulus .a.b.c. cuius centꝝ .d. ꝛ diameter .a.d.c. inscribaturqꝫ ei pentagonus equilaterus qui sit .a.b.e.f.g. ꝛ a centro .d. ꝓtrahatur perpēdicularis ad latus .a.b. que producatur vsqꝫ quo obuiet circūferentie in puncto .h. sitqꝫ .d.h. ꝛ protrahant̄ due chorde .a.h. ꝛ .h.b. que erunt equales adinuicēꝫ ex scḋa pte .3. tertiꝫ ꝛ quarta primi. ideoqꝫ etiā duo arcus .a.h. ꝛ .h.b. eq̄les adinuicem ex .27. tertiꝫ. Est igitur vtraqꝫ duarꝫ chordarꝫ .a.h. ꝛ .h.b. latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti. dico itaqꝫ ꝙ quadratū linee .a.b. que est latus pentagoni ē equale duobus quadratis duarꝫ linearꝫ .h.d. ꝛ .a.h. ꝑiter acceptis quarum prima est eq̄lis lateri exagoni ex corel'. 15. quarti: ꝛ secunda ē latus decagoni ꝓtrahatur eni a centro .d. ꝑpendicularis ad lineā .a.h. que est latus decagoni que ꝓducat̄ vsqꝫ ad circūferētiā: sitqꝫ .d.k: q̄ secet lineā .a.b. q̄ ē latus pētagoni i pūcto .l. ꝛ ꝓtrahat̄ linea .h.l. ꝯstat aūt ex scḋa pte tertie tertiꝫ ꝛ .4. p̄im ꝛ .27. tertiꝫ ꝙ linea .d.k. q̄ est ꝑpendicularis ad chordā .a.h. simul diuidit ꝑ equalia chordā ꝛ arcū ideoqꝫ arcus .a.k. est equalis arcui .k.h. quare ex vltima sexti angulus .a.d.l. ē equalis angulo .l.d.h. ideoqꝫ ex quarta primi basis .a.l. basi .l.h. igit̄ ex quinta primi angul⁹ .l.a.h. equalis est angulo .l.h.a. cūqꝫ etiā sit ex eadē angulus .h.a.b. equalis angulo .h.b.a. sequitur vt angulus .l.h.a. sit equalis angulo .h.b.a. ergo ex .32. p̄mi duo trianguli .h.a.b. ꝛ .a.h.l. sunt equianguli. est eni angulus .h. maioris equalis angulo .b. minoris ꝛ āgulus .a. ꝯmunis est vtriqꝫ: itaqꝫ ꝑ quartā sexti ꝓportio .b.a. ad .a.h. ē sicut .a.h. ad .l.a. quare ex prima pte .16. sexti qḋ prouenit ex .b.a. in .a.l. est equale quadrato linee .a.h. que ē latus decagoni. cū sit autē semicirculus .a.e.c. eq̄lis semicirculo .a.f.c. ꝛ arcus .a.e. arcui .a.f. erit arcus .e.c. residuus equalis arcui .f.c. residuo: quare arcus .e.c. est medietas arcus .e.f. ideoqꝫ equalis arcui .a.h. ꝛ duplus ad arcū .h.k. ꝛ qꝛ arcus .e.b. ē duplus ad arcum .b.h. erit ex .13. quinti totus arcus .c.e.b. duplus ad totū arcū .b.h.k. ideoqꝫ ex vltima sexti angulus .c.d.b. est duplus ad angulū .b.d.l. cumqꝫ etiā angulus .c.d.b. duplus sit ad angulū .b.a.d. ex .32. ꝛ quinta primi. sunt eni duo latera .d.a. ꝛ .d.b. equalia erit angulus .b.d.l. equalis angulo .b.a.d. itaqꝫ per .32. primi erit triangulus .b.d.l. equiangulus triangulo .b.a.d. Est enim angulus .d. minoris equalis āgulo .a. maioris. ꝛ angul⁹ .b ē cōis vtriqꝫ: ergo per quartā sexti ꝓportio .a.b. ad .b.d. ē sicut .b.d. ad .l.b. quare

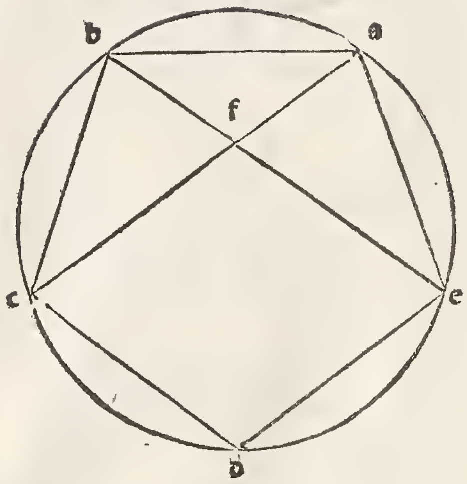


per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.est equale quadrato.d.b.at vero probatum est prius q illud qd prouenit ex.a.b.in.l.a.e equale quadrato.a.b.itaqz quod prouenit ex. a.b. in.a.l.z in.l.b.est equale duobus quadratis duarum linearum.a.b.z.b.d.z quia ex scda secundi qd prouenit ex.a.b.in.l.a.z in.l b.est equale quadrato linee.a.b.est autem linea.a.b.latus pentagoni equilateri proposito circulo inscripti:linea vero.a.b.e latus decagoni equilateri.z linea.b. d.est ex corelario.15.quarti equalis lateris exagoni equilateri proposito circulo inscripto rum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Propositio .11.

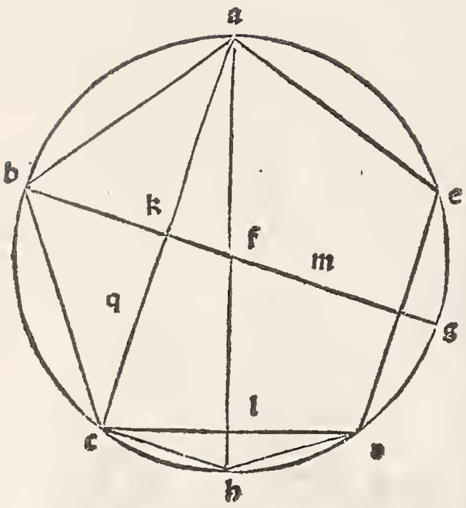
S I duobus propinquis angulis pentagoni equilateri intra circulum descripti a terminis inorum laterum due recte linee subtendantur vtraqz alteram secundum proportionem habentem medium duoqz extrema secabit maiorqz ipsius portio lateri ipsius pentagoni equalis erit.

¶Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris signato z duobus eius propinquis angulis qui sunt.a.z.b.subtendantur due recte linee.a c.z.b.e. secantes se inuicem in puncto.f.dico itaqz vtranqz harum esse diuisam in puncto f. secundum proportionem habentem medium duoqz extrema:z q maior portio vtriusqz e equalis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex.27.tertij q quinqz arcus circuli pentagonum propositum circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chorde:sunt ad inuicem equales.ideoqz ex vltima sexti quatuor anguli.a.c.b.a.b.e.b.a.c.z.b.c.a sunt adinuicem equales. Nam arcus.a.b.a.e .z.b.c.sunt adinuicem equales. cumqz sit arcus .c.d.e.duplus ad arcum.b.c.erit quoqz ex vltima sexti angulus. c.a.e .duplus ad angulum.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus e ad angulum.f.a b.igitur angulus .a.f.e.e equalis angulo.f.a.e.quare per sextam primi linea.a.e.e equalis linee.f.e.sunt autem duo trianguli.a.b.e.z.a. f.b. equianguli per ea q dicta sunt z p.32. primi:est enim angulus.e.maioris equalis angulo.a.minoris z angulus .b.cois vtriqz:igitur per quartam sexti proportio .e.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cumqz sit.e.f.equalis.a.b.eo q ipsa ut probatum est equalis. a.e. sequitur ex.7. quinti: vt sit proportio.b.e.ad.e.f.sicut.e.f.ad.f.b.quare per diffinitionem linea.e.b.e diuisa secundum proportionem habentem medium duoqz extrema z eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni.si autem hoc e verum de linea.e.b.erit quoqz ex.7. quinti z quinta eiusdem z diffinitione idem verum de linea.a.c.nam tota.b.e.est equalis toti.a.c .ex quarta primi z portiones portionibus ex sexta primi z coi scia:portiones enim.a.f.z.b. f.sunt equales ex sexta primi.ideoqz.f.e.z.f.c.residue erunt adinuicem equales ex conceptione vel potes si libet z facilius de linea.a.c.demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam.e.b.

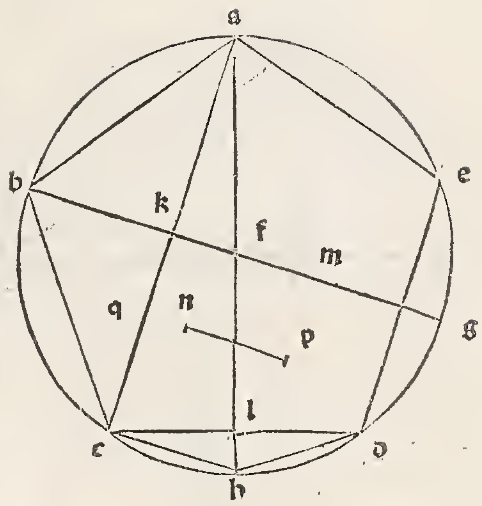


Propositio 12.

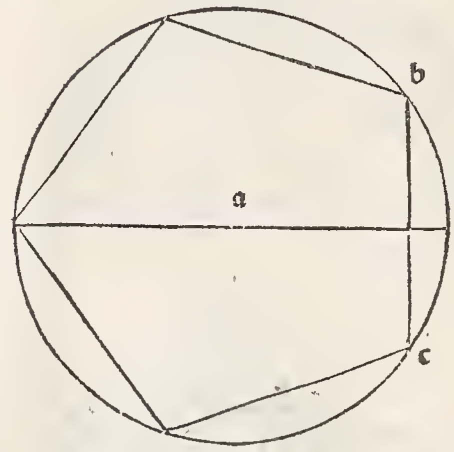
S I circuli pentagonum equilaterum circumscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor. ¶Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris ascripto cuius centrum.f.z due diametri.b.g.z.a.h.sitqz vtraqz harum diametrorum linea ronalis longitudine: dico tunc q latus pentagoni inscripti erit linea irronalis illa videlz q dicitur minor:protrahatur enim linea.a.c.q secet diametrum.b.g.in puncto.k eritqz ex vltima sexti

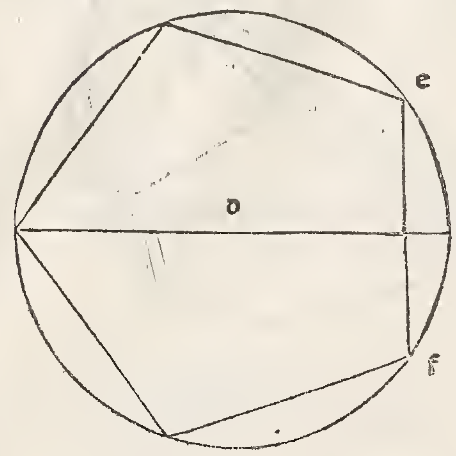


ꝛ quarta pmi linea.a.c.diuisa a diametro .b.g.orthogonalr ꝛ p eqlia i pucto.k.qꝛ cu semicirculus.b.a.g.sit eqlis semicirculo.b.e.g.ꝛ arc.b.c.arcui.b.c.sicut pstat ex.27.tertij erit arcus.a.g.residu equalis arcui.c.g.residuo:ioqꝫ ex vltima sexti angulus.a.b.g.eqlis etia angulo.c.b.g.cu itaqꝫ duo latera.a.b.ꝛ.b.k.trianguli.a b.k.sint eqlia duobus laterib.c.b.ꝛ.b.k.trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b .vnius angulo.b.alterius:erit ex quarta pmi basis.a.k.eqlis basi.k.c. ꝛ oes anguli qui sunt ad.k.sunt recti ex prima pte tertie tertij:diameter aut.a.b.secet latus petagoni.c.d.in puncto.l.Eritqꝫ siliter linea.c.d. diuisa a diametro.a .b. orthogonalr ꝛ per equalia in puncto.l.cu eni sint duo arcus.a.d.b.ꝛ.a.c.b.eqles ꝛ arcus.a.c.sit eqlis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculoꝝ qui sut.c.b.ꝛ.d.b. eqles quib si subtendant due chorde que sunt .c.b.ꝛ.d.b.ipse quoqꝫ ex.28.tertij erunt equales ꝛ qꝛ arcus.a.c.e equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.b.l.eqlis angulo.d.b l.ideoqꝫ per quarta primi basis .c.l.est equalis basi.d.l .ꝛ omnes anguli qui sunt ad.l.recti ex prima pte tertie tertij.itaqꝫ duo trianguli .a.c.l.ꝛ.a.f.k.sut eqanguli ex.32.pmi.Est eni angulus .l.maioris eqlis angulo.k. minoris eo ꝙ vterqꝫ est rectus ꝛ angulus .a.e cois vtriqꝫ:quare ex quarta sexti pportio.l.c.ad.c.a. e sicut k.f.ad.f.a. Sumat igit ex diametro.b.g.linea.f.m.equalis quarte parti semidiametri eritqꝫ per equam proportionalitate proportio.c.l.ad quarta parte linee. a.c que sit.c.q.sicut.k.f.ad quartam parte linee.f.a.que est.f.m. ꝛ qꝛ p.15.quinti pportio.c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q.sic eni est duplum ad duplum sicut simpluꝫ ad simplum:erit p.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.ꝛ coiuncti linee costantis ex.d.c.ꝛ.c.k.ad.c.k.sicut.k.m.ad.m.f.ꝛ io per primam partem.21.sexti proportio quadrati linee coposite ex.d.c.ꝛ.c.k.ad quadratu linee. c.k. sicut quadrati linee.k.m.ad quadratu linee.m.f.costat aute ex pmissa ꝙ si linea. a. c. diuidatur sm proportione habente medium duoqꝫ extrema maior portio ci erit eqlis linee d.c.igit linea constans ex.d.c.ꝛ.c.k. coponit ex maiori portione diuise sm proportione habente mediu duoqꝫ extrema ꝛ ex medietate toti linee sic diuise:e eni c.k.medietas.a.c.itaqꝫ p prima istius. 13.libri quadratu linee composite ex. d.c. ꝛ.c.k.quintuplum quoqꝫ e ad quadratu linee.c.k.ideoqꝫ quadratum linee. k. m. quintuplu quoqꝫ e ad quadratu linee.m.f.cum sit hoꝝ quadratoꝝ ꝛ illorum vna pportio e aut linea.b.m.quintupla ad linea.m.f.erat eni.m.f.quarta ps semidiametri propositi circuli:ergo quadratu linee.k.m.ad quadratu linee.m.f.est sicut linee.b.m.ad lineam.m.f.et quia ex secunda pte.18.sexti quadratu linee. k.m.ad quadratum linee.m.f.est sicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata:erit ex vndecima quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineam. m.f. duplicata: igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b .m.ꝛ. m .f.qd sic constat. Sit enim linea.n.p.medio loco pportionalis inter eas supta sm doctrina none sexti eritqꝫ ex diffinitione pportionis duplicate que posita e i pncipio quinti pportio.b.m.ad.m.f.sicut.b.m.ad.n.p.duplicata:ꝛ qꝛ.b.m.ad.n.p.sicut n.p.ad.m.f.erit etia ex.11.quinti pportio.b.m.ad.m.f.sicut.n.p.ad.m.f. duplicata igit ex prima pte.9.quinti due linee.k.m.ꝛ.n.p.sunt eqles:ioqꝫ ex prima pte 7.quinti ꝛ ex scda pte eiusde linea.k.m. e medio loco pportionalis inter. b.m.et m.f.quare ex corel.15.sexti proportio quadrati linee .b .m.ad quadratum linee m.k.e sicut e linee.b.m.ad lineam.m.f.ꝛ quia linea.b.m.e quintupla ad lineam m.f.erit quadratum linee.b.m.quintuplu ad quadratu linee.m.k.linea aut.b.m.



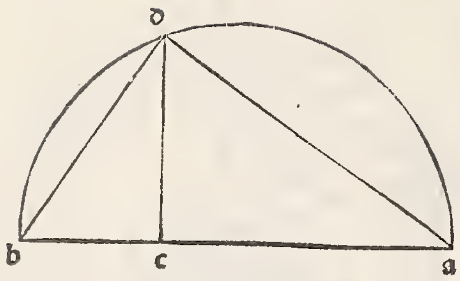
est rōnalis in longitudine: ergo per vltimā ptē.7.decimi linea.m.k. est rōnalis in potentia tm̄ ꝛ qꝛ linea.b.m.ē potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt in cōtinuo ꝓbabit̃ erit linea.b.k.residuū quartū ex diffinitione residui quarti. Qd̄ aūt probandū assumpsimus sic patet. sit numerus.r. quintuplus ad numeꝝ.s.sintqꝫ.t.ꝛ.s.quantū.r.ac si esset.r.quinqꝫ.s.vnū.t.quatuoꝛ: ꝛ sit linea .b.m.potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee.x.cū igit̃ sit quadratum linee.b.m.ad quadratū linee.m.k.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.s.erit ꝑ euersā ꝓpoꝛtionalitatē quadratū linee.b.m.ad quadratū linee.x.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.t. quare per vltimā ptē.7.decimi linea.x.ē incōmensurabilis linee.b.m.in longitudine.nō est ergo dubiū quin.b.k.sit residuū quartū. Manifestū vero ē ex.34.tertij: ꝙ illud qd̄ fit ex.b.k.in.k.g.ē equale ei qd̄ fit.a k.in.k.c.ideoqꝫ etiā ipsū idem est equale quadrato.k.c.eo ꝙ.a.k.ē equalis.k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtriqꝫ erit ex penultima primi qd̄ fit ex.b.k in se ꝛ in.k.g.equale quadrato .b.c. et qꝛ ex prima secundi quod fit ex .b.k.in se ꝛ i.k.g.est equale ei qd̄ fit ex.b.k.in..g.b.erit linea.b.c.latus tetragonicū supficiei contenti a duabus lineis.g.b.ꝛ.k.b .ꝛ quia linea.g.b.ē rōnalis: linea vero.b.k.ē residuū quartū.ꝛ qꝛ linea potens in superficiē linea rōnali residuoqꝫ quarto cōtenta est linea minoꝛ vt constat ex.89.decimi libri necesse est lineā.b.c.que est latus pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti eē lineā minoꝛem qd̄ erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo mō sequit̃ ꝙ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minoꝛ.si diameter circuli cui inscribatur fuerit rōnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōnalis in potentia tm̄.adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minoꝛ. esto eni linea.a.rōnalis in potentia tm̄ supra quā describatur circulus eiqꝫ descripto īscribat̃ pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. b.c. dicanturqꝫ pentagonus et circulus.a.dico ꝙ linea.b.c.ē linea minoꝛ. Sumatur eni aliqua linea rōnalis ī longitudine que sit.d.ꝛ super eā linectur circulus cui inscribat̃ pentagonus equilater⁹ ꝛ sit vnū latus ipsius linea.e.f dicanturqꝫ pentagonus ꝛ circulus.d.constat igitur ex hac.12.ꝙ.e.f.ē linea minoꝛ cū diameter.d.sit rōnalis in longitudine. Qm̄ vero ꝓpoꝛtio pentagoni.a.ad pentagonū.d.ē sicut quadrati linee.b.c.ad quadratum linee.e.f.vtraqꝫ eni ē ex scd̄a pte.18.sexti: sicut linee.b.c.ad lineā.e.f. duplicata pentagoni aūt.a.ad pentagonū .d.ē sicut q̄drati.b.c.ad quadratū linee.e.f.diametri a.ad quadratū diametri.d.ex prima. 12.erit ex.11.quinti quadratum linee.c.b.ad quadratū linee.e.f.sicut quadratū diametri.a.ad quadratū diametri.d. cūqꝫ quadrata duaꝝ diametroꝝ.a.ꝛ.d.sint cōicantia: qꝛ ambo sūt rōnalia ex ypothesi erūt quoqꝫ ex prima pte.10.decimi quadrata duaꝝ lineaꝝ.b.c.ꝛ.e.f. cōicantia :ergo linea.b.c.cōicat ī potētia cū linea.e.f.ꝛ qꝛ linea.e.f. ē minoꝛ: sequit̃ ex.100.decimi: ꝙ etiā.b.c.sit linea minoꝛ qd̄ ē ꝓpositū. siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue ī potētia tm̄ necesse ē vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minoꝛ.



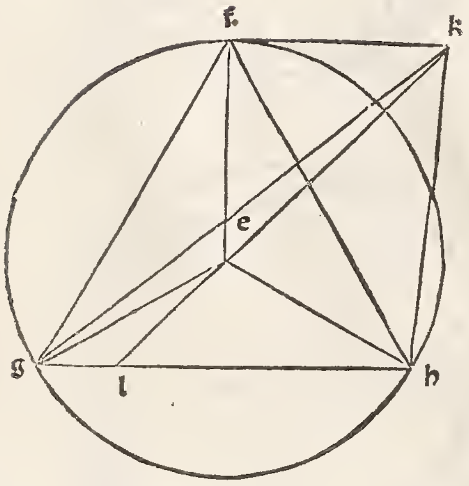


Propositio .13.

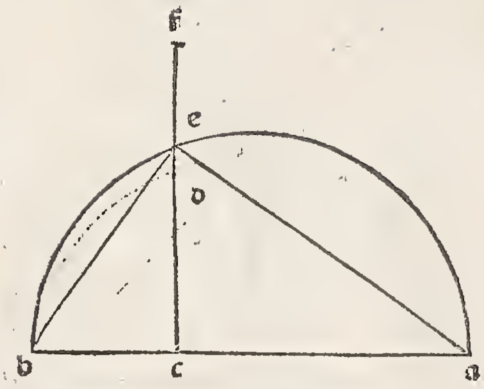
Piramidē q̄tuoꝛ basiū triāgulariū ꝛ eq̄lateraꝝ ab assignata spera circūscriptibilē fabricare h⁹ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexq̄alterā ꝓpoꝛtionē potentialiter habere ꝓbat̃. ¶ Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.b.c.ꝛ linect̃ super eam semicirculus.a.d.b.ꝛ producatur linea.c.d.oꝛthogonaliter sup lineā.a.b.ꝛ ꝓducat̃ linea

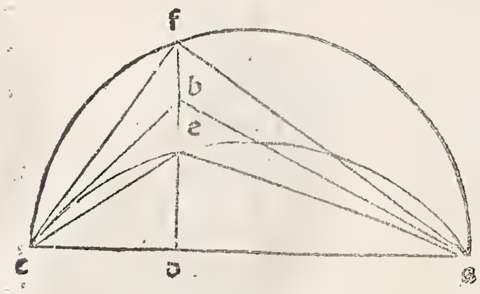


b.d.z.d.a.postea fiat circulus.f.g.h.super centrũ.e.cuius semidiameter sit equa/
lis linee.c.d.cui ex scða quarti libri inscribať triangulus equilaterus qui sit. f.g.h.
ad cui⁹ angulos ꝑtrahanť a centro linee.c.f.e.g.e.h.deinde sup centꝝ.e.erigatur
ſm ꝙ docet.12.decimi vel vndecimi linea.e.k.q̃ ponať equalis.a.c.ꝑpendicularis
ad superficiẽ circuli.f.g.h.z demittanť a puncto.k.ypothemise.k.f.k.g.k.h.eritqꝫ
cõpleta piramis quatuor basiũ triangulariũ z equilateraꝝ quã dico esse ab assigna
ta spera circũscriptibileꝫ z dico quadratum diametri ꝑposite spere sexquialteꝝ esse
ad quadratum lateris fabricate piramidis.cõstat eni ex prima pte corolarij.8.se/
xti ꝙ linea.c.d.ẽ medio loco ꝑportionalis inter.a.c.z.c.b.quare ex corel.17.ei⁹/
dem quadratum linee.a.c.ad quadratũ linee.c.d.ẽ sicut.a.c.ad.c.b.ergo cõiuncti
quadratũ.a.c.z quadratũ.c.d.ad q̃dratũ.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoqꝫ ex penulť.
primi quadratũ.a.d.ad quadratũ.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cũ ergo linea.a.b.sit tri/
pla ad.b.c.erat eni.a.c.dupla ad eã erit quoqꝫ quadratũ.a.d.triplũ ad quadratũ
d.c.ẽ autẽ ex.8.huius quadratũ.f.g.triplũ ad quadratũ.e.f.quare cũ ex ypothesi
d.c.sit equalis.e.f.erit ex cõi scia.a.d.equalis.f.g.z qr ex diffinitione linee perpẽ
dicularis ad superficiẽ linea.e.k.continẽt cũ singulis lineis.e.f.e.g.e.h.angulos
rectos quaꝝ quelibet ẽ equalis linee.c.d.z qr ipsa eadẽ ẽ equalis linee.a.c.z angu
lus.c.ẽ rectus:erit per quartã primi vnaqueqꝫ triũ lineaꝝ.k.f.k.g.k.h.equalis li/
nee.a.d.Manifestum est igiť fabricatam piramidẽ esse quatuor basiũ triangula/
riũ eq̃lateraꝝ.Ipsã aũt eẽ circũscriptibilẽ ab assignata spera sic habeto:linee.e.k.
intelligatur adiici ſm rectitudinẽ linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota k.l.sit equalis
a.b.que ẽ diameter assignate spere:hanc autẽ lineã inquã.e.l.imagineris esse sub
circulo.f.g.h.perpendicularem quoqꝫ ad.ipsius sup̃ficiem ex pte inferiori sicut est
e.k.ex parte supiori eritqꝫ vnaqueqꝫ triũ lineaꝝ.e.f.e.g.e.h.z simplr q̃libet semidi
ametri circuli.f.g.h.medio loco ꝑportionalis inter.k.e.z.e.l.quẽadmodũ ẽ.d.c.
inter.a.c.z.c.b.nam hee sũt equales illis vnaquaqꝫ sue relatiue.Si igiť sup lineaꝫ
l.k.describať semicircul⁹ circũducaturqꝫ quousqꝫ ad locũ vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione speraꝝ equaliũ spera descripta motu huius semicirculi eq̃
lis spere assignate.sunt eni spere equales quaꝝ sunt equales diametri quẽadmo/
dum de circulis in principio tertij dictũ ẽ:semicirculũ hunc vero necesse est transi/
re per tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate.silr autẽ dico
ꝙ semicirculus hic qui sup lineã.k.l.fuerit descript⁹ si circũducať quousqꝫ ad locuꝫ
redeat vnde moueri cepat continget circulũ.f.g.h.super omnia puncta circũferen
tie ipsius.Qð ex hac vetusta veritate probatur:si linea recta super lineaꝫ rectã per
pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat uel circumstat medio lo/
co proportionalis ponatur.fueritqꝫ super eam lineam cui perpendicularis supstat
semicirculus descript⁹ circũferentia ipsius p extremitatem linee medio loco ꝑpor/
tionalis posite ꝑpendiculariter necessario trãsibit.cum igitur cuncte semidiametri
circuli.f.g.h.sint ꝑpẽdicl'ares ad lineã.k.l.z medio loco ꝑportiõales iter ptes ipi⁹
que sunt.k.e.z.e.l.sequiť ut semicirculus descript⁹ sup.k.l.si circũducať transeat p
omnia puncta circũferentie.f.g.h.z per omnes solidos angulos piramidis fabri/
cate.itaqꝫ a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata
est inscriptibilis illi spere quã semicirculus super lineam.k.l.lineat⁹ mutuo suo de/
cribit:z quia hec spera descripta est assignate spere equalis p diffinitionẽ equaliũ
speraꝝ sequiť ex cõi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spera circũ/



scriptibilis qđ est ꝓpositū. Cōrelariū aūt pꝫ sic. Cum enī. a. b. sit tripla ad. b. c. p eversam proportionalitatē erit. a. b. sexquialtera ad. a. c. ideoqꝫ ex scđa pte corelarij. 8. sexti ꝛ corelario. 17. eiusdē quadratū linee. a. b. erit etiā sexquialterꝫ ad quadratū linee. a. d. ꝛ qꝛ linea. a. d. ē equalis lateri fabricate piramidis. at vero. a. b. est diameter spere: constat verꝫ eē qđ per corelariū dicit̄. Ne aūt quēqꝫ de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volum⁹ hoc mō demōstratione firmare. Sit igit̄ sup lineā. a. b. linea. c. d. ppendicularis q̄ ponat̄ medio loco ꝓportionalis inter ptes linee. a. b. que sint. a. c. ꝛ. c. b. ita ꝙ proportio. a. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineā. a. b. describat̄ semicirculus. a. e. b. dico ꝙ huius semicirculi circūferentia transibit per punctū. d. qui ē extremitas ppendicularis. Sin autē aut secabit lineā. c. d. aut suptransibit eā totā ipsā trāsiens ꝛ includens ꝛ non contingens. secet ergo primo eā in puncto. e. ꝛ ducant̄ linee. e. b. ꝛ. e. a: eritqꝫ ex prima pte. 30. tertij totalis angulus. a. e. b. rectus. itaqꝫ ex prima pte corel̄. 8. sexti ꝓportio est. a. c. ad. c. e. sicut. c. e. ad. c. b. at vero ex secunda pte. 8. quinti ꝓportio. a. c. ad. c. e. ē maior q̄ꝫ. a. c. ad. c. d. eo ꝙ. c. e. ē minor. q̄ꝫ. c. d. cū igit̄ sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e ꝛ. c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d. erit per. 12. quinti. c. e. ad. c. b. maior q̄ꝫ. c. d. ad. c. b. ideoqꝫ per primā ptē. 10. quinti. c. e. ē maior q̄ꝫ. d. c. ps videlicet q̄ꝫ suū totuꝫ qđ est impossibile. Nō ergo secabit circūferentia semicirculi lineā. c. d. ¶ Sup transeat igit̄ ꝛ ꝓducat̄. c. d. vsqꝫ ad circūferentiā: sitqꝫ tota. c. e. ꝛ protrahant̄ linee. e. b. ꝛ. e. a. sequet̄qꝫ ut pri⁹ lineā. c. d. esse maiorē q̄ꝫ sit linea. c. e. qđ est etiā impossibile: constat ergo ꝓpositū. Silr̄ aūt dicimus ꝙ si fuerit aliquis angul⁹ rectus cui basis subtendat̄ sup quā semicirculus lineēt: ipsius circūferentiā p angulū rectū transire necesse ē. conuersā vero huius ꝓponit prima ps. 30. tertij. qđ aūt dicimus sic constat ¶ Sit enī angul⁹. a. b. c. rectus cui subtendat̄ basis. a. c. ꝛ sup eā lineēt semicircul⁹ dico ꝙ ipsius circūferentia transibit p punctū. b. in quo coeunt linee continentes angulū rectū cuius demonstratio ē ꝙ neqꝫ transibit supra neqꝫ infra. sin autē trāseat: pmo ifra sitqꝫ. a. e. c. ꝛ ab angulo. b. producat̄ linea. b. d. perpēdicularis ad basim. a. c. que secet circūferentiā semicirculi in puncto. e. ꝛ protrahant̄ linee. e. a. ꝛ. e. c. eritqꝫ angulus. a. e. c. rectus ex prima pte. 30. tertij. at ipse ē maior angulo. a. b. c per. 21. primi hoc autē ē impossibile ex tertia petitione cū vterqꝫ sit rectus. hic quidē ex ypothesi: ille vero ex prima parte. 30. tertij. Nō ergo trāsibit circūferentia semicirculi infra angulū. b. transeat itaqꝫ supra ꝛ sit. a. f. c. ꝓducatur autē ppendicularis. d. b. quousqꝫ obuiet circūferentie semicirculi. a. f. c. i puncto. f. ꝛ producant̄ linee. f. a. ꝛ f. c. eritqꝫ ex prima parte. 30. tertij angulus. a. f. c. rectus. cūqꝫ etiā eēt ex ypothesi angulus. a. b. c. rectus sequit̄ impossibile per. 21. primi sicut in principio. relinquit̄ ergo qđ diximus. hoc aūt necessariū est ad cognitionē coꝝ que sequūtur.

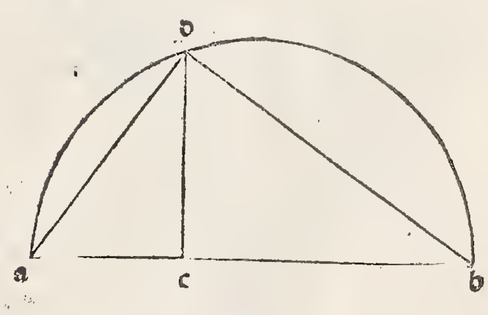


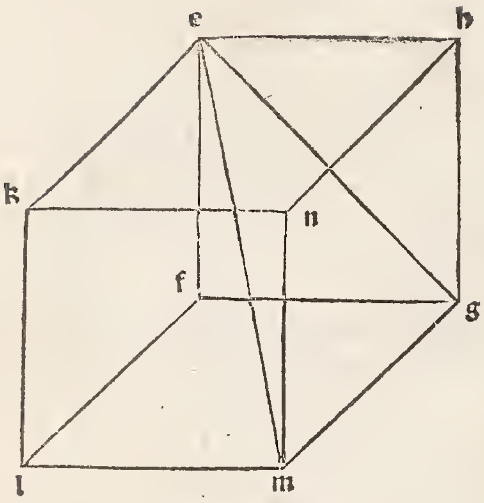


Propositio .14.

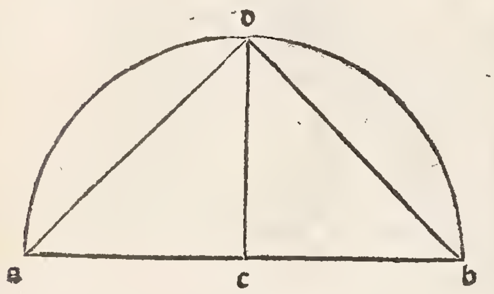
A assignata spera circūscriptibilem cubum constituere eiusdem autem spere diametrum lateri ipsi⁹ cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

¶ Assignate spere diametrum sit. a. b. super quā lineētur semicirculus. a. d. b. diuidaturqꝫ diameter i puncto. c. prorsus secundum conditionem premisse videlicet ut linea. a. c. sit dupla ad lineam. c. b. ꝛ producatur c. d. perpendicularis ad. a. b. ꝛ protrahantur. d. b. ꝛ. d. a. postea fiat vnū q̄dratum cuius oīa latera sint equalia linee. b. d. sitqꝫ. e f. g. b. sup cui⁹ q̄tuor anglos erigant̄





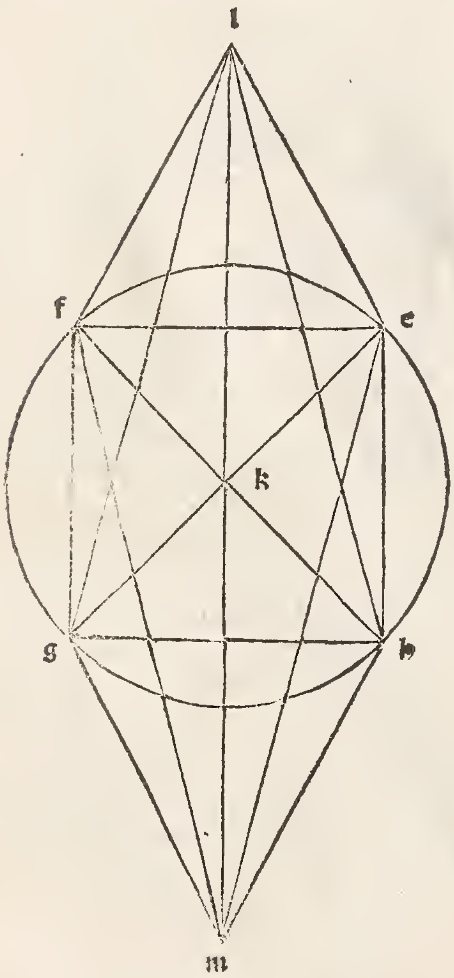
vt docet.12. vndecimi quatuor linee ppẽdiculares ad supficiẽ ipsi⁹ q̃drati q̃ꝝ q̃libꝫ ponatur etiã equalis linee.b.d.sintqꝫ.e.k.f.l.g.m.h.n.eruntqꝫ hee quatuor ppendiculares singule singulis equidistantes ex sexta vndecimi:ꝛ anguli quos cõtinent cũ lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppẽdicularis ad supficiẽ:deinde cõiungant̃ extremitates istaꝝ ppendiculariũ ꝓtractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritqꝫ cõplet⁹ cub⁹ sex supficieb⁹ q̃dratis cõtentus.cõstat eni ex.34.p̃mi ꝙ q̃tuor superficies ipsum ambientes ꝛ ipse sunt quaꝝ opposita latera sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrate:de basi autẽ hoc positũ est.at vero de suppꝛema ei⁹ supficie que ẽ.k.l.m.n.ꝙ ipsa quoqꝫ sit quadrata. cõstat ex.34.pꝛimi ꝛ.10.vndecimi.ideoqꝫ ex quarta vndecimi manifestũ ẽ singula latera eiusdẽ cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus oꝛthogonaliter insistere. Ut antẽ cubũ hunc ab assignata spera circũscriptibilem eẽ demonstremus:in vna suaꝝ supficieꝝ ꝓtrahat̃ diagonalis.verbi gratia in basi eius sitqꝫ.e.g.ꝛ.a.b.huius diagonalis altera extremitate ꝓtrabatur diameter cubi.e.m.eritqꝫ ex penultima pꝛimi quadratũ. e.g. duplũ ad quadratũ .f.g.ideoqꝫ ꝛ ad quadratũ.g.m.eo ꝙ.g.m.ẽ equalis.f.g. sũt eni omnia latera cubi adinuicẽ equalia.ꝛ qꝛ rursus ex penultima pꝛimi quadratũ.e.m.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.e.g.ꝛ.g.m. ꝓpter hoc ꝙ angulus.e.g.m.ẽ rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiẽ:erit quadratũ.e.m. triplum ad quadratũ.m.g. constat eni ex duplo ꝛ simplo.cumqꝫ ex secũda pte coꝛel̃.8. sexti ꝛ ex coꝛel̃.17.eiusdẽ q̃dratũ quoqꝫ.a.b.sit triplũ ad quadratũ.b.d.eo ꝙ linea.a.b. tripla ẽ ad lineã .b.c.sit autẽ.b.d.equalis.g.sequitur ex cõi scia ut.e.m.q̃ ẽ diameter cubi sit equalis.a.b.que ẽ diameter spere.itaqꝫ si sup.e.m.lineet̃ semicirculus circumducat̃qꝫ quousqꝫ ad locũ vnde fuit initiũ motus redeat spera descripta :erit ex diffinitione speraꝝ equaliũ equalis spere assignate.at vero qꝛ hic semicirculus trãsitũ faciet p punctũ.g.eo ꝙ angulus.e.g.m.ẽ rect⁹ eadẽqꝫ rõne p ceteros singl'os rectos angulos cubi qd ex antecedente ante hãc.14. imediate p̃misso manifestũ ẽ constat cõstitutũ cubũ ab assignata spera eo ꝙ a sua equali circũscriptibilẽ esse qd demonstrare opoꝛtebat.coꝛelarij vero demõstratio in isti⁹ demõstratiõis ꝓcessu prepatuit.



Propositio .15.

Coꝛpus octo basiũ triãgulariũ ꝛ equilaterarũ a spera ꝓposita circũscriptibile cõponere:eritqꝫ palã eiusdeꝫ spere diametꝝ lateri ipsius coꝛpis duplicem esse potentialiter.

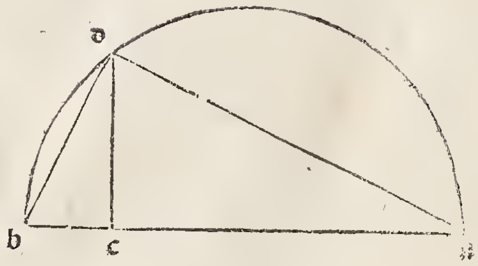
¶Diameter spere ꝓposite sit.a.b.que diuidat̃ p equalia i puncto.c. ꝛ sup eã lineet̃ semicirculus.a.d.b.ꝛ ꝓducat̃.c.d.ppendicularis.ad.a.b.ꝛ iungat̃ punct⁹.d.cũ.a.ꝛ cũ.b.describat̃qꝫ vnũ quadratũ cuius singula latera sint equalia linee.b.d.sitqꝫ quadratũ.hoc.e.f.g.h.in quo ꝓtrahant̃ diametri duo. e.g.ꝛ. f.h. secantes se inuicẽ in puncto.k.ꝯstat igit̃ ex .4.pꝛimi ꝙ vtraqꝫ istaꝝ diametroꝝ sit equalis linee.a.b .que ẽ diameter spere cũ angulus .d.sit rectus ex p̃ma pte.30.tertij ꝛ singuli quoqꝫ anguli.e.f.g.h.recti ex dione q̃drati:ꝯstat rursus ꝙ eedem due diametri.e.g.ꝛ.f.h.diuidũt se inuicẽ p equalia in puncto k.hoc autẽ ex.5.pꝛimi ꝛ 32.ꝛ sexta eiusdẽ facile ẽ elicere.erigat̃ itaqꝫ sup punctũ.k.linea.k.l.ppendicularis ad supficiẽ q̃drati q̃ ponat̃ eq̃lis medietate diametri.e.g.l̃.f.h.ꝛ demittãt̃ ypothemise l.e.l.f.l.g.l.h. erũtqꝫ ex his q̃ posita sunt ꝛ penul p̃mi quotiẽs opoꝛtuerit repetita singule haꝝ ypothemisaꝝ eq̃les sibi inuicẽ et equales laterib⁹ q̃drati. habes ergo piramidẽ quatuoꝛ equilateraꝝ triangulariumqꝫ basiũ sup quadratũ ꝯstitutã.

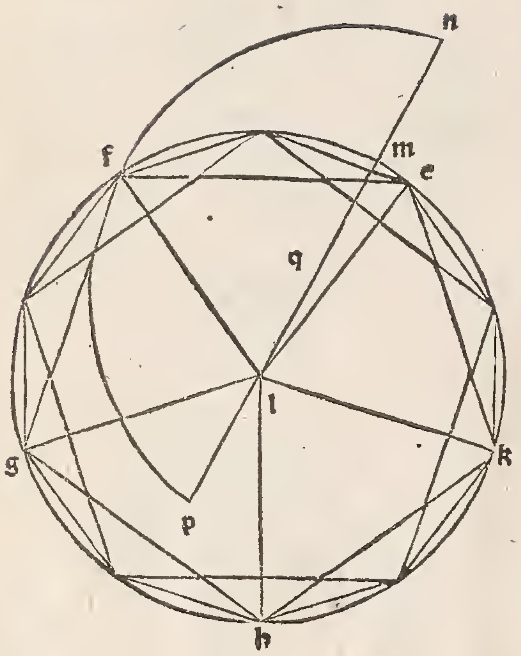


hinc itaqꝫ sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appone lineā.l. k.producas pforando quadratum vsqꝫ ad.m.ita ꝙ.k.m.exñs sub quadrato sit equalis .l.k. existenti supra:ꝛ iunge punctū.m.cū singulis angulis q̄drati ꝓducendo.4.alias ypothemisas que sunt.m.e.m.f.m.g.m.h.de quibus quoqꝫ manifestū ē ex penul. primi:quēadmodū de alijs que sunt in supiori pte ꝙ ipse sint equales ad inuicē et lateribus quadrati.Cōpleuimꝰ igitur corpus.4.basiū triangulariū ꝛ equilaterarū hoc aūt ab assignata spera circūscriptile eē sic habeto. cōstat enī ꝙ linea. l. m.est equalis diametro assignate spere:nā vtraqꝫ earꝫ ē equalis diametro quadrati.igit̄ si sup.l.m.linect̄ semicirculꝰ qui circūuoluat̄ quousqꝫ ad locū suū redeat:spera quā motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione sperarꝫ equalium colligit̄.hic vero semicirculus transibit p quatuor angulos quadrati ꝛ simplr̄ p oīa puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū:eo ꝙ semidiameter quadrati vt linea.f.k.ꝛ portiones linee.l.m.que sunt.l.k.ꝛ.k.m.sunt adinuicē equales. q̄re ex diffinitione eius qđ ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscriptibi le ē spere motu huius semicirculi descripte.itaqꝫ ꝛ spere assignate ex cōcept.cū ipse sint adinuicē equales ex diffinitione.Conel̄.vero manifeste cōstat:sunt enī due li/nee .d.b.ꝛ.d.a.equales ex.4.primi:ideoqꝫ quadratum.a.b.duplū est ad quadra/tum.b.d.ex penul̄.primi:latus aūt fabricati corporis ē equale linee.b.d. verū est ergo conclarium.

Propositio .16.

Corpus viginti basiū triangulariū atqꝫ equilaterarꝫ a da/ta spera diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabrica/re.eritqꝫ palā latꝰ eiusdē corporis eē lineā irrationalem eam scꝫ que dicitur minor.¶Sit hic quoqꝫ diameter assignate spere.a.b.q̄ ponat̄ eē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm̄ ꝛ diuidat̄ in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit quadrupla ad.c.b. ꝛ linect̄ super eā semicircu/lus.a.d.b.ꝛ ꝓducat̄.c.d.ꝑpendicularis ad.a. b.ꝛ ꝓtrahat̄ linea.d.b. deinde ꝭm quantitatē linee.d.b.linect̄ circulus.e.f.g.h.k.supra centrū.l.cui inscribat̄ penta/gonus equilaterus eisdē litteris annotatus:ad cuius angulos a cētro .l. ducant̄ li/nee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k.rursus in eodem circulo inscribat̄ decagonꝰ equilaterꝰ:diui/dant̄ enī cuncti arcus quorꝫ chorde sunt latera pētagoni p equalia ꝛ a punctis me/dijs ad extremitates cunctorꝫ laterꝫ inscripti pentagoni linee recte dirigant̄. itēqꝫ super singulos angulos pentagoni erigatur cathecꝰ ꝭm ꝙ docet.12.vndecimi quo rum quilibet sit etiā equalis linee.b.d.ꝛ cōtinuent̄ extremitates horꝫ quinqꝫ cathe corꝫ quinqꝫ corausti s.erūtqꝫ ex.6.vndecimi quinqꝫ cathecci erecti adinuicē equidi/stantes:cūqꝫ ipsi sint eq̄les erūt quoqꝫ ex.33.primi quinqꝫ corausti corꝫ extremita tes iūgentes eq̄les lateribꝰ pentagoni.demitte igitur a summitatibus singulis sin/gulorꝫ cathecorꝫ binas ꝛ binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos iscripti decagoni ꝛ harꝫ decē ypothemisarꝫ a quinqꝫ extremitatibus cathecorꝫ ad.5. pūcta que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descendentiū extremitates ꝯtinua aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoqꝫ erit equilaterus ex.23. tertij:cū hoc itaqꝫ feceris videbis te ꝑfecisse decē triangulos quorꝫ latera sunt decē ypothemise ꝛ quinqꝫ corausti ꝛ.5.latera hꝰ scđi pentagoni inscripti.hos ergo decē triangulos eq̄lateros eē sic collige.cū enī tā semidiameter descripti circuli q̄ꝫ q̄libet erectorum cathecorum sit equalis linee.b.d.ex ypothesi:erit ex conclario.15.quarti quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter:



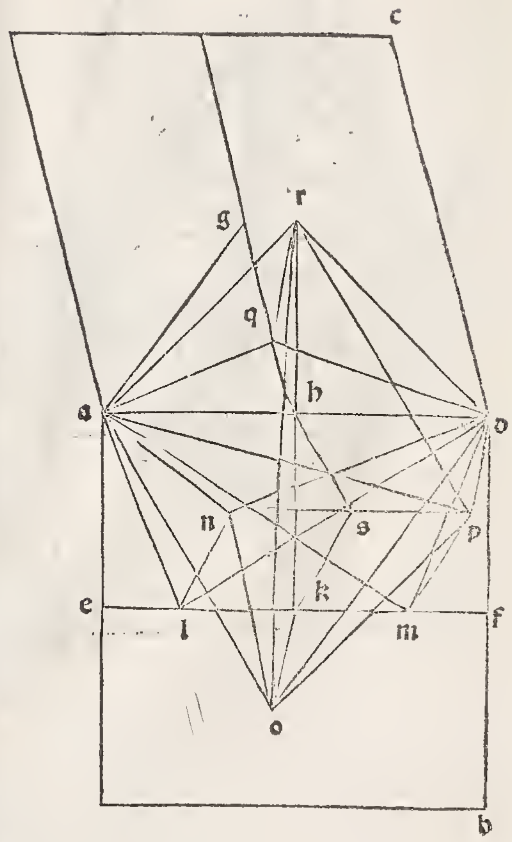


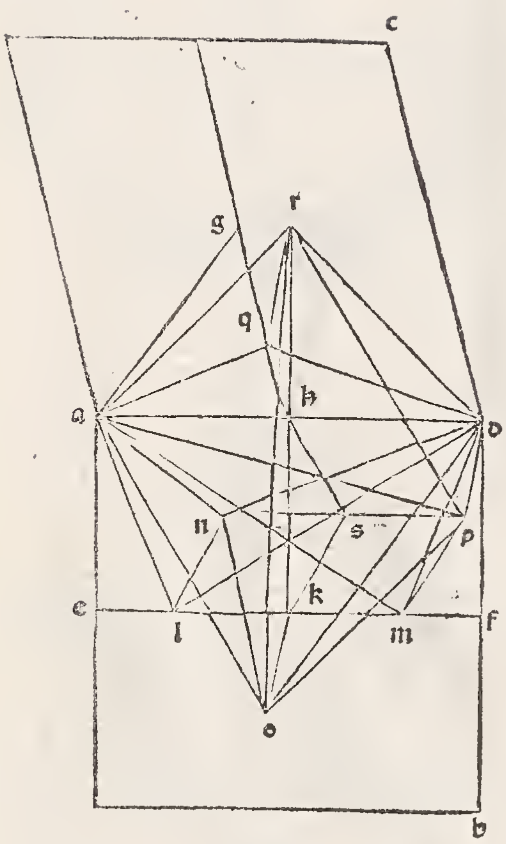
est equalis linee.b.d.inscripti.quia vero ex penult.˘primi vnaqꝗꝫ.10.ypothemisaꝝ tanto est potentior catheco quãtũ põt latus decagoni. at vero ex.10.huius latus quoqꝫ penthagoni ẽ tanto potentius eodẽ quãtũ põt idẽ latus decagoni.erit ex cõ muni scientia vnaqꝗꝫ haꝝ ypothemisaꝝ equalis lateri pentagoni. De corausꝺis aũt iam patuit ꝙ ipsi sint equales lateribus pentagoni.itaqꝫ cuncta latera horum decẽ trianguloꝝ aut sunt latera pentagoni equilateri scd̃a vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igit̃ equilateri trianguli.Ampliꝰ aũt sup centꝝ circuli qd̃ ẽ punctũ l.erige aliũ cathecũ equalẽ priorıbꝰ qui sit.l.m.eiusqꝫ supiorẽ extremitatẽ que ẽ pũ ctus.m.iũge cũ singulis extremitatibꝰ prioꝝ ꝑ quinqꝫ corausꝺos eritqꝫ ex sexta vn decimi hic centralis cathecus singulis cathecoꝝ angulariũ equidistans:ideoqꝫ ex.33 primi hi quinqꝫ corausti erunt semidiametro circuli equales ⁊ ex correl. 15.quarti quilibet eoꝝ tãquã latus exagoni.centrali ergo catheco ex vtraqꝫ ꝑte adijciatur li/ nea vna equalis lateri decagoni:supra quidẽ adijciat̃ ei.m.n.deorsum aũt sub cir/ culo adijciat̃ sibi a centro circuli.l.p.postea demittant̃ a puncto.n.5. ypothemise ad.5.superiores angulos decẽ trianguloꝝ qui sunt in circuitu.⁊ a puncto.p.alie.5 ad alios quinqꝫ inferiores eruntqꝫ hee decẽ ypothemise equales adinuicẽ laterıbꝰ inscripti pentagoni ex penul.primi ⁊.10.huius quẽadmodũ de alijs decẽ priꝰ de/ monstratũ est.habes ergo corpus.20.basium triangularium atqꝫ equilateraꝝ cuiꝰ cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni.eius vero diameter est linea. n.p: hoꝝ aũt.20.trianguloꝝ decẽ cõsistunt in circuitu supra circulũ.quinqꝫ aũt cõsur/ gant sursum ad punctum.n.cõcurrentes.at quinqꝫ reliqui deorsum emergunt sup punctũ .p.coeuntes.hoc autẽ ycocedrũ corpus a data spera circũscriptibile eẽ sic erit manifestum:cũ linea.l.m.sit equalis lateri exagoni ⁊.m.n.lateri decagoni equi lateroꝝ quos circulus.e.f.g.circũscribit tota l.n.erit ex nona presentis libri diuisa ꝫm ꝓportionem .h.m.⁊.d.extra in puncto.m. ⁊ maior portio eius erit linea.l.m. Diuidatur itaqꝫ .l.m.per eq̃lia in.q. eritqꝫ ex cõmuni scia.p.q.eq̃lis.q.n.nã. p.l. posita ẽ equalis lateri decagoni quẽadmodũ.m.n.quare.q.n.ẽ medietas.n.p.quẽ admodũ ẽ.q.m.medietas.m.l:cũ ergo quadratũ.n.q.sit ex.3.huiꝰ quintuplũ ad quadratum.q.m.erit quoqꝫ ex.15.quinti quadratũ.p.n.quintuplũ ad quadratum l.m.est eni ex quarta scd̃i quadratum .p.m.quadruplũ ad quadratũ.q.n.quadra/ tũ quoqꝫ.l.m.quadruplũ ad quadratũ.q.m.ex eadẽ:quadruplũ autẽ ad quadru/ plũ ẽ vt simplum ad simplũ teste. 15.quinti.at vero quadratũ.a.b.quintuplum est ad q̃dratũ.b.d.ex scd̃a ꝑte correl.8. sexti:⁊ ex correl.17. eiusdẽ:ẽ etiã.a.b.quincu/ pla ad.b.c.eo ꝙ.a .c.fuit ad eandẽ quadrupla:qr ergo .l. m.ẽ ex ypothesi equalis b.d.erit ex cõi scia.a.b.equalis.n.p.itaqꝫ si sup lineam.n.p.semicirculus describa tur qui tandiu ꝙ locũ primum repetat circũuoluat̃ spera ipsiꝰ motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliũ equalis spere ꝓposite.⁊ qm̃ linea.l.m.ẽ medio lo co ꝓportionalis inter.l.n.⁊.n.m.ideoqꝫ inter.l.n.⁊.p.l.erit quoqꝫ quelibet semi/ diameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l.n.⁊.l.p.⁊ cũ.l.m. sit equalis se/ midiametro circuli.itaqꝫ semicirculus sup.p.n.descriptus transibit ꝑ oĩa pũcta cir cũferentie circuli.e.f.g.ideoqꝫ ⁊ per singulos angulos solidi fabricati in illa circũ/ ferentia cõsistentes:⁊ qr eadẽ rõne singuli corausti cõtinuantes extremitates an/ gularium cathecoꝝ:cũ extremitate centralis sunt medio loco ꝓportionales inter p.m.⁊.m.n.eo ꝙ quilibet eoꝝ ẽ equalis.l.m:sequit̃ vt idẽ semicirculus trãseat etiã per reliquos angulos figure ycocedre statute .ẽ igitur corpus hoc ĩscriptibile spere

cuius diameter.p.n.ideoqȝ ⁊ spere cuius diameter.a.b.Latus aũt huius solide fi/
gure dico esse lineã minorẽ.cõstat eni꜡ q̄ linea. b.d .ẽ rõnalis in potentia cũ eius
quadratũ sit subquincuplũ ad quadratũ linee.a.b.que posita ẽ rõnalis siue in lon
gitudine siue in potentia tm̃:itaqȝ semidiameter atqȝ semidiametri circuli.ẽ. f.g.ẽ
etiã rõnalis in potentia.nam eius semidiameter ẽ equalis.b.d. igit̃ ex.12.hui⁹ lat⁹
pẽtagoni equilateri huic circulo ĩscripti ẽ linea minor.at vero sicut ĩ huius demon
strationis processu patuit latus huius figure est quantũ latus pentagoni:ergo la/
tus huius figure.20.alchaidarꝫ ẽ linea minor queadmodum proponitur.

Propositio .17.

Corpus duodecim basium pentagonorꝫ equilaterarꝫ atqȝ equiãgulariũ ab assignata spera circũscriptibile cõstitue re.eritqȝ palã lat⁹ eiusdẽ corporis irrationale esse.id qd residuũ dicit̃.❡ Fiat cubus ẽm q̄ docet.14.huius circũscriptibile ab assignata spera:sitqȝ huius cubi due superficies.a.b.⁊.a.c.ima/
ginemur aũt nunc q̄.a.b.sit suprema superficies cubi ⁊.a.c. sit vna ex laterib⁹.sit
qȝ linea.a.d.cõmunis istis duabus superficiebus.diuidant̃ itaqȝ in superficie.a.b
duo opposita latera p̄ equalia videlicet.d.b.⁊ latus ei oppositũ:⁊ puncta diuisio/
nis cõtinuent̃ p̄ lineã.c.f.latus quoqȝ.a.d.⁊ illud qd sibi opponit̃ in sup̄ficie.a.c.
diuidant̃ per equalia ⁊ puncta diuisionis ꝯtinuent̃ linea recta cuius medietas sit
g.h.sitqȝ punctus.h.medius punct⁹ linee.a.d.similiter linea. e.f. diuidat̃ p̄ equa/
lia in .k.⁊ protrahat̃.h.k.quãlibet igit̃ triũ linearꝫ.e.k.k.f.⁊.g.h.diuide ẽm pro/
portionẽ.ha.me.⁊.du.ext.in trib⁹ pũctis.l.m.q.sintqȝ maiores portiones earꝫ.l.
k.k.m.⁊.g.q.quas manifestũ ẽ ẽe eq̃les cũ tote linee diuise sint equales videlȝ que
libet earꝫ medietati lateris cubi.deinde a duobus punctis.l.⁊.m.erige perpendicu
lares vt docet.12.vndecimi ad sup̄ficiẽ.a.b.quarꝫ vtrãqȝ ponas equalẽ linee .k.l.
sintqȝ.l.n.⁊.m.p.similiter a puncto.q.erige perpendiculariter.q.r.ad superficieȝ
a.c. quã ponas eq̃lẽ.g.q.ꝓtrahe itaqȝ lineas.a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n
a.r.a.q.d.r.d.q.Manifestũ est igitur ex quinta huius q̄ due linee.k.e.⁊.e. l.po/
tentialiter sunt triplũ ad lineã.k.l.ideoqȝ etiã ad lineã.l.n.cũ.k.l.⁊.l. n.sint eq̃les
At vero.k.e.ẽ equalis.c.a.igit̃ due linee.a.c.⁊.e.l.sunt potentia triplũ ad lineã.l.
n.quare ex penul̃.primi.a.l.ẽ potentia tripla ad.l.n.ideoqȝ per candẽ.a. n.ẽ po/
tentia quadrupla ad.l.n.Cũqȝ ois linea sit potentia quadrupla ad medietatẽ sui
sequit̃ ex cõi scia q̄.a.n.sit dupla in longitudine ad.l.n. ⁊ q꜡.l.m.dupla est ad.l.k
At.k.l.⁊.l.n.sunt equales:erit.a.n.equalis.l.m.sunt eni earꝫ dimidia equalia .Et
q꜡ ex.33.primi.l.m.ẽ equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p.eodẽ modo ꝓbabis tres
lineas.p.d.d.r.⁊.r.a.esse equales sibi inuicẽ ⁊ duabus predictis .habem⁹ itaqȝ ex
his quinqȝ lineis pentagonũ equilaterꝫ qui ẽ.a.n.p.d.r.sed fortasse dices ipsũ nõ
esse pentagonũ q꜡ nõ nec forsan ẽ totus in sup̄ficie vna:qd esset necessariũ ad hoc
vt esset pentagonus .Qd ergo sit tot⁹ in sup̄ficie vna sic habeto:prodeat equideȝ a
puncto.k.linea.k.s.perpendicularis ad sup̄ficiẽ.a.b.que sit equalis. l.k. eritqȝ ob
hoc equalis vtriqȝ duarꝫ.l.n.⁊.m.p.cũqȝ ipsa sit equidistãs vtriqȝ earꝫ ex sexta vn
decimi:ideoqȝ cũ ambab⁹ in eadẽ sup̄ficie ex dione linearꝫ equidistantiũ necesse ẽ
vt punct⁹.s.sit in linea.n.p.⁊ q̄ diuidat eã p̄ equalia:ꝓtrahant̃ igit̃ due linee.r.h.
⁊.h.s.sunt itaqȝ duo trianguli.k.s.h.⁊.q.r.h.sup̄ vnũ angulũ videlicet.k.h.q.cõ/
stituti ⁊ ẽ proportio.k.h.ad.q.r.sicut.k.s.ad.q.h.nã vt.g.h.ad.q.r.sic.k.h.ad.q





r.ex.7.quinti:⁊ vt .r.q.ad.q.b.ſic.k.ſ.ad.q.b.ex eadē.ſed.g.b.ad.q.r. vt.q.r.ad
q.b.eo ꝙ.q.r.eſt equalis.g.q.ergo ꝑ.30.ſexti linea.r.b.ſ.ē linea vna.Quare ex ſe
cūda vndecimi totꝰ pentagonus de quo diſputamꝰ ē in ſupficie vna. Ipſū quoqꝫ
dico eſſe equiangulū.cū eni.e.k.ſit diuiſa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ ex
trema ⁊.k.m.ſit equalis maiori portioni eius:erit quoqꝫ ex.4.p̄ntis tota.e.m. di
uiſa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema:maior quoqꝫ portio eius linea
e.k.iōqꝫ per.5.due linee.e.m.⁊.m.k.iōqꝫ duc.e.m.⁊.m.p.nā.m.p.ē equalis. m.
k.ſūt potētia triplū ad lineā.e.k.iōqꝫ ⁊ ad lineā.a.e.nā.a.e.ē eq̄lis.e.k.itaqꝫ tres
linee.a.e.e.m.⁊.m.p.ſunt potentia quadruplū ad lineā.a. e. Conſtat autē per pe
nultimā primi bis aſſumptā ꝙ linea.a. p.ē potentia equalis tribus lineis.a.e.⁊.e.
m.⁊.m.p.itaqꝫ.a.p. ē potentia quadrupla ad lineā.a.e.latus vero cubi cū ſit du/
plū ad lineā.a.e.eſt potentia quoqꝫ quadruplū ad ipſā ex .4.ſcdi:igit̄ ex cōi ſcien/
tia.a.p.eſt lateri cubi equalis.Cūqꝫ.a.d.ſit vnū ex lateribus cubi erit. a.p. equa/
lis.a.d.ideoqꝫ ex.8. primi angulus.a.r.d.ē equalis angulo.a.n.p.Eodē modo ꝓ/
babis angulū.d.n.p.eſſe equalē angulo.d.r.a.qꝛ ꝓbabis lineā.d.n.eſſe potentia
liter quadruplū ad medietatē lateris cubi.cū igit̄ ex his pentagonus ſit equilaterꝰ
⁊ habeat tres angulos equales ipſe erit equiangulus ex ſeptima p̄ntis libri. Si ita
qꝫ hac via rōneqꝫ cōſili ⁊ ſuꝑ vnūqdqꝫ reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonū equilaterū
⁊ equiangulū fabricemus ꝑficiet̄ ſolidū . 12.ſupficiebus pentagonis equilateris et
equiangulis contentū.cubꝰ eni habet.12. latera.Reliquū aūt ē demonſtrare ſolidū
hoc eſſe a data ſpera circūſcriptibile:ꝓtrahant̄ igit̄ a linea.ſ.k.due ſupficies ſecan
tes cubū quaꝝ vna ſecet ipſū ſuper lineā.b.k.⁊ alia ſuꝑ lineā.c.f.eritqꝫ ex.40.vn/
decimi vt cōis ſectio haꝝ duaꝝ ſupficieꝝ ſecet diametꝝ cubi ⁊ ſecetur viceuerſa ab
ipſa diametro per equalia.ſit ergo cōis ſectio eaꝝ vſqꝫ ad diametrū cubi linea.k.o
ita ꝙ.o.ſit centrū cubi ⁊ ducant̄ linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. conſtat aūt ꝙ vtraqꝫ
duaꝝ lineaꝝ.o.a.⁊.o.d.eſt ſemidiameter cubi.ideoqꝫ equales.d.e.linea.autē.o.k
cōſtat ex.40.vndecimi ꝙ ipſa ē equalis.e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et qꝛ
k.ſ.eſt equalis.k.m.erit.o.ſ.diuiſa in puncto.k.ſm proportionē habentē mediū
duoqꝫ extrema ⁊ maior portio eiꝰ erit linea.o.k.q̄ ē eq̄lis.e.k.itaqꝫ ꝑ.5.hꝰ erūt due
linee.o.ſ.⁊.ſ.k.iōqꝫ.o.ſ.⁊.ſ.p.eo ꝙ .ſ.p. ad quos hec demr̄atio n̄ extēdit̄.ē eq̄lis
k.ſ.triplū i potētia ad lineā.o.k .⁊ iō ad medietatē lateris cubi q̄re ꝑ penul̄.pmi.
linea.o.p.ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi.Ex correl̄.aūt.14.hꝰ cōſtat ꝙ
ſemidiameter ſpere tripla eſt in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūſcri
bit eadem ſpera.itaqꝫ.o.p.eſt quanta ſemidiameter ſpere circumſcribentis cubū
propoſitum.Eadem ratione euucte linee ducte a puncto.o. ad angulos ſingulos
pentagonorum omnium ſuperlatera cubi deſcriptorum ad ſingulos angulos
inq̄ꝫ qui proprij ſunt pentagonis nō aūt cōes eis ⁊ ſupficiebus cubi ſcꝫ proprij q̄/
les ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli.n.p.r.de illis aūt lineis que veniunt a
puncto.o.ad angulos ſingulos pentagonoꝝ qui ſunt cōes pentagonis ⁊ ſupficie/
bus cubi quales ſunt in pentagono p̄nti duo anguli.a.⁊.d.cōſtat ꝙ ipſe ſūt equa/
les ſemidiametro ſpere circūſcribentis cubū:ipſe eni ſunt diametri cubi ex.40.vn/
decimi.at vero ſemidiameter cubi ē tanq̄ꝫ ſemidiameter ſpere ipſū circūſcribentis
quēadmodū ex rōcinatione.14.apparet igit̄ oēs linee ducte a puncto.o.ad ſingu/
los angulos duodecedri ſunt equales adinuicē ⁊ ſemidiametro ſpere ſemicirculus
itaqꝫ ſuper totā diametrū ſpere vel cubi lineatus.ſi circūducat̄ trāſibit per omnes

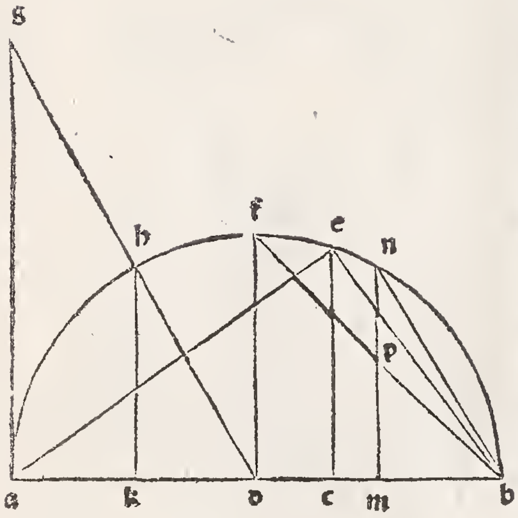
ãgulos ei⁹ quare p diffinitionẽ ipsũ est ab assignata spera circũscriptibile. dico itez q latus huius figure ẽ linea irrõnalis ista videlicet que residuũ dicitur si diameter spere ipsũ circũscribentis fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. cũ eni dia/meter spere sit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa le in potentia si diameter spere fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. Con stat autem ex. 11. q linea. r. p. diuidit lineam. a. d. que est latus cubi ẽm propor/tionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema z q portio ei⁹ maior equalis est lateri penta/goni z q maior portio ei⁹ ẽ residuũ ex sexta huius manifestũ est latus figure duo cedron esse residuũ qd demõstrare voluimus. Fabricata sũt igitur p. 13. z quatuor eam sequentes quinqz corpora equilatera atqz equiangula quoz vnũqdqz ẽ circũ/scriptibile ab assignata spera. Sunt aũt hec solida: primũ quidẽ qtuor basiũ triã/gularium: z dicitur tetracedron. Secũdũ est sex basiũ quadratarz z dicitur cubus si ue exacedron. Tertiũ octo basiũ triangulariũ: z dicit̃ octocedron. Quartũ autem ẽ solidũ ycocedron z est viginti basium triangulariũ. Quintũ vero ex. 12. basib⁹ pen tagonis cõsistit: diciturqz duodecedron. hec autẽ quinqz solida regularia dicuntur qm̃ ipsa eq̃ãgula sũt atqz eq̃latera z a spera atqz ab inuicẽ circũscriptibilia. plura vero his quiqz eq̃latera q̃ sint z eq̃ãgula esse ẽ impossibile. Ad cõstitutionẽ cuiusli bet anguli solidi necesse est ad minus tres supficiales angulos cõcurrere. Ex duo/bus eni solis superficialibus nequit solidus angulus cõpleri: q2 ergo tres anguli cu iuslibet exagoni equilateri z equianguli sunt equales q̃tuor angulis rectis. At vero eptagoni z cuiuslibet pluriũ latez figure equilatere atqz equiangule tres anguli sũt maiores quatuor angulis rectis queadmodũ ex. 32. primi euidenter elicit̃: omnis autẽ angulus solidus quatuor rectis angulis minor ẽ teste. 21. vndecimi impossibi le est tres angulos exagoni atqz eptagoni: z simpliciter omnis plurilatere figure equilatere tamẽ atqz equiangule solidũ angulum constituere. iõ nulla solida figura equilatera atqz equiangula põt ex supf.ciebus exagonalibus aut pluriũ latez con/stitui. Si eni tres anguli exagoni equilateri atqz equianguli quemqz solidũ angu/lum excedũt quatuor z plures multo fortius eundẽ excedũt: tres aũt angulos pen tagoni equilateri atqz equianguli minores esse quatuor rectis angulis. manifestũ ẽ z quatuor eẽ maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atqz equian guli possibile est solidũ angulũ constitui. ex quatuor autẽ aut ex pluribus impossi/bile. ideoqz vnũ duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atqz equiangulis cõ stitutũ est illud videlicet qd duodecedron dicit̃ in quo anguli pentagonoz terni et terni solidos angulos pficiunt. Eadem quoqz est rõ in quadrilateris figuris equi/lateris z equiangulis que in pentagonis: oĩs enim quadrilatera figura si equilate/ra equiangulaqz fuerit ipsa erit q̃drata a diffinitione. Nã omnes ei⁹ anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igit̃ angulis talis superficialis figure possibile est soli dum angulum cõstitui: ex quatuor aũt aut ex plurib⁹ impossibile est: ppter qd ex talib⁹ figuris superficialib⁹ que cũ drilatere ipse sũt eq̃latere atqz equiangule vnicũ solidũ qd cubũ dicimus: fabricatũ ẽ triangulōz aũt equilateroz sex anguli sũt eq̃/les quatuor rectis ex. 32. primi: paucio res ergo minores z plures maiores: igit̃ ex sex angulis taliũ trigonoz aut ex pluribus impossibile ẽ angulum solidum fieri: ex quinqz et ex quatuor z ex tribus possibile. Cum itaqz tres anguli trigoni equilate/ri efficiunt angulum solidũ: perficitur ex triangulis eq̃lateris corpus quatuor ba/sium triangularium atqz equilaterum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo

basium quod octocedron diximus. At vero si quinqȝ triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cōtineant fiet corpus ycocedron viginti basi m triangu/lariū ⁊ equilaterarum. Quare ergo tot ⁊ talia sunt solida regularia ⁊ quare plura bis non sint dictum est.

Propositio .18.

Latera quinqȝ corporum premissorum ab eadeȝ spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis ꝓposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

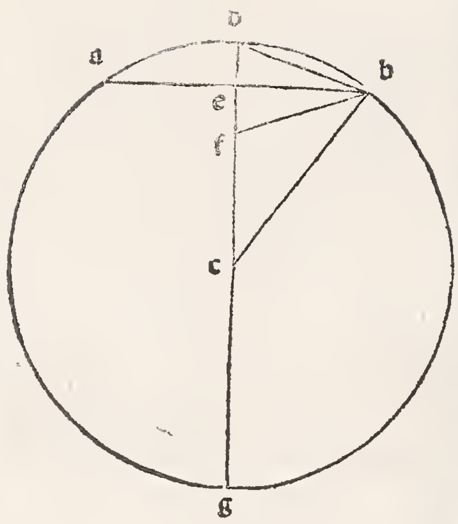
¶Sit.a.b.diameter alicuius spere nobis proposita.ex qua iubemur latera quinqȝ premissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrum in.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.c.b.⁊ per equalia in.d.⁊ lineemus sup eam semicirculum.a.f.b.ad cuius circūferentiā protrahant̄ due linee perpendiculares ad lineā.a.b.que sint.c.e.⁊.d.f.⁊ iungamus.e.cū.a.⁊ cū.b.⁊.f.cū.b. Manifestū ergo ē ex demonstratione.13.ꝙ.a.e:ē latus figure quatuor basium triangulariū ⁊ equilaterarum ⁊ ex demōstratione.14.ꝙ.e.b.ē latus cubi:⁊ ex demōstratione.15.ꝙ.f.b.est latus figure octo basium triangulariū ⁊ equilaterarum:prodeat itaqȝ a puncto.a.linea.a.g.perpendicularis ad.a.b.⁊ equalis eidē.a.b.⁊ iungat̄.g.cum.d.sitqȝ.b.punctus in quo.g.d.secat circūferentiā semicirculi ⁊ ducat̄.b.k.perpendicularis ad.a.b.⁊ quia.g.a.est dupla ad.a.d.erit ex quarta sexti.b.k.dupla ad.k.d. Sunt enim duo triāguli.g.a.d.⁊.b.k.d.eqanguli ex.32.primi eo ꝙ angulus.a.maioris ē equalis angulo.k.minoris:nāqȝ vterqȝ rectus ⁊ angulus.d.ē cōis vtriqȝ:igitur ex quarta scōi.b.k.est potentia quadrupla ad.k.d.ergo ex penul.primi.b.d.est potentia quincupla ad.k.d.cūqȝ.d.b.sit equalis.b.d.est eni.d.centrū semicirculi erit quoqȝ.d.b.potentia quincupla ad.k.d. At vero cū tota.a.b.sit dupla ad totā.b.d quēadmodū.a.c.detracta ex prima.a.b.ē dupla ad.c.b.detractā ex secunda.b.d.eritqȝ ex.19.quinti.b.c.residua prime:dupla ad.c.d.residuā secunde:ideoqȝ tota b.d.est tripla ad.d.c.igitur q̄dratū.b.d.est noncuplū ad quadratū.d.c.⁊ quia ipsū erat quincuplū tm̄ ad quadratum.k.d.erit ex scōa pte decime quinti.quadratū.d.c.minus q̄drato.k.d.ideoqȝ.d.c.minor.k.d.sit ḡ.d.m.equalis.k.d.⁊ ꝓdcat.m.n vsqȝ ad circūferentiā que sit perpendicularis ad.a.b.⁊ iungat̄.n.cū.b. Cū igit̄.d.k ⁊ d.m.sīt eq̄les erūt ex diffinitione eius qd ē aliq̄s lineas a centro eq̄distare due linee.b.k.⁊.m.n.eq̄liter distantes a centro.ideoqȝ eq̄les adinuicē ex scōa parte.13.tertij ⁊ ex scōa pte tertie eiusdem.itaqȝ.m.n.ē equalis.m.k.nam.b.k.erat equalis ei. At quia.a.b.dupla est ad.b.d.⁊.k.m.dupla est ad.d.k.⁊ quadratum.b.d.quincuplū ad quadratū.d.k.erit ex.15.quinti quadratū.a.b.silr quincuplū ad q̄dratū k.m.ē eni quadratū dupli ad quadratū dupli sicut quadratū simpli ad q̄dratum simpli. Ex demōstratione eni.16.manifestū ē ꝙ diameter spere ē potētialiter quincupla tā ad latus exagoni circuli figure.20.basiū ḡ.k.m.ē eq̄lis lateri exagoni circuli figure.20.basiū nā diameter spere q̄ ē.a.b.c potētialiter quīcupla tā ad latus exagoni circuli illius figure q̄ȝ.ad.k.m. Rursus qȝ ex demōstratione eiusdē manifestū ē ꝙ diameter spere cōstat ex latere exagoni ⁊ duplici lateri decagoni circuli figure.20.basiū cū ergo.k.m.sit tanq̄ȝ latus exagoni.at vero.a.k.sit eq̄lis.m.b.nā ipsa sūt residua eq̄liū dēptis eq̄libus erit.m.b.tāq̄ȝ latus decagoni:quia igit̄.m.n.ē tāq̄ȝ latus exagoni.nā ipsa est equalis.k.m.erit ex penul.primi ⁊.10.huius.n.b.tanq̄ȝ latus pētagoni figure circuli.20.basiū ⁊ quia ex demōstratione.16.apparet ꝙ latus pentagoni circuli figure.20.basiū ē latus eiusdē figure.20.basiū.constat lineā.n.b.ēe latus istius figure



Diuidat̃ itaqȝ.e.b.que ē lat⁹ cubi ab assignata spera circūscriptibilis ẜm ꝓportionē habentē mediū duoqȝ extrema i puncto.p.sitqȝ maior portio eius.p.b.constat igit̃ ex demōstratione p̃missē ꝙ.p.b. ē lat⁹ figure.12.basium. Inuenta ergo sūt latera.5. premissoꝝ corpoꝝ ex diametro spere nobis ꝓposita.ē eni latus. a.e.piramidis.4. basiū.e.b.latus cubi.f.b.latus octocedri. at vero. n.b. latus ycocedri:linea aūt.p.b.latus duodecedri. Que autē hoꝝ lateꝝ sint maiora alijs sic habetur. constat eni ꝙ.a.e.ē maior.f.b.nā arcus.a.e.est maior arcu. f.b.itēqȝ.f.b.ē maior e.b.⁊.e.b.maior q̃ȝ.n.b.at vero.n.b.dico etiā esse maiorē q̃ȝ.p.b.cum eni sit.a.c. dupla ad.c.b.erit ex quarta scdi quadratū.a.c.quadruplū ad quadratū.c.b. ꝯstat autē ex scda pte corelarij.8.sexti ⁊ ex corelario.17.eiusdē ꝙ quadratū.a.b.triplū ē ad quadratum.b.e.sed p.21.sexti quadratū.a.b.ad quadratū.b.e.ē sicut quadratum.b.e.ad quadratū.c.b.ex eo ꝙ ꝓportio.a.b.ad.b.e.ē sicut.b.e.ad. b.c. ex secunda pte corelarij.8.sexti.itaqȝ p.11.quinti quadratū.b.e.triplū est ad quadratum.c.b.⁊ q2 quadratū.a.c.quadruplū est ad idē quadratū vt ostensum ē: erit ex prima pte.10.quinti quadratum.a.c.minus quadrato.b.e.ideoqȝ linea.a.c.maior ē linea.b.e.idqȝ.a.m.multo maior.b.e.manifestū vero ex.9.huius ꝙ si linea.a.m diuisa fuerit ẜm ꝓportionē habentē mediū duoqȝ extrema erit maior portio eius linea.k.m.que ē equalis.m.n.At vero cū.b.e.diuidit̃ ẜm eandē proportionem videlicet habentē medium duoqȝ extrema maior eius portio ē linea. p.b. cum itaqȝ tota.a.m.sit maior tota.b.e.erit.m.n.que est equalis maiori portioni.a.m.maior q̃ȝ.p.b.q̃ est maior portio b.e.hoc autē manifestū est ex scda.14.libri que sine auxilio alicuius caꝝ q̃ sequūtur firma demōstratione solidat̃:ergo p.19.p̃mi a fortiori n.b.maior ē q̃ȝ.p.b. Quare pȝ latera hoꝝ.5.corpoꝝ p̃missoꝝ fere eo ordine quo corpora seinuicē sequunt̃ se inuicē excedere.in cubo eni dūtaxat ⁊ octocedro habet hic instantias.nā latus octocedri excedit latus cubi q̃uis cubus antecedat octocedrū. Cubū aūt premittunt idcirco octocedro:quia eadē diuisione diametri assignate spere latus piramidis.4.bases triangulas habentis ⁊ latus cubi inuenit̃.est igit̃.a.e.latus piramidis maius lateribus ceteroꝝ corpoꝝ:post ipsū aūt ē.f.b.lat⁹ octocedri maius sequentiū corpoꝝ lateribus Tertio ordine sequit̃ i magnitudie.e.b.latus cubi.Quarto vero loco est.n.b.latus ycocedron.Minimū autem est omnium.p.b.latus duodecedron vel duodecedri. ¶Explicit liber Terciusdecimus

Incipit liber Decimusquartus. Propositio .1.

Omnis perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsū descripti dimidio lateris decagoni atqȝ dimidio lateris exagoni intra circulū eundē descriptoꝝ ambobus dimidijs in longū directūqȝ cōiunctis equalis eē ꝓbat̃. patet igit̃ ꝙ ppendicularis ducta a cētro circuli ad latus pentagoni ē equalis ppēdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioqȝ lateris decagoni intra eūdē circulū descripti ⁊ i recie cōiunctis. ¶Sit linea.a.b.latus pentagoni equilateri inscrpti circulo cui⁹ centꝝ.c.⁊ ducat̃ a centro.c.ppendicularis ad lineā a.b. que p scdam ptem tertie tertij diuidet ipsā p equalia ⁊ arcū eius etiā p equalia



ex quarta primi & .27. tertij sitq3 hec ppendicularis linea .c.d. secans .a.b. in puncto e. & arcu ei9 in puncto .d. est igit vt diximus linea .a.e. eqlis linee .e.b. & arc9 .a.d. ar cui .d.b. ptrahatq3 linea .d.b. de qua costat q ipsa est lat9 decagoni equilateri p/ posito circulo inscripti cu ipsa subtedat medietati quinti totius circuferentie: dico itaq3 q linea .e.c. e equalis medietati linee .c.d. & medietati linee. d.b. in longum directumq3 coiunctis Copleatur quidem diameter .d.c. sitq3 .d.c.g. & sit .e.f. equa/ lis .c.d. & ptrahat .b.f. eritq3 ex .4. primi .b.f. eqlis .b.d. ideoq3 per .5. primi angul9 b.d.f. erit equalis angulo .b.f.d. costat aut ex vltima sexti q angulus .g.c.b. qua/ druplus e ad angulu .b.c.d. eo q arcus .g.b. quadrupl9 e ad arcu .b.d. at vero an/ gulus .g.c.b. p .32. primi dupl9 e ad angulu .b.d.c. na ipse e extrinsecus duob9 qui sunt .b.d.c. & .d.b.c. at ipsi sunt eqles ex .5. primi: igitur angulus .b.d.c. duplus est ad agulu .b.c.d: qre agulus quoq3 .b.f.d. duplus e ad agulu .b.c.f. sed angul9 .b.f d. e equalis duob9 intrinsecis q sunt .b.c.f. & .c.b.f. p .32. pmi. itaq3 duo aguli .b.c.f & .c.b.f. sut eqles: ideoq3 p .6. primi .c.f. e eqlis .b.f. ideoq3 etia .c.f. e eqlis .b.d. na .b.d & b.f. sut eqles adinuice: qre dimidiu .c.d. cu dimidio .b.d. est quantu dimidiu .c.d cu dimidio .c.f. at vero dimidiu .c.d. cu dimidio .c.f. e quatum dimidiu .c. f. bis cu dimidio .f.d. dimidiu aut .c.f. bis e quatum .c.f. & dimidiu3 .f.d. e qntu .e.f. itaq3 .e c. est quantu dimidiu .c.d. cu dimidio .c.b. & .d.b. qd e ppositu. Correl. aut sic con stat manifestu e eni ex .8. tredecimi libri q ppedicularis ducta a cetro circuli ad la/ tus trianguli sibi inscripti e equalis dimidio linee ducte a centro ad circuferentiam hoc quide ibi demostratum e & quasi correl. coclusu. cum igit ex hac prima isti9 .14 libri pateat q ppendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circuferentia & dimidio lateris decagoni: sequitur q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ppendicu lari ducte a centro ad latus trianguli: dimidioq3 lateris decagoni intra eunde cir/ culum descripti: & hoc est qd ex correl. pponit. Nunc ergo explicandu est quod ait. Ariste9. in libro ititulato Exposito scie .5. corpor nec no & Appoloni9 in dono secu do: in pportionalitate figure .12. basiu ad figura .20. basiu dices: q pportio supfi cier figure habentis .12. bases ad superficies figure habentis .20. bases. e taq3 p/ portio corporis .12. basium ad corpus .20. basiu: linea & eni ducta a centro circuli pentagoni figure .12. basium duodecedri ad circuferentia eius e quasi linea pdies a centro circuli trianguli figure .20. basium ycocedri ad circuferentia eius. hec sunt ipsi9 magni appollonij verba Intelligeda aut sut de figura .12. & figura .20. basiu3 ab vna eadeq3 spera circuscriptibilium. Est eni pportio corpis duodecedri ad cor pus ycocedron cum ambo vna eadeq3 spera circuscribit sicut pportio omnium su pficier duodecedri piter acceptar ad oes supficies ycocedri pariter acceptas que/ admodu Appolloni9 pmissor verbor pma pte comemorat: qd & decima huius .14 libri solida demostratione stabilitur. & e circulus circuscribens pentagonu duodece dri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron & ycoce/ dron eadem spera circumscribit queadmodum ipse appollonius secunda pte pre/ missorum verborum comemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratio ne firmatur: premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.

Quicquid accidit vni linee diuise secūdū proportioné habē tem medium et duo extrema omni linee sil'iter diuise pro/ batur accidere etc.

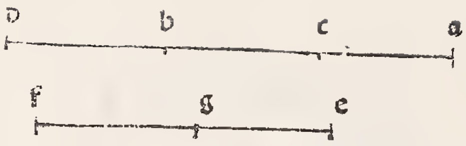
¶ Sit vtraqȝ duarum linearum.a.b.et.d.e.diuisa sm proportioné habenté mediū duoqȝ extrema.hec quidem i.c.illa vero in.f.sintqȝ maiores portiones:huius quidē.a.c.illius aūt.d.f.dico itaqȝ quod ambarum ad sui maiores por/ tiones est vna proportio.itemqȝ ambarum ad sui minores portiones est proportio vna ad quoqȝ maiorum portionū ad minores vna.et econtrario et permutatim et cōiuncti et disiunctim et euersim.Nihil eni aliud est quicquid vni earum accidit. idē quoqȝ alij accidere.cōstat eni ex diffinitione linee sm proportioné habenté mediū duoqȝ extre ma diuise et ex prima pte.16.sexti:quod illud quod fit ex.a. b.in. b.c. est equale qua/ drato.a.c.eodēqȝ modo quod fit ex.d.e.in.e.f.est equale quadrato.d.f.ideoqȝ pro/ portio eius quod fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.ē sicut eius quod fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratū.d.f.vtraqȝ eni ē proportio equalitatis:igitur quadruplū eius quod fit ex.a. b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplū eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadra tum.d.f.quod ex.15.quinti:et permutata et equa proportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadrā tum.a.c. sicut quadruplū eius quod fit ex.d.e.in.e.f.cū quadrato.d.f.ad quadratū. d.f.Adiungatur autem sm rectitudiné ad lineā.a.b.vna linea que sit equalis. b.c.que dicatur.b.g.et ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicatur.e.h.Manifestū est igitur ex octaua secundi libri quod quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato a.c.est equale quadrato linee.a.g.at vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.h. cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.h.At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g.eo quod.b.c.et.b.g.sunt equales.similiter quoqȝ quadruplū eius quod fit ex.d e.in.e.f.equum est quadruplo eius quod fit ex.d.e.i.e.h.eo quod.e.f.et.e.h.sūt etiā eq/ les:igitur ex prima parte septime quinti et ex vndecima quinti eiusdē quadratum a.g.ad quadratum .a.c.sicut quadratum .d.h.ad quadratum .d.f.Quare ex scda pte.21.sexti proportio linee.a.g.ad lineā.a.c.ē sicut linee.d. h ad lineā.d.f.et con iunctim.a.g. et.a.c.ad.a.c.sicut.d.h.et.d.f.ad.d.f.at vero.a.g.cum.a.c.sunt tan/ quam duplum .a.b.et.d.h.cum.d.f.tanquam duplum.d.e.quare dupla.a.b. ad.a.c. sicut duplum.d.e.ad.d.f.et permutatim duplum.a.b.ad duplum.d.e.sicut. a.c.ad d.f.sed duplum .a.b.ad duplum .d.e.sicut.a.b.ad .d.e .ex.15. quinti: igitur.a.b. ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.itaqȝ permutatim et euersim et conuersim et disiunctim et coniunctim:quod oportebat ostendere.



Propositio .3.

Diuiso latere exagoni sm proportioné habenté medium duoqȝ extrema maior eius portio erit latus decagoni cir cumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

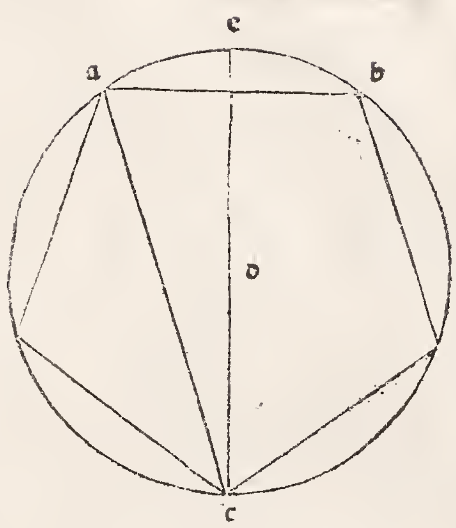
¶ Sit linea .a.b.latus exagoni alicuius circuli et diuisa secūdū propor ti onem habentem mediū duoqȝ extrema i puncto.c.sitqȝ maior por/ tio eius.b.c. dico quod cuiuscunqȝ circuli.a.b.est latus exagoni eiusdem.b.c. erit la/ tus decagoni.Adiungatur enim ad lineam .a.b.linea.b.d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a.b.est latus exagoni:eritqȝ ex nona.13.linea.a.d.diuisa secun dum proportionem habentem medium duoqȝ extrema et maior portio eius erit



linea.a.b.cum igitur vtraq3 duarum linearu3.a.b.z.a.d.sit diuisa fm ꝓportionẽ habentem mediam duoq3 extrema:igit̃ erit per premissã ambarꝫ ipsarꝫ ad sui ma/iores portiones vna ꝓportio.itaq3.d.a.ad.a.b.que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c. que est etiã eius maior portio sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise fm proportionem habentem medium duoq3 extrema z maior portio eius :igitur ex vndecima quinti.a .b.ad.b.d. sicut.a .b.ad. b.c .quare per secundã ptem.9.quinti.b.d.z.b.c.sunt equales.cum ergo.b.d. sit latus decagoni erit quoq3 ex cõi scia.b.c.latus decagoni.Uel aliter ad lineã.a .b. adiungat̃.b.d. equalis.b.c.eritq3 ex.4.tredecimi tota.a.d.diuisa fm ꝓportionẽ habentẽ mediu3 duoq3 extrema z maior portio ei⁹ linea.a.b.itaq3 per cõuersã.9.tredecimi quã cõ/tinue post ipsã demõstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusde3 linea.b.d.ideoq3 linea.b.c.sibi equalis ẽ latus decagoni. Possumus iterꝫ ide3 alia via si libet demonstrare.Sit eni.e.f.equalis.a.b.que etiã diuidat̃ i.g.fm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ duoq3 extrema z sit maior portio ei⁹ linea.f.g.ꝯstat igit̃ ex p̃missa ꝙ quẽadmodũ.a.b.ẽ eq̃lis.e.f.sic.a.c.ẽ eq̃lis.e. g.z.c.b.eq̃lis.g.f.cũq3 fuerit.b d.adiũcta ad.a.b.lat⁹ decagoni illi⁹ circuli cui⁹.a .b.ẽ lat⁹ exagoni erit sicut prius dictũ ẽ ex.9.tredecimi tota.a.d.diuisa fm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq3 extre ma z maior ei⁹ portio erit linea.a.b.itaq3 p p̃missã.a:b ad.b.d.sicut.f.g.ad g.e. q̃re p p̃mã partẽ.15.sexti qd̃ fit ex.a.b.in.g.e.equũ est ei quod fit ex.b.d.in.f.g.cũ q3.a.b.sit equalis.e.f.z erit qd̃ fit ex.e.f.in.g.e.equũ ẽ ei qd̃ fit ex.b.d.in.f.g .Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equũ est quadrato.f.g.ex diffinitione linee diuise fm ꝓpor/tionẽ habentem medium duoq3 extrema z ex prima pte.16.sexti:igit̃ qd̃ fit ex.b.d. in.f.g.est equale quadrato.f.g.ideoq3 ex prima sexti linea.b. d.ẽ equalis.f.g.z q2 f.g.ẽ equalis.c.b.erit quoq3.c.b.equalis.b.d.z latus decagoni qd̃ oportebat ostẽdere.

Propositio .4.

Quadratũ lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit̃ ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.



¶Sit in circulo.a.b.c.cuius centrũ.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnũ latus sit.a.b.z protrahat̃ diameter.c.d.e. diuidens lineam a.b.z eius arcũ per equalia. Est igitur arcus.a.e.medietas quinte ptis circũferentie illius circuli quare arcus.a.c.ẽ due quinte totius circũferentie: protrahant̃ ita/q3 due linee. a.e.z .a.c. eritq3. a.e.latus decagoni equilateri eo ꝙ eius arcus est medietas quinte ptis circumferentie.linea vero.a.c.erit que subtendit̃ vni ex an/gulis pentagoni predicti:eo ꝙ arcus.a.c.est due quinte partis circumferentie cir/culi:dico itaq3 ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.z.a.c.pariter accepta quincu/plum sunt ad quadratum linee.d.e.est enim ex quarta secundi quadratum linee.c. e.quadruplum ad quadratum linee.d.e.Cum autem angulus. c.a.e. sit rectus ex prima parte.30.tertij.eruntq3 ex penultima primi quadrata duarꝫ linearum.c.a.z a.e.quadruplum ad quadratum.d.e.igitur quadrata trium linearum.c.a.z.a.e.z d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.z quia ex decima tredecimi libri q̃/dratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a .e.z. d.e. sequitur vt qua/

drata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.sint quincuplum ad quadratum.d.e. quod est propositum.

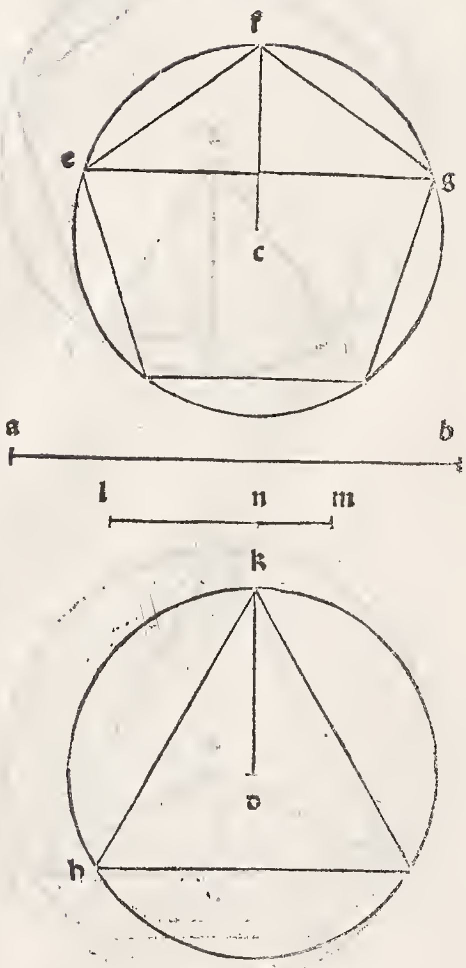
¶ Manifestum est ergo ꝙ quadratum lateris cubi atqꝫ quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum ⁊ figurã duodecim basiũ eadem spera circũscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentago/num eiusdem figure duodecim basium.

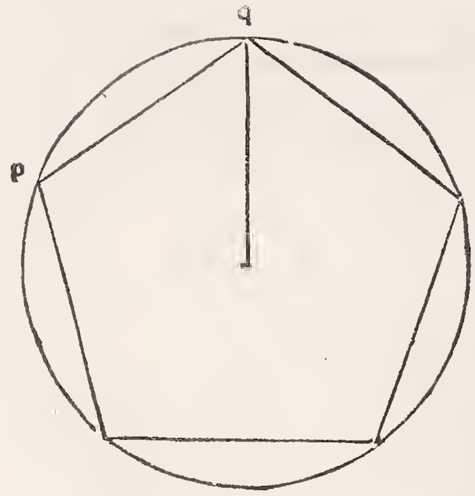
¶ Istud correlariũ vere manifestum est: constat enim ex demonstratione.17.tredecimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubũ ⁊ duodecedron vna eademqꝫ spera circũscribit: itaqꝫ ꝑ hanc quartam sine obice constat correlarium.⁊c.

Propositio .5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulusqꝫ figure viginti basium quos eadẽ spera circumscribit vno eodemqꝫ circulo circumscribuntur.

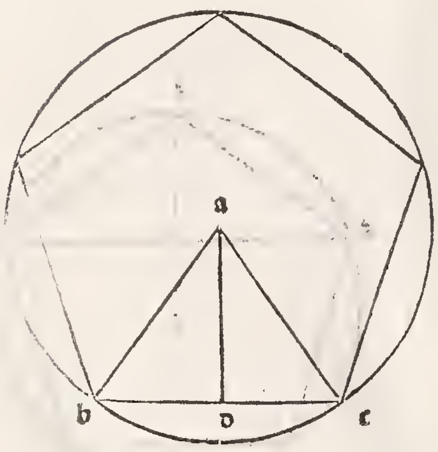
¶ Sit spera cuius diameter.a.b.circũscribens duas solidos figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c.et ycocedron cuius vnus ex.20.triangulis sit:d.pentagono aũt.c.⁊ trigono.d.super duo centra.d.⁊.c.circumscribanť duo circuli huic qdẽ .f.c.ex.14.qrti illi vero.f.d. ex.5.eiusdẽ:dico itaqꝫ ꝙ hi duo circuli sperarum ꝓpositarum quorum alter circũscribit pentagonũ.c.alter vero trigonum.d.sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni.c.vnũ ex suis angulis cõtinentia litteris.e.f.⁊.f.g.⁊ protrahanť linea e.g.que subtendat angulum.f.⁊ semidiameter circuli que sit.c.f.vnũqdqꝫ ex lateribus trigoni.d.signeť litteris.k.h.⁊ protrahatur semidiameter sui circuli que sit.d.k.dehinc sumať linea.l.m.ad quã sit linea.a.b.que ẽ diameter spere assignate quĩcupla i potentia: q quidẽ.l.m.diuidať i.n.ẽm proportionẽ habentem mediũ duoqꝫ extrema sitqꝫ maior portio eius linea.l.n.⁊ scdm quãtitatẽ totius.l.m. linectur circulus.p.q.itaqꝫ semidiameter circuli.p.q.sit equalis linee.l.m.eritqꝫ ex correlario.15.quarti linea.l.m.tanqꝫ latus exagoni equilateri circulo.p.q. inscripti. ĩdqꝫ per tertiam huius linea.l.n.erit tanqꝫ latus decagoni equilateri eidẽ circulo inscripti: igitur ex.11.quarti inscribať pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum latus sit.p.q.eritqꝫ ex.10.tredecimi libri quadratũ.p.q.equale quadratis duarum linearum.l.m.⁊.l.n.pariter acceptis.constat autem ex demonstratione.16.tredecimi ꝙ.h.k.est equalis.p.q.ergo quadratum.h.k.est equale quadratis duarum linearum.l.m.⁊.l.n.pariter acceptis. At vero ex demõstratiõe.17.tredecimi.manifestũ ẽ ꝙ.e.g.ẽ latus cubi ab eadẽ spera circũscriptibilis: qre ꝑ correl.14.tredecimi.a.b. q ẽ diameter spere potentialiter ẽ tripla ad.e.g.q ẽ latus cubi. si aũt.e.g.diuidatur ẽm ꝓportionẽ hñtem mediũ duoqꝫ extrema pꝫ ex demonstratiõe.17.tredecimi ꝙ e.f.ẽ tanqꝫ maior portio eius: igitur ex secunda huius.e.g.ad.l.m.sicut.e.f.ad.l.n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaqꝫ per.21.sexti quadratum e.g.ad quadratum.l.m.sicut quadratum.e.f.ad quadratũ.l.n. qre ꝑ.13.quinti quadrata duarum linearum.e.g.⁊.e.f.pariter accepta ad quadrata duarum linearum l.m.⁊.l.n.piter accepta sicut quadratũ.e.g.ad quadratũ.l.m. ergo ꝑ.15.quinti: et





pmutatã ,ppoꝛtionalitatez ⁊ equã triplum duoꝛum quadratoꝛum duarum lineaꝝ e.g.⁊.e.f. piter acceptoꝝ ad q̃drata duarum linearum.l.m.⁊.l.n.pariter accepta ſicut triplũ quadrati.e.g.ad quadratũ.l.m.triplũ aũt.e.g.quadrati eſt tãq̃z quadratũ.a.b.ex coꝛel'.14.tredecimi:at quadratũ.a.b.ẽ per ypotheſim quincuplũ ad quadratũ.l.m.ergo triplũ quadrati.e.g.quincuplum quoqz ẽ quadrati.l.m.quare etiã triplum quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.e.g.⁊.e.f.piter acceptoꝝ ẽ quincuplũ ad quadrata duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n.piter accepta:⁊ qꝛ ꝓbatũ ẽ ꝙ quadratũ.b.k.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.l.m.⁊.l.n.piter acceptis.ſequif ex cõi ſcia vt triplũ quadratoꝝ.e.g.⁊.e.f.ſit quincuplũ ad quadratũ.b.k.cõſtat aũt ex.8.tredecimi ꝙ quincuplum quadrati.b.k.eſt quindecuplum ad quadratũ.d.k.nam ſimplum eſt triplum.Et ex quarta hui⁹ cõſtat ꝙ triplũ quadratoꝝ.e.g.⁊.e.f.eſt quincuplũ quadrati.e.f.nam ſimplũ eſt quincuplũ.itaqz quindecuplũ quadrati.e.f.ẽ eq̃le quindecuplo quadrati.d.k.ideoqz per.15.quinti quadratũ.e.f.eſt equale quadrato.d.k.quare etiã linea.e.f.ẽ equalis linee.d.k.ergo ex diffinitione circuloꝝ equaliũ circulus circũſcribens pentagonum.e.ẽ equalis circulo circumſcribenti trigonũ.d.quod erat ex pꝛincipio demonſtrãdum.nam ſemidiametri hoꝛum circuloꝛum ſunt equales videlicet.e.f.⁊.d.k.

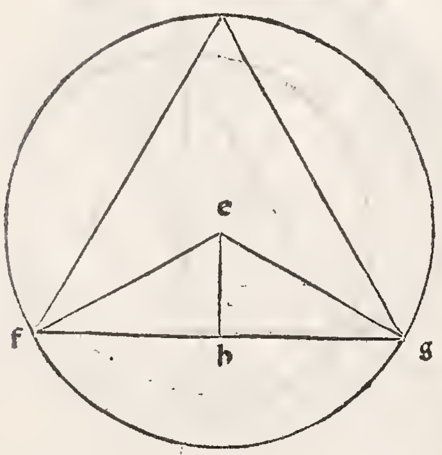
Pꝛopoſitio .6.



Quadratũ quoqz qḋ eſt triangulũ al' trigincuplũ tetragoni qui ſub perpendiculari ducta a centro circuli circũſcribentis pentagonũ figure duodecim baſium ad latus pentagoni atqz ſub latere ipſi⁹ pentagoni cõtinetur omnib⁹ ſuperficieb⁹ coꝛpoꝛis duodecim baſiuz pariter acceptis eſſe equale ex neceſſitate conuincitur.

¶Sit pentagonus.a.vna ex.12.baſibus figure duodecedri ⁊ vnũ ex eius laterib⁹ ſit.b.c.ſibiqz ex.14.quarti circũſcribaf circulus ſupꝛa centꝝ.a.⁊ ,ptrabanf linee.a.b.⁊.a.c.⁊.a.d.ppendicularis ad.b.c.dico ergo ꝙ trigincuplũ eius qḋ ſit ex a.d.in b.c.eſt equale omnibus ſupficiebus duodecedri piter acceptis.conſtat eni pentagonũ.a.eẽ diuiſibilẽ in quinqz triangulos ẽquales triangulo.a.b.c.ex.8.pmi.itaqz omnes.12.pentagoni duodecedri cum oẽs ſint equales ⁊ ſil'es pentagono.a.diuiſibiles ſunt in.60.triangulos quoꝝ quiſqz p.8.pꝛimi ẽ equalis triangulo.a.b.c. Qḋ autẽ ſit ex.a.d.in.b.c.eſt duplum p.41.pmi:ad triangulũ.a.b.c.ergo trigincuplum eius qḋ ſit ex.a.d.in.b.c.ẽ ſexagincuplum ad triangulũ.a.b.c.nã vt ſimplũ ad ſimplum ſic duplum ad duplum.Cum itaqz omnes duodecedri ſuperficies pariter accepte ſint etiã ſexagincuplũ ad triangulũ.a.b.c.ſequif vt trigincuplũ ei⁹ qḋ ſit ex.a.d.in.b.c.ſit equale omnibus ſuperficiebus duodecedri piter acceptis:qḋ ẽ pꝛopoſitum.

Pꝛopoſitio .7.



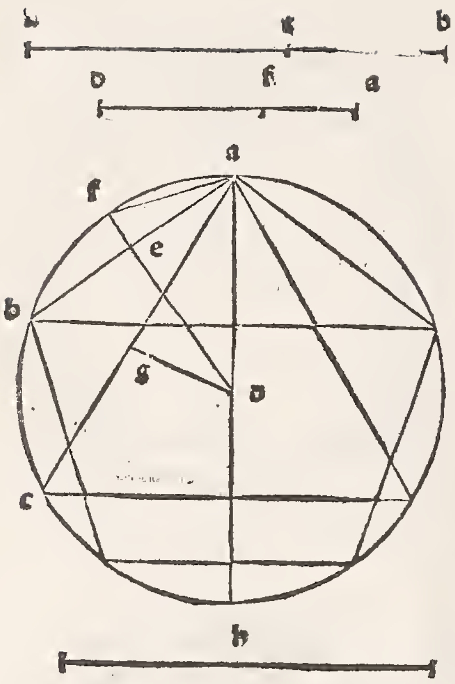
Quadratũ quoqz qḋ eſt triangulũ al' trigincuplum tetragoni qui ſub ppendiculari ducta a centro circuli ad lat⁹ ſibi inſcripti trianguli figure viginti baſiũ atqz ſub ipſo latere trianguli continetur equale eſt omnibus ſuperficiebus figure viginti baſiũ piter acceptis. ¶ Eſto eni hic trigonus.e.vna ex.20.baſibus figure ycocedri ⁊ vnũ ex eis laterib⁹ ſit.f.g.ſibiqz ex.5.quarti circumſcribaf circulus ſuper centꝝ.e.⁊ ,ptrabanf linee.e.f.e.g.⁊.e.h.ppendicularis ad.f.g.dico igif ꝙ trigicuplũ ei⁹ qḋ ſit ex.e.h.i.f.g.ẽ eq̃le oib⁹ ſupficieb⁹ ycocedri piter acceptis.ꝯſtat eni trigonũ.e.eẽ diuiſibilẽ i tres trigonos quoꝝ quilz

per octauã p̃.ni ẽ equalis trigono.e.f.g itaq; oẽs.20.trigoni ycocedri p̃iter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sũt tanq̃; sexagincuplum trigoni.e.f.g. ꝛ q̃ per.14.p̃.ni q̃ fit ex.e.b.in.f.g.est duplũ trigoni.e.f.g.ideoq; trigincuplũ huiꝰ est equale sexagincuplo illiꝰ:sequit̃ ut trigincuplũ.e.b.in.e.f.sit equale oĩbus superficiebus ycocedri p̃iter acceptis q̃ erat demõstrãdũ. ¶ Manifestũ igitur ẽ q̃ proportio superficierũ figure duodecim basiũ in aliqua spera ꝯtente ad sup̃ficies figure viginti basium in eadẽ spera cõclusie:ẽ tanq̃; ꝓportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci basiũ ꝛ sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsũ latus pentagoni:ad tetragonũ contentũ sub latere trianguli ipsius figure viginti basiũ ꝛ perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsũ latus trianguli corporis viginti alchaidarꝫ. ¶ Q̃ per illud corel. ꝯcludit̃ verꝫ esse siue figura.12.basiũ ꝛ figura.20.basiũ sint ab eadẽ spera circũscriptibiles vt ꝓponit̃:siue etiã fuerint circũscriptibiles a diuersis speris:ꝓponit̃ autẽ ꝓut hee figure sint circũscriptibiles ab eadẽ spera q̃m hoc modo valet ꝛ sufficit ad ꝓpositũ. Eiꝰ ergo cõmunis veritas sic p3.cõstat eni ex.6.huiꝰ q̃ trigincuplũ.a.d.in.b.c.equũ ẽ oĩbus superficiebus duodecedri p̃iter acceptis cuius pentagonus.a.est vna ex.12.sup̃ficiebus ꝛ ex hac.7.ꝯstat sil'r q̃ trigincuplũ.e.b.in.f.g.equũ ẽ oĩbus sup̃ficiebꝰ ycocedri p̃iter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus siue illud duodecedron ꝛ istud ycocedron eadẽ spera circũscribat siue diuerse.itaq; ꝓportio trigicupli.a.d in.b.c.ad omnes sup̃ficies illius duodecedri p̃iter acceptas ẽ sicut trigincupli.e.b. in.f.g.ad omnes sup̃ficies ycocedri p̃iter acceptas:vtrobiq; eni est ꝓportio equalitatis:quare permutatim trigincuplũ.a.d.in.b.c.ad trigincuplũ.e.b.in.f.g. sicut omnes superficies illiꝰ duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri ꝛ per.15. quinti trigincupli ad trigincuplũ ẽ sicut simpli ad simplũ. Constat igit̃ p.11.quinti q̃ ꝓportio omniũ sup̃ficierꝫ illius duodecedri ad oẽs sup̃ficies huius ycocedri ẽ eiꝰ quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id q̃ fit ex.e.b.in.f.g.ꝛ hoc ẽ q̃ ex corelario ꝓponit̃.

Propositio .8.

PRoportio cunctarũ superficierꝫ corporis duodecim basium p̃iter acceptarꝫ ad cũctas sup̃ficies corpis viginti basium p̃iter acceptas que ab vna spera ãbo circũscribunt̃ est tanq̃; ꝓportio lateris cubi quẽ circũscribit eadẽ spera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Vt ab huius.8.demõstratiõis libri.14.ꝓcessu ambiguitas oĩs abscedat:istud prescire oportet.Q̃ si aliq̃ linea ẽm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema fuerit diuisa ꝛ ex medietate eius tanq̃; dimidiũ siue maioris portionis detrahat̃:ipsa quoq; medietas ẽm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema diuisa erit ꝛ eiꝰ maior portio ẽ tanq̃; dimidiũ maioris siue duple.verbi grã sit.a.b.diuisa ẽm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema in.c.ꝛ maior eius portio sit.a.c.ꝛ sit.d.e.tanq̃; dimidiũ.a.b.ꝛ.d.f.tãq̃; dimidiũ.a.c.dico ergo q̃.d.e.diuisa ẽ i.f.ẽm ꝓportiõem hñtem mediũ duoq; extrema ꝛ maior portio eiꝰ ẽ.d.f.ꝯstat eni ex.15.q̃nti q̃ ꝓportio.a.b.ad.a.c.ẽ sicut.d.e.ad.d.f.vꝫ duplũ ad duplũ tãq̃; simplũ ad simplũ q̃re ꝑmutati.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.igit̃ p.19.q̃nti.c.b.ad.f.e. sicut.a.b.ad d.e.ẽ itaq;.c.b.dupla ad.f.e.sic eni ẽ.a.b.ad.d.e.cũ igit̃ tota.e.b.sit dupla ad totã.d.e.ꝛ sigl'e ꝑtes.a.b.ad sigl'as ꝑtes.d.e.q̃re ex.15.q̃nti ꝛ.11.eiꝰ dẽ ꝛ dione linee



diuise ꝺm ꝓportiōem hn̄tem mediū duoqꝫ extrema erit linea.d.e.diuisa i.f.queād modū ꝓponit̄.Nūc igit̄ demōstrationi ei⁹ qȯ ꝓpositū ē isistam⁹.Ad cui⁹ exēplū sit a.b.c.circul⁹ cui⁹ centꝝ.d.circūscribēs pentagonū duodecedri ⁊ trigonū ycocedri q̄ ambo piter eadē spera circūscribit ⁊ ꝯcludit.nā ex.5.hui⁹ manifestū ē ꝙ idē circul⁹ huius pentagonū ⁊ illi⁹ trigonū circūscribit.sit aūt linea.a.b.latus pentagoni ⁊ linea.a.c.trigoni.sitqꝫ linea.b.tanq̄ꝫ latus cubi ab eadē spera circūscripti: dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio omniū supficieꝝ duodecedri piter acceptaꝝ ad oēs supficies ycocedri piter acceptas ē sicut linea.b.ad lineā.a.c.ꝓducat̄ quidē a centro.d.ppendicl'aris ad.a.b.que transeat vsqꝫ ad circūferentiā secans.a.b.in puncto.e.⁊ arcū ei⁹ i puncto.f.hanc autē ppendicularē ꝯstat diuidere p equalia tā lineā.a.b.q̄ꝫ eius arcum chordā quidē.a.b.p scdām pt̄e tertie tertij:arcū vero ei⁹ p quartā pmi ⁊.27.tertij.ē igit̄ arcus.f.a decima ps circūferentie.subtendat̄ itaqꝫ sibi chorda.a.f.q̄ erit latus decagoni equilateri eiusdē circuli:erit igit̄ ex.9.tredecimi linea constans ex.d.f.f.a diuisa ꝺm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema.⁊ maior portio eius erit linea d.f.At vero ex prima huius.d.e.ē equalis dimidio.d.f.dimidioqꝫ.f.a.i longū directūqꝫ cōiunctis.Sit igit̄.d.g.ppendicularis ad.a.c.eritqꝫ ex corelario.8.tredecimi:g.d.tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.itaqꝫ si a linea.d.e.q̄ est tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.a.cū.d.f ⁊.f.a.sit linea vna:detrahat̄qꝫ eq̄lis.d.g.q̄ ē tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.erit p illud qȯ ante hoc ꝓbatū ē linea.d.e.diuisa ꝺm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema et maior portio erit tanq̄ꝫ.g.d.ex demōstratione aūt.17.tredecimi cōstat ꝙ si linea b.q̄ ē latus cubi diuidat̄qꝫ ꝺm ꝓportionē habētē mediū duoqꝫ extrema maior portio eius erit tanq̄ꝫ.a.b.q̄ ē latus pentagoni figure.12.basiū.itaqꝫ per scdām hui⁹ ꝓportio.b.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d.quare p primā pt̄e.15.sexti: qȯ ꝓuenit ex b.in.g.d.equū ē ei qȯ fit ex.a.b.in.d.e.Ex corelario aūt premisse manifestum est ꝙ ꝓportio omniū supficieꝝ duodecedri cuius latus.a.b.piter acceptaꝝ ad oēs superficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas ē sicut eius qȯ fit ex.a.b.in.d.e ad illud qȯ fit ex.a.c.in.g.d.igit̄ ex prima pte.7.quinti ⁊.11.eiusdē ꝓportio ei⁹ qȯ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illud qȯ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē sicut omniū superficieruꝫ illi⁹ duodecedri ad oēs huius ycocedri:At vero eius qȯ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illȯ qȯ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē per primam sexti sicut.b.ad.a.c.itaqꝫ p.11.quinti proportio omniū supficieꝝ illius duodecedri ad oēs huius ycocedri ē sicut .b.ad.a.c. quod ē ꝓpositū.hoc ipsū aliter probare poterim⁹.si ad ipsū huius antecedens necessarium p̄miserim⁹ quod est.¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulū ꝙ sub dodrante diametri ipsius circuli et sub dextante ipsius linee angulū ipsius pentagoni subtendentis continetur eidē pentagono equū eē ex necessitate oportet.¶ Maiores nostri vnūq̄dq̄ integꝝ in.12.ptes eq̄les intellectu ⁊ rōne diuiserūt oēsqꝫ eas sil̄.hoc ē ipm totū assem:vocauerunt vndecim vero eaꝝ dixerūt deuncē.decē aūt dextantēꝫ. nouē dodrantē.octo vero bisse.at septūcē septātē vel quicūcē.sex aūt semis:quiqꝫ quiquincē.q̄tuor trientē.tres aūt q̄drātē.duas vero sextātē.vnā aūt appellauerūt vnciā easqꝫ p ordinē talib⁹ designauere figuris q̄ sepissime ineniūt̄ i antiq̄s libris

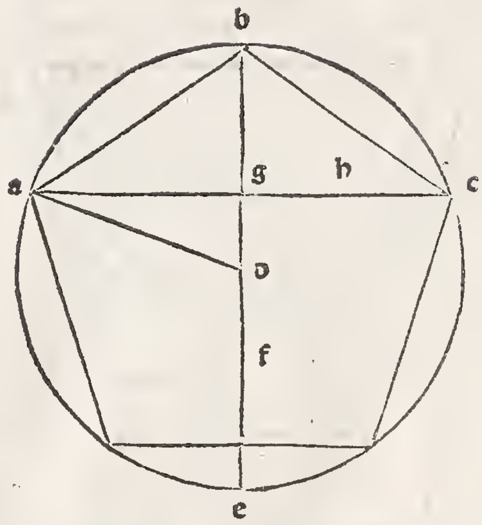
ꟻ	ʃʃʃ	ʃʃʃ	ʃʃ	ʃʃ	ʃ
As	**Deunx**	**Dextans**	**Dodrans**	**Bisse**	**Septunx**
ʃ	ꟻʃ	ꟻʃ	ꟻ	ꟻ	ʃ
Semis	**Quantunx**	**Triens**	**Quadrās**	**Sextans**	**Uncia**

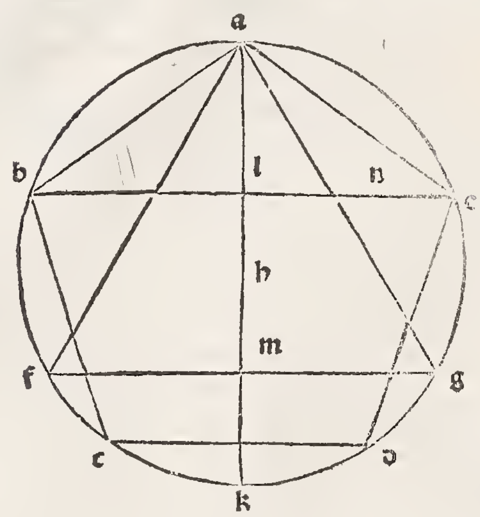
¶ Unciã quoq3 quã duodecimã ptẽ assis fore dixim⁹ i alias rurs⁹. 12. fractiões. Sʒ alia via diuiserũt. nã medietatẽ vncie dixerũt semivnciã. tertiã vero duellã. quartã sicilicũ. sextã sexculã. octauã dragmã. duodecimã semissidam. decimãoctauã tremissem. vigesimã quartã scrupulũ. quadragesimã octauã obulũ. septuagesimã secũdã bissiliquã. nonagesimã sextã ceracẽ. Ultima vero q̃ ẽ centesima quadragesima q̃rta ps ipius vncie siliquã nominauerũt. his aũt. 12. fractionibus vncie posteriores adiunxere calcũ. Est aũt calcus centesima nonagesima scda ps vncie: cui⁹ additionis cã fuit vt vsq3 ad minimũ extremũ diatesseron ⁊ diapente simphoniaꝝ tonoꝝ semitonoꝝq3 interuallis distinctaꝝ haꝝ fractionũ denoiatio cõscẽderet vl cõtenderet ⁊ ipsas omnes ƀm ordinẽ talibus annotauere figuris.

2	3	4	6	8	12	18
Semiũciã	Duella	Sicilic⁹	Sexcula	Dragma	Emissecla	Tremissis

24	48	72	96	144	192
Scrupulus	Obulus	Bissiliqua	Cerates	Siliqua	Calcus

¶ Eius ergo qd dicit: sens⁹ ẽ: q si in aliquo circulo pentagon⁹ eq̃lateris inscribat illud qd fit ex trib⁹ q̃rtis diametri circuli i quinq3 sextas linee subtẽdẽtis vnũ ex angulis inscripti pentagoni eq̃le ẽ pentagono. verbi grã. Sit circl's. a. b. c. sup cẽtꝝ. d eiq3 ex. 11. q̃rti inscribat pentagon⁹ equilater⁹ cui⁹ duo latera vnũ ex suis angulis ptinẽtia sint. a. b. ⁊. b. c. ⁊ anglo. b. subtendat linea. a. c. ⁊ ptrahat diameter. b. d. e secãs lineã. a. c. p eq̃lia in puncto. g. sitq3. d. f. medietas. d. e. ⁊. g. b. dupla ad. b. c. eritq3. b. f. dodrãs diametri: ẽ eni tres q̃rte ipsi⁹ ⁊. a. b. erit dextãs vel sextãs. a. c. ẽ eni. 5. sexte eius: ptrahat aũt linea. a. d: dico q illud qd puenit ex. b. f. in. a. b. ẽ eq̃le pẽtagono inscripto circulo. cũ eni. a. g. sit ppendicularis ad. b. d. erit ex. 41. pmi ⁊ illud qd puenit ex. b. d. in. a. g. duplũ ẽ ad triangulũ. a. b. d. ioq3 qd puenit ex. b. f. in. a. g. triplũ erit ad eundeʒ triangulũ ⁊ qd puenit ex. b. f. in. b. g. duplũ ⁊ ex. b. f. in totã. a. b. quincuplũ. cũ itaq3 totus pentagon⁹ quintupl⁹ sit ad eũdẽ trianglm cõstat q istud qd fit ex. b. f. in. a. b. ẽ eq̃le pentagono ⁊ illud erat demõstrãdũ. Qd igit ex pncipio ppositũ ẽ nunc alia via sicut pmisim⁹ demõstrem⁹. sint itaq3 circulo cui⁹ centꝝ. b. inscripti pentagon⁹ figure. 12. basiũ ⁊ trigon⁹ figure. 20. basiuʒ q̃s eadem spera circũscribit. Constat eni ex. 5. hui⁹ q hui⁹ duodecedri pentagon⁹ ⁊ illius ycocedri trigon⁹ ab codẽ circulo circũducent. sitq3 pentagon⁹. a. b. c. d. e. ⁊ trigonus. a. f. g. ⁊ angulo. a. pentagoni subtendat linea. b. e. q̃ ex demõstratione. 17. tredecimi erit lat⁹ cubi quẽ eadẽ spera cõcludit: ptrahat itaq3 diameter. a. h. k. secans orthogonaliter ⁊ p equalia vtrãq3 duaꝝ lineaꝝ. b. c. ⁊. f. g. hãc q̃dẽ i puncto. l illã vero in pũcto. m. dico g̃ q pportio diuʒ superficieꝝ duodecedri ad oẽs ycocedri quoꝝ pentagon⁹ ⁊ trigonus pposito circulo sint inscripti ẽ sicut linee. b. c. que est latus cubi ab eadẽ spera conclusi ad lineam. f. g. que est latus trigoni ycocedri. constat enim ex corelario octaue tredecimi q linea. b. m. ẽ dimidiũ linee. a. b. ioq3. a. m. erit dodrans diametri. a. k. ẽ eni eius tres quarte. sit ergo. l. n. dupla ad. n. c. eritq3. b. n. dextans. b. e. est eni quita ei⁹ sexte. itaq3 per pmissũ aũs qd prouenit ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. qd autẽ puenit ex. a. m. in. m. f. ẽ equale triangulo. a. f. g. igit ex prima sexti pportio pentagoni ad trigonũ est sicut b. n. ad. m. f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplũ istius trigoni sint duodecupli linee. b. n. ad vigincuplum linee. m. f. qd ex. 15. quinti ⁊ equa proportionalitate manifestum est duodecuplum autẽ. b. n. ẽ tanq3 decuplum. b. c. nã. 12.



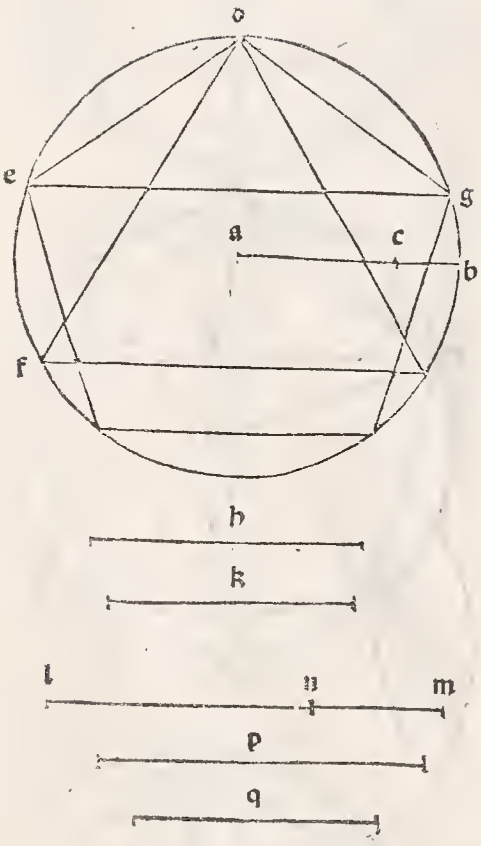


dextātes coequāt.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplū vero.m.f.ē tanq̄ꝫ decuplū.f.g nam.f.g. est dupla ad.m.f.igit̄ duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli.b.e.ad decuplū.f.g.⁊ q̄ꝛ duodecuplū illi⁹ pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigincuplū autē huius trigoni est omnes sup̄ficies ycocedri ⁊ quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplū.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti ꝓportio omniū superficieꝝ duodecedri pariter acceptaꝝ ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g.Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.

Diuisa q̄libet linea scōm ꝓportionē habētē mediū duoqꝫ extrema erit ꝓportio linee potētis supra totā lineā ei⁹qꝫ maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiusdēqꝫ mi-norē portionē tāq̄ꝫ ꝓportio lateris cubi ad lat⁹ triāguli corpis viginti basiū vna cū cubo ipso ī eadē spera ꝯtenti.

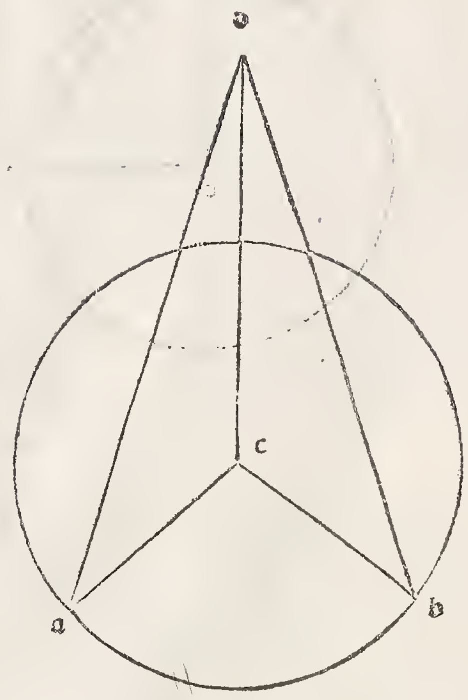
¶Sit linea.a.b.diuisa scōm proportionē habentē mediū duoqꝫ extrema ⁊ maior portio eius sit linea.a.c.⁊ super centꝝ.a.ſm quantitatē linee.a.b. describat̄ circul⁹ d.b.e.eiqꝫ inscribat̄ ex.11.quarti pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d.c. ⁊ ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d.f.⁊ vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g.Constat igit̄ ex.5.hui⁹ ꝙ spe-ra circūscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e.circūscribit sil' ycoce-dron cuius trianguli latus ē.d.f.⁊ ex demōstratione.17.tredecimi manifestum ē ꝙ eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g.sumat̄ ergo linea.h.potēs super totam.a.b.⁊ eius maiorem portionem .a.c.⁊ sumat̄.k.potens super totam a.b.⁊ minorē eius portionem .b.c.dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio.e.g.ad.d.f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cū ipso cubo ab ipsa spera contenti:ē sicut.h. ad.k.cōstat q̄dē qd̄ ex correlario.15.q̄rti ꝙ.a.b.ē tanq̄ꝫ lat⁹ exagoni equilateri cir-culo.b.d.e.inscripti:igit̄ ex tertia huius.a.c.est tāq̄ꝫ latus decagoni eiusdē circuli itaqꝫ per.10.13.d.e.potens ē super totā.a.b.⁊ eius maiorē portionē.a.c.quare.d. e.est equalis.h.nā quadratum vtriusqꝫ earum tantū est quantū quadrata duaꝝ li-neaꝝ.a.b.⁊.a.c.ꝑiter accepta: pꝫ autē ex octaua.13.ꝙ.d.f.est tripla potentialiter ad.a.b.At vero ex.5.eiusdē patet ꝙ.k.quoqꝫ tripla est potentialiter ad.a.c. ergo ex secunda parte.21.sexti ꝓportio.d.f.ad.a.b.ē sicut.k.ad.a.c.quare ꝑmutati.d. f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c.⁊ quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestū ē ꝙ si e.g.diuidat̄ ſm ꝓportionē habētē mediū duoqꝫ extrema maior portio eius erit tā q̄ꝫ.d.e.erit ꝑ scōam huius ꝓportio.e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. q̄re ꝑ.11.quinti erit quoqꝫ.e.g.ad.d.e.sicut.d.f.ad.k.⁊ ꝑmutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et q̄ꝛ per primā ꝑtē.7. quinti.d.e.ad.k.sicut.h.ad.k.eo ꝙ.d.e.⁊.h.sunt equales erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.h.ad.k.qd̄ est propositū. Nō solū aūt est ꝓportio e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ycocedri sicut.h.ad.k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā:quarum altera potest sup totā quā libet lineam diuisam ſm proportionem habentem medium duoqꝫ extrema ⁊ sup eius maiorem portionē:altera vero super totam ⁊ eius minorem portionē.nā sin-gulaꝝ linearum taliū ē proportio vna:verbi gratia.maneāt priores ypotheses cir-ca lineas.a.b.h.⁊.k. ⁊ sumatur quoqꝫ quelibet alia linea q̄ sit.l.m. diuisa ſm pro-portionē habētem medium duoqꝫ extrema in.n.⁊ portio maior sit.l.n.sitqꝫ linea. p. potens super totam.l.m. ⁊ eius maiorem portionem.l.n. ⁊ linea.q.sit potens



super totam.l.m.& eius minorē portionē.m.n.dico ergo q̄ ꝓportio.p.ad.q.est si cut.b.ad.k.cōstat eni ex scōa hui⁹ q̄.b a.ad.a.c.ē sicut.l.m.ad.l.n.ergo ꝑ p̄mam ptē.21.sexti quadrati.b.a.ad quadratū.a. c.ē sicut q̄drati.m. l.ad quadratū. n.l. quare coniunctim quadrati.b.ad quadratū.a.c.sicut quadrati.p.ad quadratū.l.n & permutatim quadrati.b.ad quadratū.p.sicut quadrati.a.c.ad quadratum.l.n. Eodē argumētationis genere sequit̄ q̄ ꝓportio quadrati.k.ad quadratū.q .est si cut quadrati.c.b.ad quadratū.n m.& q2 ex scōa huius ex prima pte.21.sexti qua/ dratū.a.c.ad quadratū.l.n.sicut quadratū.c.b .ad quadratū.m.n .erit ex.11.quīti quadratū.b.ad quadratū.p.sicut quadratū.k.ad quadratū.q.quare ꝑ scōam ptē 21.sexti.b.ad.p.sicut.k.ad.q.Et ꝑmutatim.b.ad.k.sicut.p.ad.q.qō erat demon/ strandū.& ne quisq3 dubitationis locus ea que demōstrāda restant obfuscet :pre/ mittenda adhuc arbitramur quedā quibus sequētia firmo demōstratiōis robore incōcussa permaneant.

Si aliqua plana superficies speram quālibet secet cōis differentia plane superficiei secantis & curue superficiei spere erit circumferentia continens circulum.

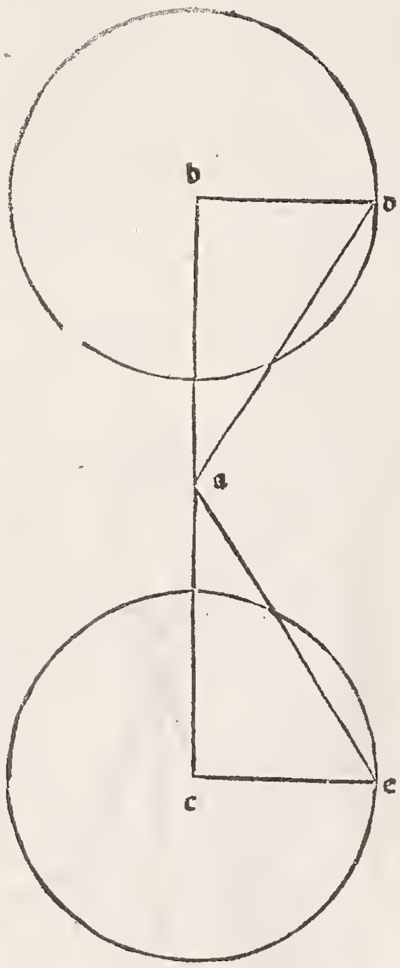
Sit igit̄ aliqua plana sup̄ficies secans speram & sit linea.a.b.cōis sectio sup̄ficiei secantis & sup̄ficiei spere.dico q̄ linea.a.b.est circūferentia circuli.aut eni centrum spere est in plana sup̄ficie secante.aut extra.Qd si fuerit in ea ponat̄ vbicunq3 cōti gerit & sit.c.Quia ergo tota linea.a.b.ē in sup̄ficie spere & q2 omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circūferentiā sunt equales quēadmodū constat ex diffinitio ne spere.sequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineā.a.b.sint equales.ē igit̄ ex diffinitione circuli superficies quā continet linea.a.b.circulus & eius centꝝ ē .c. videlicet idē q̄ centꝝ spere.si aūt centrū spere fuerit extra superficiē secantē: pona tur ergo vbilibet qō sit.d.a quo ꝫm doctrinā.11.vndecimi ducat̄ linea.d.c.perpen/ dicularis ad sup̄ficiē secantē & ꝓtrahant̄ ab eodē centro.d.due linee recte q̄nocūq3 contingat ad lineā.a.b.que sint.d.a.&.d.b.& iungat̄.c.cū.a.& cū.b.eruntq3 due li nee.d.a.&.d.b equales eo q̄ ipse sunt a centro spere ad superficiem eius:ex diffi/ nitione autē linee perpendicularis ad superficiē.manifestū est q̄ anguli.d.c.a.&.d c.b.sūt recti:ideoq3 ex penul̄.primi & ista cōi scīa:que equalibus sūt equalia iter se sunt equalia:erunt quadrata duarū linearū.c.d.&.c.a.pariter accepta equalia qua/ dratis duarū linearū.d.c.&.c.b.pariter acceptis :dempto itaq3 vtrinq3 quadrato.d c.erit quadratū.c.a.equale q̄drato.c b.quare & linea .c.a.linee.c.b. Eodē argumē tationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto .c.ad lineā.a.b.eē eq̄les ergo ex diffinitione circuli sup̄ficies quā continet linea.a.b.est circul⁹ & ei⁹ centru3 est.c.quod est propositum.



Ex hoc itaq3 manifestum est q̄ cum superficies secat speram super centrum eius sector ꝓueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.Cum autem superficies se cat speram non super centrum eius sector quoq3 proueniens i super ficie spere est linea continēs circulū cuius centꝝ ē punctus ille in quo incidit ꝑpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

Amplius autem dico q̄

Si in spera aliqua fuerint circuli equales ꝑpendiculares ducte a cē tro spere ad sup̄ficies illorum circulorum erunt adinuicem equales.



¶Sint i spera cuius centꝝ .a.signati duo circuli.b.ꝛ.c.equales ad quoꝝ sup̄ficies ꝓtrahant̄ a centro spere videlicet a puncto.a.perpendiculares ſm ꝙ docet.11.vndecimi:ad hunc quidē.a.b.ad illū autē.a.c.dico ꝙ due linee .a.b.ꝛ.a.c.sūt equales:ꝓtrahant̄ eni a punctis.b.ꝛ.c.singule linee recte ad circūferentias illoꝝ circuloꝝ ꝓut libuerit:in hoc quidem.b.d.in illo aūt.c.e.ꝛ iungat̄.a.cū.d.ꝛ cum.e. erit q₃ ex diffinitione linee supra superficiē ꝑpendiculariter stantis vtriq₃ duoꝝ anguloꝝ.a.b.d.a.c.e.rectus.At vero ex scđa pte ꝑmissi corelarij. Manifestū ē ꝙ duo puncta.b.ꝛ.c.sunt centra circuloꝝ.b.c.ideoq₃ due linee.b.d. ꝛ.c.e. sunt semidiametri eoꝝ:qui circuli cū ponant̄ equales sequit̄ ex diffinitione equaliū circuloꝝ has semidiametros esse equales:ꝛ quia due linee.a.d.ꝛ.a.e.sunt equales q2 sunt ducte a centro spere ad eius sup̄ficiē:erunt ex penul̄.primi due ꝑpendiculares.a.b.ꝛ.a.c equales qđ oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio .10.

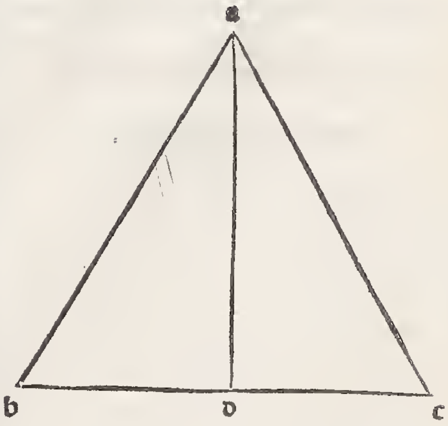
PRoportio corporis duodecedri ad corp⁹ ycocedri q̄ ambo vna eadēq₃ spera icludit:est sicut omniū superficierū eius piter acceptaꝝ ad oēs sup̄ficies illius piter acceptas ¶hoc est qđ superius post demonstrationē prime huius auctoritate Aristei ꝛ apollonij cōmemorauimus cui⁹ demonstratio ex his q̄ premissa sunt euidenter elicit̄. Ex quinta quidē huius manifestū ē ꝙ circuli quoꝝ alter circūscribit pentagonū duodecedri:reliqu⁹ vero trigonū ycocedri que ambo corpora spera vna coherceт sunt adinuicem equales:itaq₃ erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circuloꝝ circūscribentium pentagonos huius duodecedri ꝛ trigonos illi⁹ ycocedri i coꝝ centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestū ē nam omnes hi circuli teste .5.huius sicut dictū ē eq̄les sunt sibi adinuicē piramides:igitur quaꝝ sunt bases pentagoni duodecedri coni autē eaꝝ sunt centꝝ spere atq₃ piramides quaꝝ bases sūt trigoni ycocedri: ꝛ coni eaꝝ similiter centrū spere sunt eque alte cunctaꝝ quidē piramidū altitudinē mēsurant vel determinant a conis ad bases ꝑpendiculares cadentes:piramides autē eque altas suis basibus ꝓportionales esse oportet quēadmodum in.6. duodecimi probatū est:itaq₃ proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigoni ycocedri ē sicut istius pentagoni ad hunc trigonū.iđq₃ per.24.quinti ꝓportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonū.hee aūt.12.piramides quaꝝ sunt bases.12.pentagoni duodecedri sunt tanq̄₃ totū corpus ipsius duodecedri. At.12.pentagoni tanq̄₃ oēs superficies eius:itaq₃ ꝓportio corporis duodecedri ad piramidē cuius basis est trigonus ycocedri ē sicut ꝓportio omniū sup̄ficieꝝ.duodecedri ad trigonū ycocedri.quare rursus ex.24.quinti ꝓportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius piramidis cuius basis est trigonus ycocedri ē sicut omniū sup̄ficieꝝ duodecedri ad vigincuplū trigoni ycocedri.cū igit̄ vigincuplū huius piramidis sit tanq̄₃ totū corp⁹ ycocedri ad vigincuplū istius trigoni tanq̄₃ omnes superficies ipsi⁹ ycocedri erit ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eadēq₃ spera concludit sicut ꝓportio omniū sup̄ficieꝝ corpis duodecedri piter acceptaꝝ ad omnes superficies corporis ycocedri piter acceptas.hoc aūt est predictoꝝ philosophorum de proportione hoꝝ duoꝝ corpoꝝ sententia fixa solidaq₃ demōstratiōe roborata.

cui quoq; adijciendũ est hoc. nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli cor poris ycocedri vna cũ ipso cubo ab eadẽ spera cõclusi sit sicut ꝓportio omniũ sup/ficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera cõclusi sicut ex.8. huius demonstratũ est: erit ex.11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circũuoluit tãq; ꝓ/portio lateris cubi eidẽq; spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius aũt quia diuisa qualibet linea ſm proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema est proportio linee potentis super totã et eius maiorẽ portionẽ ad lineã potentẽ super totã et eius minorẽ portionẽ sicut lateris cubi alicuius spere inscripti ad latus tri/goni corporis ycocedri ab eadẽ spera circũducti sicut ex.9. huius demonstratum ẽ erit etiã ex.11. quinti vt diuisa qualibet linea ſm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema sit ꝓportio linee potentis super totã et eius maiorẽ portionẽ ad lineã po/tentẽ super totã et eius minorẽ portionẽ veluti ꝓportio corporis duodecedri ad cor pus ycocedri que ambo vna atq; eadẽ spera circũscribit. Ex dictis igitur manifestum est quod ꝓportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circũscripti. itemq; ꝓportio cunctarum superficierum duodecedri ad cunctas sup ficies ycocedri que ambo sup eadẽ spera circũscribit. Et rursus ꝓportio linee poten tis super quãlibet lineã diuisã ſm proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema et super eius maiorẽ portionẽ ad lineã potentẽ super eandẽ et super eius minorẽ por/tionẽ atq; iterum ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna ea demq; spera coherceat est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee ſm ꝓ/portionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema diuise: cui cũ plurima pholosophãtiũ ad/miratione digna cõueniãt hoc principiũ vel precipuũ ex superiorum principiorum inuaria/bili ꝓcedit natura vt tã diuersa solida tũ magnitudine tum basiũ numero tũ etiam figura irrõnali quadam simphonia rõnabiliter conciliet. Quippe demonstratum est quod proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus que ambo spera vna co/ambit est quasi ꝓportio linee potentis sup quãlibet lineã ſm prefatã proportionẽ diuisã et super eius maiorẽ partem ad quãlibet lineã potentẽ super eandem et eius minorẽ partem. quoniã vero de tribus ceteris corporibus regularibus nõ habemus ali quid dictũ studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem triangu li ad ipsã perpẽdicularẽ potentialiter sexquitertiũ eẽ pueniet.

¶ Sit eni triangulus equilaterus. a. b. c. ducaturq; ab angulo. a. linea a. d. perpendicularis ad basim: dico quod. a. b. ẽ potentialiter sexquitertiũ ad. a. d. sunt quidẽ ex. 5. primi duo anguli. b. et. c. equales et quia anguli ad. d. sunt recti erit p. 26. primi linea. b. c. diuisa p equalia in pũcto. d. itaq; ex quarta secundi quadratũ b. c. quadruplũ ad quadratũ. b. d. ideoq; etiã quadratũ. a. b. quadruplũ ẽ ad quadratũ. b. d. Est eni triangulus equilaterus quare p penult. primi quadrata duarum linearum. a. d. et. b. d. pariter accepta quadruplũ sũt ad quadratũ. b. d. itaq; quadratũ. a. d. triplũ ẽ ad quadratũ. b. d. cõstat ergo ꝓpositũ.



Propositio .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius ẽ latus rõnale superfici/es medialis eẽ probatur. ¶ Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilate/rus et sit latus eius. a. b. rõnale siue in longitudine siue in potentia tantũ dico itaq; quod ipse triãgulus ẽ superficies medialis: ducatur eni perpẽdicu/

laris.a.d.ab angulo.a.ad basim:eritq; ex premissa et ex.6.decimi ⁊ dione super/
ficiei rõnalis quadratũ linee.a.d.rõnale ⁊ linea.a.d.rõnalis in potentia:ipsa autẽ
ex vltima parte..decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee.a.b.ideo/
q; ⁊ linea .b.d.que est tanq; eius dimidiũ.sunt itaq; due linee.a.d.⁊.b.d.rõnales
potentialiter tantũ cõicantes.igitᷣ ex.19.decimi supficies vnius eaꝝ in alteram est
medialis.cunq; superficies vnius earum in alterã sit equalis trigono.a.b.c. ꝯstat
verũ esse quod diximus.

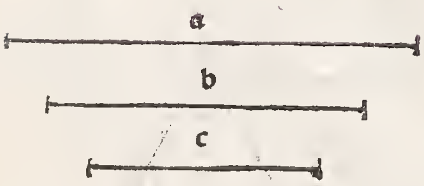
Propositio .13.

Uncte supficies vtriuslibet duoꝝ solidoꝝ quorũ alterũ est piramis quatuor basium triangularium ⁊ equilateraꝝ reliquum vero est corpus octo basium triangularium et equilateraꝝ pariter accepte:si diameter spere ea circum scribentis rõnalis fuerit componũt superficiẽ medialem.

¶ Nam si diameter spere alteꝝ duoꝝ propositoꝝ corporum circũscribentis fuerit rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃:erit ex corelario.13.tredecimi libri latus piramidis rõnale in potentia ⁊ ex corelario.15.eiusdem latus quoq; corpo/ris octo basium rõnale in potentia.quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslib; corpis erũt supficies mediales.⁊ q: trianguli vtriuslib; coꝝ sibi adinuicẽ sunt equales:erunt ex.21.decimi omnes supficies vtriuslib; coꝝ pariter accepte cõ/ponentes superficiẽ medialem quẽadmodũ ꝓponitur.⁊c.

Propositio .14.

I tetracedron ⁊ octocedron vna eademq; spera circum/scribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnã ex basibus octocedri:oẽs aũt bases octocedri pͥter acce/ptas ad omẽs bases tetracedri pariter acceptas sexquial/terã ꝓportionẽ habere necesse est.

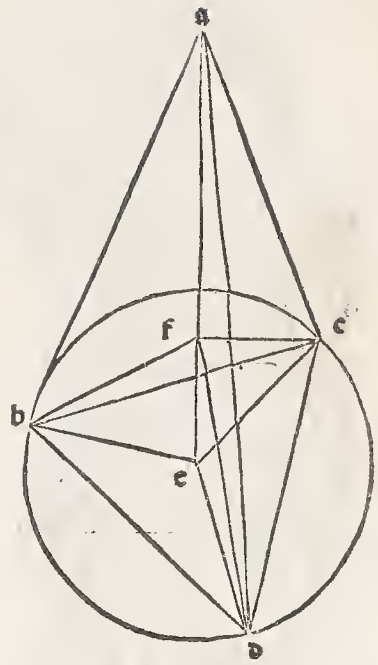


¶ Sit aliqua spera cuius diameter.a.circũscribens piramidem cuiꝰ latꝰ.b.⁊ octo/cedron cuius latus .c.dico itaq; ꝙ triangulus equilaterꝰ cuius latus.b. sexquiter/tius ẽ ad triangulũ equilateꝝ cuius latus.c.⁊ ꝙ supficies quã ꝯponũt octo trian/guli equilateri cuiusq; quoꝝ ẽ latus.c.sexquialtera ẽ ad supficiem quã componunt quatuor trianguli equilateri cuiusq; quoꝝ est latus.b.cõstat eni ex corel.13.trede/cimi ꝙ quadratũ.a.ad quadratũ.b.sicut.6.ad.4.igitᷣ ecõuerso quadratũ.b.ad q̃/dratũ.a.sicut.4.ad.6.Ex corelario vero.15.eiusdẽ manifestũ est ꝙ quadratum.a. ad quadratũ.c.sicut.6.ad.3.itaq; per equã ꝓportionalitatẽ quadratũ .b. ad qua/dratũ.c.sicut.4.ad.3.quadratũ aũt.b.ad quadratũ.c.ẽ sicut trigonus equilaterus cuius latus.b.ad trigonũ equilaterũ cuius latus.c.Utrobiq; enĩ est sicut.b.ad.c. ꝓportio duplicata ex secunda pte.18.sexti:igitur trigonus equilaterus cuius latus b.ad trigonũ equilateꝝ cuiꝰ latꝰ.c.sicut.4.ad.3.quare cõstat prima ps ꝓpositi. Ex quo euidenter elicitᷣ scd̃a:erit eni p ꝯuersã ꝓportionalitatẽ trigonꝰ equilaterus cuiꝰ latus .c.ad trigonũ equilateꝝ cuius latus.b.sicut tria ad quatuor. ĩõq; octuplum trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ.c.ad q̃druplũ trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ.b.est.sicut octuplũ ternarij ad q̃druplũ q̃ternarij. hoc aũt sicut.24.ad.16.⁊ q: octuplum trigoni eq̃la/teri cuiꝰ latꝰ.c.ẽ omẽs bases octocedri cuiꝰ latꝰ.c. ⁊ q̃druplũ trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ.b.ẽ oẽs bases piramidis cuiꝰ latꝰ.b.⁊ q: ꝓportio.24.ad.16.ẽ sexq̃altera seq̃/tur vt supficies quã cõponunt oẽs bases octocedri cuiꝰ latꝰ.c.ad supficiẽ quã cõpo/nũt oẽs bases piramides cuiꝰ latꝰ.b.sexq̃altera sicut diximꝰ i ꝓportione respiciat.

Propositio .15.

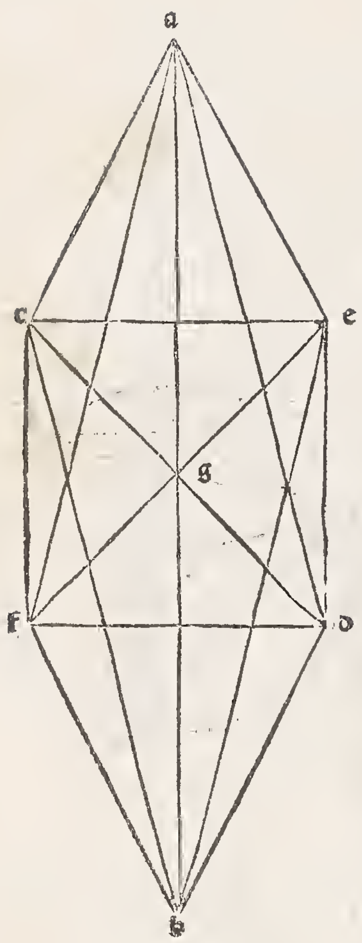
Piramide quatuor basium triangularium atq3 eqlaterarum intra speram qualibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum spere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribentis eam cadere atq3 eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

¶Sit piramis .a.b.c.d .4. basium triangularium atq3 eqlaterarum intra speram aliquam cuius centrum sit f.collocata et cum quilibet quatuor angulorum istius piramidis possit esse conus eius at qlib3 quatuor triangulorum basis Imaginemur nunc eius solidum angulum.a.esse conum et triangulum .b.c.d.imaginemur esse basim atq3 huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum.b.c.d.dehinc a puncto.a.quem imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim.b.c.d.lineam rectam transeuntem per punctum.f.qui est centrum spere circumscribentis piramidem de qua disputamus et occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quam imaginati sumus basem piramidis sup punctum.e. dico igitur q punctum.e.e centrum circuli .b.c.d.et q linea.a.f.e.e perpendicularis ad superficiem.b.c.d producam enim lineas.f.b.f.c.f.d.et qr quatuor puncta.a.b.c.d.sunt in superficie spere cuius centrum.f.propter hoc q illam speram positum est circumscribere hanc piramidem erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales sunt enim ducte a centro spere ad eius superficiem:ergo qr duo latera.a.f.et.f.b.trianguli. a.f.b sunt equalia duobus lateribus.a.f.et.f.c.trianguli.a.f.c.et basis.a.b. basi.a. c.nam piramis posita est equilatera:erit ex octaua primi angulus.a. f.b. equalis angulo a.f.c.ideoq3 p.13.primi angulus quoq3.b.f.e.erit eqlis angulo.c.f.e.Eodem modo probabis angulum .d.f.e.esse equalem angulo.c.f.e.necesse est eni ex octaua primi ut angulus.a.f.e.sit equalis angulo.a.f.d.quare p.13.primi angulus quoq3.c.f.e.crit eqlis angulo .d.f.e.sunt igitur tres anguli.b.f.e.c.f.e.d.f.e.adinuicem equales.protractis igitur lineis.c.b.e.c.et.e.d.sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem equales.ideoq3 per.9. tertij punctus.e.e centrum circuli.b.c.d. et qr perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit sup centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlic3 ex his q decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam.a.f.e.esse perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c. quemadmodum proponitur .Sin aut erunt eiusdem circuli duo centra qd natura tanq3 impossibile exhorruit.



Propositio .16.

Solidum octo basium triangularium atq3 equilaterarum qd ab aliqua spera circumscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quarum altitudo equalis e semidiametro spere:basis autem vtriusq3 quadratum qd est sub duplum quadrato diametri spere.¶Esto corpus octo basium triangularium atq3 equilaterarum cuius sex anguli sint.a.b.c.d.e.f.circumscripta a spera cuius centrum.g constat itaq3 q sex puncta .a.b.c.d.e.f.sunt in superficie spere cuius centrum.g. si igitur centrum.g.iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis adinuicem equales cum ipse sint a centro spere ad superficiem:cum aut ex correl.15.tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum spere.quadratum ergo.e. f. duplum e ad quadratum.c.g.ideoq3 eqle duobus quadratis duarum linearum .c.g .et.g.f. itaq3 p penult.primi angulus .c.g.f.e rectus.eadem rone quisq3 triangulorum.f.g.d.



d.g.e.ꝛ.e.g.c.eſt rect⁹ quare p.14. ꝑmi ꝛ.c.g.d.ꝛ.f.g.e.ē linea vna: igiᷣ ex ſcḋa.11 quinqȝ puncta.c.f.d.e.g.ſunt in ſupficie vna. Manifeſtū ē aūt ex quinta primi:ꝛ 32.eiuſdē ꝙ quilibet quatuoꝛ anguloꝝ.c.e.d.f.ē rectus: igiᷣ ex diffinitione quadrati ſupficies.c.e.d.f.ē quadrata: ꝛ qꝛ latus eius ē latus ꝓpoſiti corpoꝛis. conſtat ex corelario.15. tredecimi iſtud quadratū eſſe ſubduplū q̄drato diametri ſpere. cō ſili quoqȝ rōcinatiōne ꝯſtat vtrāqȝ duaꝝ lineaꝝ.a.g.ꝛ.g.b.cū q̄libet q̄tuoꝛ lineaꝝ c.g.f.g.d.g.e.g. continere angulū rectū: iōqȝ ex.4. vndecimi vtrāqȝ eaꝝ ēē perpendicularē ad ſuperficiē.c.e.d.f.ꝛ ambas ſcȝ.a.g.ꝛ.g.b.p.14.ꝑmi componere lineā vnā: diuiſum ē igiᷣ ꝓpoſitū corpus in piramidē.a.c.f.d.e.cuius baſis quadratū.c.e.d.f.quod eſt ſubduplū quadrato diametri ſpere ꝛ etiā altitudo linee.a.g.que eſt ſemidiameter ſpere ꝛ in piramidē.b.c.f.d.e.cuius baſis eſt p̄dictū quadratum ꝛ eius altitudo linea.g.b: quod eſt ſemidiameter ſpere: ꝛ hoc ē qḋ oportebat oñdere.

Propoſitio .17.

Piramidē quatuoꝛ baſium triangulariū atqȝ equilateraꝝ ſpera aliqua circūſcribente erit proportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſub ſexquitertia ad dodrantē lateris ipſius piramidis ꝛ ſub linea ſuper quinqȝptiente vicesimaſſeptimas eiuſdē dodrantis cōtinetur ad quadratum diametri ſpere ſicut corporis ipſius piramidis ad corpus octo baſiū triangulariū atqȝ equilateraꝝ que ambo eadem ſpera circūducantur ¶ Sit ſpera cuius diameter.a.b.ꝛ centrū.h.circūſcribens piramidem quatuoꝛ baſium triangulariū atqȝ equilateraꝝ.a.c.d.ꝛ corpus octo baſiū triangularium atqȝ equilateraꝝ qḋ ſit.e.ſitqȝ linea.l.m.potētialiter ſub ſexquitertia ad dodrantem linee.a.c.que ē latus piramidis ꝛ linea.n.m.cōtineat dodrantē p̄dictū ꝛ ei⁹ quinqȝ viceſimaſſeptimas ſitqȝ.p.quadratū diametri.a.b.dico itaqȝ ꝙ ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e.ē ſicut ſupficiei.l.m.in.m.n.ad quadratū.p. imaginemur eni ſolidū angulū.a. eſſe conū piramidis ꝛ baſiȝ piramidis cuius vnū lat⁹ eſt.d.c.ſecare diametrū ſpere in puncto.f.eritqȝ quēadmodū ex rōcinatiōe.13.tredecimi manifeſtū ē.a.f.dupla ad.f.b.cumqȝ etiā.a.h.ſit dupla ad.h.b. erit ex.19. quinti.h.f.dupla ad.h.f.iōqȝ.a.f.quadrupla ad.f.h.imaginemur igiᷣ ſuperficiem ſecantem piramidē.a.c.d.ſuper centrū ſpere equidiſtanter baſi ipſius. ſitqȝ linea g.k.cōis ſectio huius ſupficiei ꝛ triāguli.a.c.d.eritqȝ ex.17.vndecimi ꝓportio.c.a ad.a.g.ſicut.f.a.ad.a.h.igiᷣ.c.a.ad.a.g.ſicut.4.ad.3.ſic eni eſt ex euerſa proportionalitate.f.a.ad.a.h.conſtat etiā ex ſcḋa pte.29.primi ꝛ.16.vndecimi ꝛ.10.eiuſdem ꝛ prima pte ſcḋe ſexti ꝛ diffinitione ſimiliū ſupficieꝝ ꝛ ſimiliū corpoꝝ ꝙ piramis.a.g.k.ē ſilis piramidi.a.c.d.ideoqȝ ex.8.duodecimi ꝓportio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k.eſt ſicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare ſicut.4.ad.3.triplicata.conſtat autem ex ſecunda octaui ꝙ ꝓportio quatuoꝛ ad tres triplicata eſt ſicut 64.ad.27.itaqȝ proportio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k. eſt ſicut.64.ad.27 fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.ſ.ex linea equali.a.g.quā cōſtat ēē dodrantē linee.a.c.ꝛ producatur linea.q.t.perpendicularis ad. r.ſ. eritqȝ ex.11.huius linea q.t.potentialiter ſub ſexquitertia ad lineam.q.r.ideoqȝ equalis.l.m.adijciaᷣ quoqȝ linee.r.ſ.linea.ſ.x.ita ꝙ proportio.r.x. ad.r.ſ. ſit ſicut.64.ad.27.diuidaturqȝ

r.x.per equalia in.v.vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.est.27.aut. r.x. 64.eritq3.r.u.equalis.m.n.Et ducantur linee.q.u.z.q.x.eritq3 ex prima sexti pro/ portio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad .27.cumq3 per eandē trian gulus.q.r.x.sit duplus ad triangulū.q.r.u.at ex.41.primi qd fit ex.q.t.in.r.u.du/ plum quoq3 sit ad triangulū.q.r.u.erit qd fit ex.q.t.in.r.u.z ipsū ē equale superfi ciei.l.n.eq̄le triangulo.q.r.x.q̄re ꝓportio sup̄ficiei.l.n .ad triangulū .q.r.s.ē sicut 64.ad.27.iōq3 sicut piramidis.a.c.d.adpirmiadē a.g.k.manifestū ē aūt ex.15.h⁹ ꝙ linea.a.f.ē ꝑpēdicularis ad basi3 piramidis.a.c.d. ideoq3 p.19 .vndecimi linea a.h est etiā perpendicularis ad basim piramidis. a.g.h. igit̄ altitudo. a.g. k.pi/ ramidis est semidiameter spere.diuidat̄ itaq3 octocedron. e. quēadmodū ꝓponit premissa:erit itaq3 vtraq3 duaꝝ piramidū in quas ipsū.e.diuidit̄ eq̄ alta piramidi a.g.k.nam singulaꝝ altitudo est semidiameter spere.q2 igitur oēs laterate pirami des eque alte suis basibus sunt ꝓportionales vt in .6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq3 eaꝝ in quas diuidit̄ octocedron.e. sicut basis eius ad bases eaꝝ:q̄re per.24.quinti ꝓportio piramidis.a.g.k.ad totū octo cedron.e.est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases am/ barum piramidū in quas diuidit̄.e.pariter acceptas quas constat esse eq̄les qua/ drato diametri spere per premissam videlicet.p.q̄m ergo ꝓportio piramidis.a.c. d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonū.q.r.s. videli cet.64.ad.27.z piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadra/ tum.p.erit per equā proportionalitatē ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.z hoc erat demonstrandum.

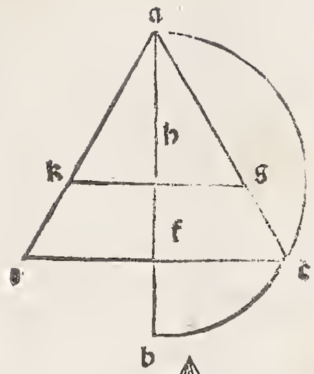
¶Ex premissis igitur manifestum est ꝙ perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basi3 triangularū atq3 equilateraꝝ circumscribentis ad q̄libet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

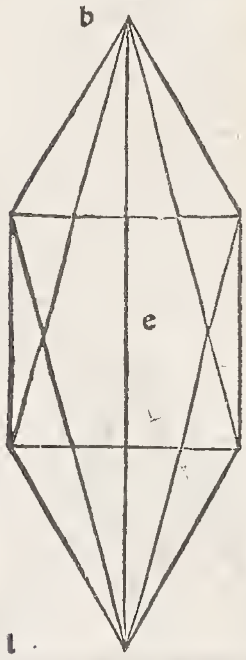
¶Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint sil'es z equales erūt quo q3 circuli ipsos circūscribentes equales.ideoq3 ꝑpendiculares a centro spere ad eos dem circulos in eoꝝ cētra erūt etiā eq̄les:ꝑpendiculares autē cadentes ad circ'os sunt ꝑpendiculares ad bases piramidis itaq3 perpendiculares ad bases sunt ad/ inuicē equales.linea aūt.b.f.est ꝑpēdicularis ad basim piramidis.a.c.d.quā.b.f q2 constat ex predictis esse sextā partē diametri.a.b.relinquitur ergo esse veru3 qd per corel'.concluditur. Jde3 aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

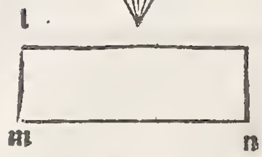
¶Jn omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

¶Sit enim triangulus.a.b.c.equilaterus sitq3.d.centrum circuli ipsum circumscri bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/ les cum sint a centro circuli ad circumferentiam.Sint enim tria puncta. a.b.c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis.protrahatur autem. a.d. in continuum z directum quousq3 obuiet lateri.b.c.super punctum.c. constat igi/ tur ex octaua primi ꝙ angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.d.c.ideoq3 ex.13.p̄mi

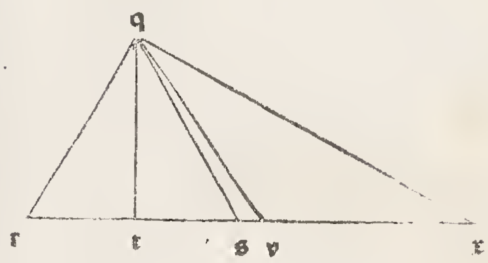
r 3

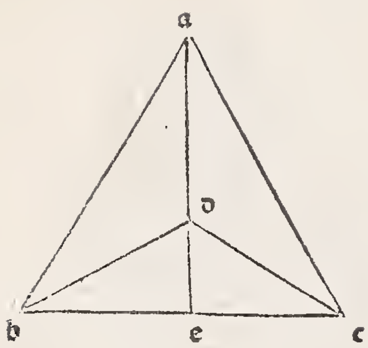






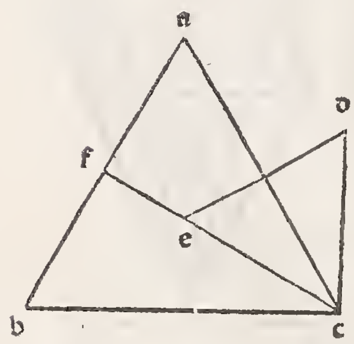






angulus.b.d.e.ē equalis angulo.c.d.e.quare per quartā primi.b.e.ē equalis.e.c. ⁊ anguli qui sunt ad.e.recti:itaqȝ.d.e.perpendicularis ē ad.b.c.veniens a centro circuli circūscribentis trigonum .a.b.c.⁊.a.e. perpendicularis est etiā ad.b.c.veniens ab vno angulorū predicti trigoni: dico ergo ꝙ.a.e.tripla est ad.e.d.cōstat enī ꝙ tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b.equalis est trigono.b.d.c.tetragonꝰ quoqȝ qui fit ex.a.e.in.e.b.equalis ē trigono.a.b.c.at quia trigonus.a.b.c.triplus ē ad trigonū.d.b.c.eritqȝ tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b.triplus ad eum qui fit ex.d.e. in.e.b.cum igitur ex prima sexti sit ꝓportio tetragoni.a.e.in.e.b.ad tetragonū.d.e in.e.b.sicut.a.e.ad.e.d.erit:a.e.tripla ad.e.d.quēadmodū proponitur.

¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.



¶ Nunc itaqȝ qđ promisimus absoluamus ad hoc aūt imaginemur piramidē quatuor basium triangulariū atqȝ equilaterarū cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus .a.b.c.circumscriptā esse a spera cuius centrum.d.⁊ protrahatur linea.d. e.ꝑpendicularis ad superficiē trianguli.a.b.c.quā constat cadere in centrū circuli dictū trigonū circūscribentis.dico igitur lineā.d.e.esse sextā ptē diametri spere ꝓpositā piramidē circūscribentis:producā eni lineā.d.c.⁊ lineam.c.f.perpendicularem ad lineā .a.b.quā.c.f. ex proximo corelario cōstat transire per punctū.e.⁊ ex premisso antecedente triplā esse ad.e.f. Constat autem ex quarta secundi ꝙ scōm ꝙ quadratū diametri spere cuius centrū.d.est.36.ē quadratū semidiametri .d.c. 9.ex corel.aūt.13.tredecimi est quadratum.b.c.24.⁊p.11.huius quadratū.c.f.18. ⁊ per premissum antecedens quadratum.c.e.8.qr igitur ex penul.primi quadratū d.c.ē equale quadratis duarū linearū.d.e.⁊.e.c.ē aūt quadratū.d.c.9. ⁊ quadratuȝ c.e.8.ꝓut quadratū diametri spere est.36.relinquitur quadratū.d.e. vnum prout quadratū diametri spere ē.36. itaqȝ linea.e.d.est vnū ꝓut diameter spere est.6.qđ oportebat probare.Eodem demonstrationis genere demonstrabit nobis ꝙ semidiameter spere circumscribentis corpꝰ .8.basium triangulariū atqȝ equilaterarum tripla ē in potentia ad perpendicularē a centro spere circūscribentis ipsū ad quālibet suarum basium descendentē:cōstat quidē quēadmodū dictum ē priꝰ ꝙ cū oēs bases huius corporis sint equales ⁊ siles erunt circuli ipsas circūscibentes equales ideoqȝ perpendiculares a centro spere i ipsorū circulorū centra cadentes erunt ad inuicē equales.cumqȝ perpendiculares ad circulos basium sint quoqȝ perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro spere ad singulas bases adinuicē sunt equales.Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vnā suarū basiū probetur:relinquetur verū eē qđ proponit.Sit itaqȝ ut prius triangulus.a.b.c.vna ex basibus octocedri circūscripti a spera cuius centrū.d.⁊ cetera quoqȝ fiant vt prius cū igitur ex corel.15.tredecimi diameter spere sit potentialiter dupla ad latꝰ octocedri.sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplū ad semidiametrū spere.iōqȝ cum quadratū linee.b.c.est .12.erit quadratū linee.d.c.que ē semidiameter spere.6.ex.11.autē huius cum quadratū.b.c.ē.12.quadratū.c.f.ē.9.Et ex premisso antecedente quadratum.c.e.est.4.itaqȝ cū q̄dratū.d.c.que est semidiamiter spere est .6.quadratum .c.e.est .4. ⁊ quia ex penultima primi quadratum.d..c.est equale quadratis duarū linearū .c.e.⁊.e.d. sequitur ut quadratū .e.d.sit duo ꝓut quadratum.d.e.est .6. constat ergo qđ diximus.

Propositio .18.

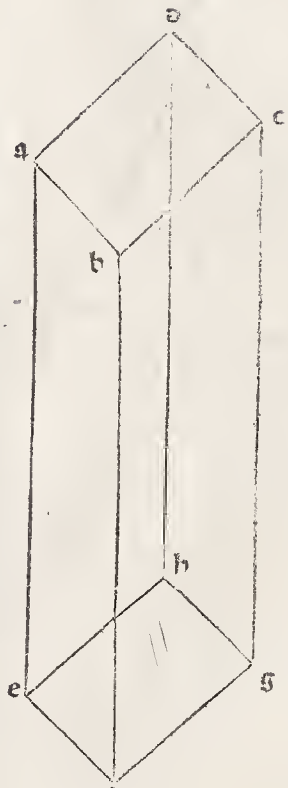
Duplum quadrati quod ex diametro spere cubum circū/scribentis describitur equū ē omnib⁹ superficiebus ipsi/us cubi pariter acceptis:perpendicularis quoque que a centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi ꝑducit me/dietati lateris cubi eiusdē eq̄lis eē ex necessitate cōuincit̄

¶ Manifestū ē eni ex corelario.14.tredecimi ꝙ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi.cum igitur quadratum diametri spere triplū sit ad quadratum lateris cubi ⁊ ita triplum:duplū quadrati diametri spere equum sit sexcuplo quadrato lateris cubi.Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur.itaqȝ duplum quadrati diametri spere equum est omnibus superficiebus cubi.Constat igitur prima ps:scōam autem partem ex.18.⁊.19.⁊.40.vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi ī bisse quadrati producti ex diametro spere ipsū cubū ābientis cubi soliditas ꝑducatur.¶ Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propositio .1.

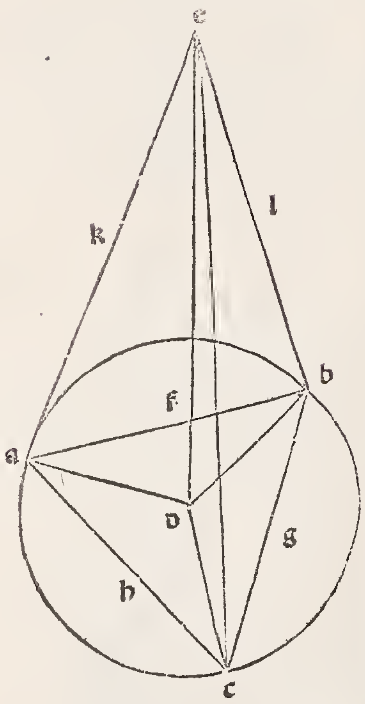
Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium lateruȝ designare.¶ Sit cubus cuius basis est quadratuȝ a.b.c.d.suprema vero eius sup̄ficies quadratū .e.f.g.h. Ipsum aūt hac arte fabricare conueniet q̄dra/to basis ꝑm quālibȝ lineā ex.45.primi descripto sup singulos angulos eius ex.12.vndecimi cathecus ꝑm mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex.6.vndecimi constat esse equidistantes.Quiqȝ ergo eorum bini ⁊ bini coraustocis imposito equidistanter lateri quadrati continuent̄.Constat igitur esse cōpositum cubū:nā quatuor ei⁹ laterales sup̄ficies sunt quadrate ex.33.primi ⁊ ex.34.eiusdem ⁊ diffinitione quadrati:de suprema autē superficie.manifestum est quoqȝ ꝙ ipsa ē quadrata ex.10.imo .24.vndecimi ⁊ hac cōi scia que equalib⁹ sunt equa/lia sibi quoqȝ sūt equalia:⁊ ex diffinitione quadrati.Si itaqȝ huic cubo libeat cor/pus quatuor basium triangulariū ⁊ equilateraꝝ inscribere:in basi ⁊ in ei⁹ sup̄ficie suprema protrahantur due diametri quaꝝ vna cōtinuet duas extremitates infi/mas duoꝝ cathecoꝝ ⁊ alia cōtinuet supremas alioꝝ duoꝝ quas aio intelliges esse a.c.⁊.h.f.dehinc a duobus punctis.h.⁊.f.terminantibus diametrum sup̄ficiei su/preme demitte ypothemisaliter binas ⁊ binas diametros q̄ q̄uor laterales super/ficies diuidant quas imaginaberis esse ab.h.quidem .a.h.⁊.h.c.at vero.ab.f.f.a ⁊.f.c.has aūt diametros in hac plana figura ꝑtrahere cōtempsi ne multitudo li/neaꝝ cōfunderet intellectū.si igit̄ figurā hāc ut oportet actu vel aio cōpleueris vi/debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pirami/dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̄ȝ cubo proposito ex diffinitio ne constat esse inscriptam:huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo ꝙ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.



Propositio .2.

Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si itra piramidé quatuor basiū triangulariū ₇ equilaterarꝫ octocedron libeat inscribere prius côuenit piramidê ipsaȝ fabricare q̄ rône certa hoc modo côponitur. Statuat̃ scdm cuiuslibet linee quâtitatê trigonus equilaterus qui sit.a.b.c.cui circūscribat̃ circulus supra centꝫ.d.₇ excat.d.e. ꝑpendicularis ad supficiem ipsius trigoni ex.12.vndecimi: que ponat̃ dupla esse in potencia ad semidiametꝫ circuli circūscribentis trigonū.a.b.c.₇ a puncto.e.cadât tres ypothemise super tria puncta.a.b.c.Est itaq; côpleta piramis quatuor basiū trilaterarꝫ ₇ equilaterarꝫ ꝑtrahant̃ eni.d.a.d.b.d.c.cū igit̃ anguli quos côtinet linea.e.d cum singulis lineis.d.a.d.b.d.c.sint recti ex diffinitione perpendicularis ad supficiê.cumq; quadratū linee.e.d.sit ex ypothesi duplū ad quadratum semidiametri circuli.a.b.c.erit ex penultima primi quadratū vniuscuiusq; triū ypothemisarium linearꝫ.e.a.e.b.e.c.triplum ad quadratū semidiametri circuli.a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triū laterꝫ trianguli.a.b.c.triplum ê ad quadratū semidiametri eiusdê circuli: igit̃ oīa latera statute piramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilaterarꝫ basiū. Cum itaq; sibi octocedron includere voluerim⁹ diuidemus vnūquodq; sex laterꝫ eius in duo media equalia ₇ côtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs punctis cunctorꝫ reliquorꝫ laterꝫ cū quibus ipsū continet ₇ angulū superficialê. verbi gratia diuidā latera basis in punctis.f.g h.₇ ypothemisas cadentes ab.e.i pūctis.k.l.m.₇ ꝯtinuabo pūctū.f.cū pūcto.g.₇ cū.h.₇ cū.k.₇ cū.l.pūctūq;.m.cū eisdê.g.h.k.l.₇.g.cū.h.₇ cū.l.₇.k.cū eisdêb;₇.l Ecce itaq; perfectū est corpus octo basiū triangulariū bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus côtentum: has aūt octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestū est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.



Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter aūt cubū côponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictū est. igitur fabricato cubo piramis quatuor basiū triangularium ₇ equalium laterꝫ in eo ex prima huius designet̃. ac intra ipsam piramidem expremissa octocedron distignatur. quo facto simul etiā factū erit quod volumus. Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi ₇ ex rôcinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestū ê omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi. igit̃ ex dione habem⁹ ꝓpositum. Aliter idem centris cunctaruȝ basiū cubi quēadmodū i nona quarti sit reptis a cêtro supreme supficiei ci⁹ ad cêtra quatuor lateraliū superficierꝫ quatuor ypothemisas demitte ₇ a cêtro infime ₇ ad earūdem lateraliū superficierum cêtra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq; quatuor laeraliū quatuor rectis lineis côtinua ita videlicet ꝙ centra earum tantū que seinuicem secant continuos

Verbi grã. iungas centꝝ anterioꝝ cũ centro dextre ꝛ cũ cẽtro sinistre: centꝝ quoqꝫ vltime iunges cũ eisdẽ. hoc eni cũ centro dextre ꝛ cũ centro sinistre. habes itaqꝫ corpus octo basiũ triangulariũ his. 12. lineis que centra sũpficieꝝ cubi cõplexũ continuant. Si igitur has bases equilateras esse ꝓbare volueris: a centris basium cubi ad cuncta ipsius latera ꝑpendiculares ꝓtrahe quas necessariũ ẽ oĩa latera ipsius cubi ꝑ equalia diuidere ex scđa pte tertie tertij: quod planũ ẽ si vnicuiqꝫ basiũ cubi circulũ circũscripseris atqꝫ iõ binas ꝛ binas super idem punctũ in lateribus basiũ cubi cõstat cõcurrere easqꝫ ex scđa pte. 13. tertij patet adinuicẽ eẽ equales ꝛ equidistantes lateribus cubi ex scđa pte. 28. primi. iõqꝫ etiã singulas esse equales dimidio lateris cubi. igiꝛ ex. 10. vndecimi manifestũ est binas ꝛ binas eaꝝ sup idẽ latus cubi in medio eius puncto cõcurrentes rectũ angulũ continere: eo ꝙ omnes superficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra sũpficieꝝ cubi cõtinuantes ꝛ anguli quos hee linee super media puncta laterũ cubi cõcurrentes bine ꝛ bine cõtinent subtendũtur ipse erunt ex quarta primi vl' etiã si maius ex penultima primi adinuicẽ equales: ergo est in ꝓposito cubo designatũ corpus octo basiũ triangulariũ ꝛ equilateraꝝ. qđ oportebat facere. ꝛc.

Propositio .4.

Intra datum corpus octo basium triangulariũ atqꝫ equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corp⁹ octo basiũ triãgulariũ atqꝫ equilateraꝝ certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliqđ planũ sursũ orthogonaliter erecta eã ꝑ equalia diuide ꝛ a puncto ei⁹ medio duas lineas hincinde ꝑpendiculares extrahe que cõponant lineã vnã erunt qꝫ hee due linee seinuicẽ secantes videlicet prima que super positũ planũ ẽ orthogonaliter erecta ꝛ alia que ipsã sup eius mediũ punctũ orthogonaliter secat i eadẽ sũpficie site sunt ꝑ primã ptẽ scđe vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipsẽ site sunt super cõem punctũ sectionis earum queadmodũ. 12. docet vndecimi perpendicularem erigere quã facias eandẽ sũpficiẽ in vtrãqꝫ ptem penetrare: ꝛ pone cuncta. sex portiones haꝝ trium linearum a puncto in quo seinuicẽ secant equales. sic eni quelibet quãlibet ꝑ eq̃lia ꝛ orthogonaliter diuidet. ita ꝙ cum sint tres q̃qꝫ due eaꝝ salutifere crucis venerandũ signũ ad angulos rectos cõtinebũt a supremo igitur erecte linee sup positũ planũ puncto quatuor ypothemisas ad extremitates duaꝝ lineaꝝ ipsã secãtium demitte: deinde ab infimo eiusdẽ erecte pũcto: q̃tuor alias ypothemisas ad easdẽ duaꝝ secantiũ lineaꝝ extremitates eleua: postremo quoqꝫ harũ ypothemisaꝝ extremitates quatuor rectis lineis quadratum cõtinentibus cõtinua. Erũt enim hee duodecim linee videlicet q̃tuor ypothemise a sũpmo puncto erecte ꝑpendicularis descẽdẽtes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursũ eleuate ꝛ relique quatuor linee haꝝ ypothemisaꝝ extremitates continuantes ex penul'. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̃les: q̃re constat corpus ab eisdẽ terminatũ octo basibus triangularib⁹ equilaterisqꝫ contineri Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaqꝫ reperta. 12. lineis rectis hac lege cõtinua vt centꝝ cuiusqꝫ hoꝝ trianguloꝝ cũ cẽtro cuiusqꝫ triũ ad ipsi⁹ latera terminatoꝝ ꝑ rectã lineã copuleꝛ. nõ ẽ aũt h⁹ rei idoneũ figuram ĩ plano depingere. ideoqꝫ restat vt quod dicitur mente cõcipias ipsũqꝫ si placet actu ꝛ ope conpleas

videbis eni .12. lineis hoꝝ trianguloꝝ centra posita lege cõtinuantes cubũ conti/
nere quẽ restat vt equilateris rectangulisqꝫ superficiebus demonstres esse conclu
sum. nõ eni erit cubus nisi omnes eius sup̃ficies sint quadrate. ducito ergo a quo/
libet angulo trigonoꝝ superficieꝝ octocedri perpendicularem ad latus illi angulo
oppositũ. has autẽ ꝑpẽdiculares ex .11. q̃rtedecime cõstat eẽ adinuicẽ eq̃les ꝛ diui
dere latera quibus ꝑpendiculariter insistunt per equalia. ideoqꝫ binas ꝛ binas sup
idem punctũ lateris cui superstant conuenire: easdẽqꝫ cõstat ex his que i .17. quar
tidecimi demonstrata sunt transire per centra trianguloꝝ. ideoqꝫ ꝑ extremitates
laterũ inclusi corporis transire ac eaꝝ portiones que intra centra trigonoꝝ ꝛ late/
ra ipsoꝝ intercipiunt̃ ex his etiã in eadẽ demonstrata sunt constat esse equales an
gulos quoqꝫ ab his ꝑpẽdicularib⁹ binis ꝛ binis coeũtib⁹ cõtẽtos ex .8. primi patet
esse equales. Et quia hec perpendiculares sueqꝫ portiones inter centra ꝛ latera in
tercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoqꝫ anguli quos linee a centris trigo/
noꝝ ad latera perpendiculariter cadentes bine ꝛ bine cõtinẽt adinuicẽ equales. cũ/
qꝫ latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex
quarta primi frequenter sumpta corpus inclusũ esse equilateꝝ at quoqꝫ rectangulũ
protrahant̃ eni diagoni in singulis superficieb⁹ hos diagonos ex quarta p̃mi oẽs
adinuicem equales eẽ conuinces mediantibus angulis a duabus perpendiculari/
bus per ipsaꝝ diagonoꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu
los ex .8. primi equales sibi inuicẽ esse probaueris. cũ igitur diameter tetragonarũ
basium corporis huius sint adinuicem equales: latera quoqꝫ earundẽ basiũ equa
lia esse necesse est ex .8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eẽ equi/
angulas. atqꝫ ex .32. primi oẽs anguli cuiusqꝫ eaꝝ sunt equales quatuor rectis. se/
quitur eas esse rectangulas: itaqꝫ ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igit̃
inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atqꝫ equilate
rarum assignato corpori octo basiũ triangularium quo/
qꝫ atqꝫ equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basiũ inscribe ꝫm precepta premisse cubũ
cuboqꝫ inscripto inscribe. vt docet prima piramidẽ hui⁹ q̃lis ꝓponit̃
cum igitur huius piramidis anguli sint etiã anguli cubi quẽadmodũ ex demõstra/
tione prime manifestum ẽ. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in sup̃ficieb⁹
assignati octocedri: erunt quoqꝫ cuncti anguli piramidis huius in superficieb⁹ cor/
poris octo basium cũ eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum ẽ
nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Intra datũ corpus viginti basiũ ꝛ equaliũ lateꝝ corpus
duodecim basiũ pẽtagonaliũ eq̃liũ lateꝝ atqꝫ equalium
anguloꝝ figural'r cõponere. ¶ Corp⁹ .20. basiũ nõ docem⁹ hic
fabricare quoniã ex .16. tredecimi qua cõuenit arte hoc fieri satis eui
dens est eo igitur ut ibi docet̃ cõposito. si sibi corp⁹ .12. basiũ pẽtago
naꝝ atqꝫ equilateraꝝ includere delectat hac via procedendum ẽ. Manifestum eni
est .20. triangulos .60. superficiales angulos hr̃e. ꝛ q2 ad ꝯstitutionẽ vniuscuiusqꝫ
solidi ãguli corpis ycocedri quiqꝫ sup̃ficiales conueniũt sicut ex demr̃atione .16. tre
decimi colligitur. constat illud corp⁹ duodecĩ solidis angulis cõpleri. iuentis igit̃ ut

in ante premissa centris cunctorũ triangulorũ totũ ycocedron terminantiũ ea.30. rectis lineis cõtinua ita q cuiusq3 centꝝ centris omniũ circũiacentiũ cũ quibus cõ municat in latere per rectas lineas iungas.cũ ergo hoc feceris videbis ex illis.30. lineis duodecim pentagonis constitui.12.angulis solidis dati ycocedri:oppositos hos itaq3 pentagonos quẽadmodũ in antepremissa fecisti de basibus cubi equila teros esse probabis.Necesse est eni vt duorũlibet triangulorꝝ duoꝝ idem latus ha bentium centra eodem spatio distant.restat ergo vt eos etiã equiangulos esse silo gises.Manifestũ est autẽ ex rõcinatione.16.tredecimi datum corpus viginti ba/ sium ab eadẽ spera cuius diameter est tanq3 diameter hui9 corpis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cõtinuat esse circũscriptibile .Si igit̃ hec diame ter per mediũ secet̃ punctus sectionis erit centrũ spere ipsum circũscribentis ab eo. itaq3 ad superficies cunctoꝝ pentagonoꝝ perpendiculares ex.11. vndecimi ducto ⁊ a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos coꝝ angulos re/ ctas lineas dirigito.deinde centrũ spere cum singulis angulis ipsoꝝ pentagonoꝝ continuato:age ergo eos pba eẽ equi angulos hoc modo.Cum eni omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro spere ad ipsos venientes ⁊ in eoꝝ cẽtra cadentes equales:omnes ergo linee a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam an/ guli pentagonoꝝ sunt cẽtra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentiũ ex ypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo supius in.14.silogisauimus sectorẽ prouenientẽ in superficie spere cum aliqua plana super ficies sperã secat nõ super centrũ eius esse circũferentiã cõtinentẽ circulũ:necesse ẽ quinq3 lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad sup ficies omnium pentagonoꝝ ad quinq3 angulos cuiusq3 pentagoni esse adinuicem equales.itaq3 omnib9 his duodecim pẽtagonis ẽ circulus circũscriptibilis.cũ igit̃ ipsi sint eqlateri cõuincit̃ eos esse etiã equiangulos qd oportebat ostendere.

Propositio .7.

Intra datũ corpus duodecim basium pentagonaꝝ equi/ laterarum atq3 equiangularũ corpus viginti basium tri/ angularium atq3 equilaterarum fabricare.

¶Qualiter corpus duodecim basium petagonoꝝ equilateraꝝ atq3 equiangulaꝝ cõponere oporteat ex.17.tredecimi require.Sed quali/ ter corpus viginti basium triangularium ⁊ equilaterarum sibi conueniat inscribi. hic addisce suorum pentagonoꝝ centris vt in.14.quarti fit repertis ea adinuicem 30.lineis hac lege continua vt vniuscuiusq3 pentagoni centrum centro cuiusq3 pẽ/ tagoni secum in latere cõicantis iungatur ita videlicet q vniuscuiusq3 pentagoni centrum centris quinq3 pentagonorum terminantiũ vel circũiacentium contineat. cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30.lineis centra pen/ tagonorum continuantibus contenti.eruntq3 hi viginti trianguli viginti solidis gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium trian arium quas equilateras eẽ demonstrabimus ⁊ erũt.12.solidi anguli huius corpis 20.basiũ in cẽtris.12.pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium:hos itaq3.20.triangulos equilateros eẽ sic proba.a cẽtris pentagonoꝝ ducito ppẽdicu lares ad latera erũtq3 oẽs ppẽdiculares equales binas ergo ⁊ binas [probabis ex

octaua primi equos angulos continere: & quia linee continuantes centra pentagonorum bis angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtendunt: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales: quod est propositũ: Perpendiculares autẽ binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. Ex quinta primi & .26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pẽtagonorum super que cadunt per equalia: easq; esse adinuicẽ equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super idez latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q̃ vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt cõmune p equalia: has igitur ppendiculares binas & binas vsq; ad angulos quibus cõmune latus in quo coeunt oppositum per centra penthagonorum producito & eisdem ãgulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanq̃; latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas esse equales eo q̃ omnia latera cubi sint equalia. easdẽq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes ppter hoc q̃ ambe equidistant cõmuni latere in quo bine & bine perpendiculares cõueniunt. At vero ipsas easdẽ constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaq; per. 33. primi cuncte linee continuantes puncta i quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanq̃; cubi latera fore diximus cõcurrunt sunt adinuicẽ equales. Nam omnes sunt tanq̃; latus cubi. igit̃ ex octaua primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptum ergo ẽ proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarũ proposito intra ipsũ cubum distinguere.

Cum duodecedron super cubi latera fabricet̃ ut constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubũ inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si vni⁹cuiusq; eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas: constat quidem ex decimaseptima tredecimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: q̃ a centro: illius spere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet vndecima vndecimi protrahe & a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarũ superficierum rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro spere iunge: eruntq; hee linee centrum spere cũ angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri spere de quarum quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanẽt ex penultima primi quadrata linearum continuantiũ punctum cõcursus perpendiculariũ cum angulis quadrilaterarum superficierum necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

ióq3 necesse é eas esse equiangulas cum sint equilatere. Et qr ex. 32. primi anguli cu iusq3 eaꝝ pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas eē rectā gulas nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.

Dato duodecedro sibi demum octocedron includere.

¶ Composito duodecedro ut in. 17. ꝛ tcij decimi sex latera suarum supficierū ea videlicet que cathecos sup sex lineas opposita latera su perficierum cubi per equalia secantes erectis tanq̃ corum corausti iungunt per equalia divide: eaq3 bina ꝛ bina adinuicē composita cō tinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex. 48. vndecimi per equalia secabunt: eruntq3 vt quoq3 due eaꝝ trium seinuicem quoq3 ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12 lineas rectas continuaueris perueniet tibi corpus octo basiū triangularīū ꝛ equi laterarum ꝛ quarta p̄mi vel si mai⁹ ex penultima primi: qḋ oportebat ostendere.

Propositio .10.

Intra assignatum duodecedron piramidem quatuor basi um triangularium atq3 equilaterarum adhuc restat distin guere.

¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq3 pi ramidem ex prima. cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione prime ꝛ anguli cubi in angulis duodecedri ex rōcinatione octaua: erunt quoq3 anguli piramidis in angulis duodecedri. itaq3 cōstat quod vo lumus.

Propositio .11.

Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex octaua: constat autē ex demonstratione sexte ꝙ omnes anguli duo decedri cadunt super centrum basium ycocedri ꝛ anguli cubi sunt in angulis duodecedri: itaq3 anguli cubi sunt i centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio .12.

Ycocedron datum piramidem quatuor basium triangula rium atq3 equilateraꝝ sibi postulat inscribi

¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq3 ex p̄i ma piramidem incluseris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptōe in hoc. 15. libro deter minet si vnūqḋq3 eoꝝ quilib3 cētroꝝ eēt inscriptibile. 20. coꝛūdē inscriptōes acci deret Quippe quilꝫ coꝝ quinq3 eēnt cetera q̃tuor inscriptibilia. ióq3 q̃ter quiq3 in scriptōes qḋ ē. 20. necessario ꝓuenirēt. at vero piramidi solū octocedron ꝓueniés est inscribi. Non enim sūt in piramide bases aut anguli aut latera in quib⁹ angu li cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi⁹ piramidis ꝯtingere

Cubum quoqȝ soli⁹ piramidis ⁊ octocedri vt octocedron solius piramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12.angulos ycocedri. Aut.20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eoꝝ singulis cadant collocabis: ycocedron autē cū cetera cōuenienti ambitione possit cōplecti soli⁹ ycocedri nequit esse receptaculum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicē bini ⁊ bini oppositione respiciunt lineeqȝ eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt: itaqȝ illud glosū signū ad cuius intuitū cōsternant̄ demones sub rectis āgulis triplicatū reddant. hos itaqȝ triangulos neqȝ bases neqȝ anguli neqȝ latera ycocedri possunt sub suo situ recipere neqȝ eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliqȝ oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ceteroꝝ sue ambitionis denegauit hospiciū imo cunctoꝝ receptator existit. vnde nō incōuenienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascripsere celo quēadmodū piramidis formā igni eo ꝙ sursum sub piramidali figura euoler. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus pⁱtate sequitur sic octocedri forma piramidis. formā ad motū habilitate comittat̄. Uiginti vero basium figuram atqȝ dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulet̄ in sperā fluentis rei motui magis q̄ȝ scandentis conuenire visa est. Cubon vere figurā quidaȝ dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam thessera. At in elementis quid fixius constantiusqȝ reperit̄ terra. si igitur ex.20. inscriptionibus.3. quas piramis nō substinet binasqȝ a quibus naturā cubi ⁊ octocedri aliena est. Rursusqȝ vnā cui repugnat ycocedri figura reieceris erūt relique tm̄. 12. inscriptiones piramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.

Fabricato quouis quinqȝ regulariuȝ corpoꝝ sibi speram inscribere.

¶ Ex tertiodecimo libro itaqȝ manifestū est vnūq̄ꝗȝ q̄ꝗȝ horū corporum esse spere inscriptibile. nūc itaqȝ cōstabit viceuersa sperā vnicuiqȝ ipsoꝝ esse inscriptibilē. a circūscribentis eni spere centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circuloꝝ bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumqȝ omnes circuli eas circumscribentes sint equales eruntqȝ hec perpendiculares equales. itaqȝ si ẜm quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis spere descripseris eiusqȝ semicirculum quousqȝ ad locum vnde moueri ceperit redeat circūduxeris quia ipsum per extremitates cunctaꝝ perpendicularium necesse est transire conuinces ex corelario.15. tertij speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cōtingere quā circūductus semicirculus dū mouebatur contingit: quare assginato corpori constat nos speram quemadmodū ꝓpositum erat inscripsisse.

¶ Opus elementorū euclidis megarensis in geometriā artē In id quoqȝ Campani pspicacissimi Cōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. M.cccc.lxxxij. Octauis. Calen. Iun. Lector. Uale.